

CLASE 9 - ELS de Deformaciones - Protocolo de Tesado

En esta clase veremos, a modo de resumen, algunos de los conceptos mostrados en el Artículo 50 de la EHE-08 respecto al método simplificado para el estudio del estado límite de deformaciones, así como el método general para determinar flechas siguiendo la UNE-1992-1-1. Adicionalmente se dará detalle de manera general de cómo aplicar lo anterior al trabajo práctico y se explicará de forma general lo referido al protocolo de tesado. Se aplicarán conceptos de cursos anteriores que damos por entendidos, principalmente lo referido al cálculo de desplazamientos como ser inercias, momentos de fisuración, etc.

1. ELS Deformaciones - Método Simplificado EHE-08

1.1. Inercia equivalente (Artículo 50.2.2.2)

Para el cálculo de las flechas instantáneas, la norma define el momento de inercia equivalente básicamente como una interpolación entre los momentos de inercia de la sección fisurada y no fisurada en función del momento flector aplicado y el momento de fisuración:

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] I_f \leq I_b \quad (29)$$

Donde,

- M_a , momento flector aplicado.
- M_f , momento nominal de fisuración.
- I_b , momento de inercia de la sección bruta.
- I_f , momento de inercia de la sección fisurada.

Se tiene entonces, según la norma EHE-08, que la flecha máxima de un elemento puede obtenerse mediante las formulas clásicas de Resistencia de Materiales, utilizando el módulo de elasticidad del hormigón definido por la norma y un momento de inercia constante para toda la pieza, que para el caso de elementos simplemente apoyados como el del trabajo práctico se corresponde con la inercia equivalente de la sección central. Para otras configuraciones de apoyo en el artículo 50.2.2.2 se detalla la sección de referencia a aplicar.

Algunos comentarios respecto al párrafo anterior, en la estructura como la del trabajo práctico, es usual que uno obtenga secciones que para la combinación frecuente no se encuentren fisuradas por las limitaciones impuestas al realizar la estimación del pretensado, por lo tanto la inercia equivalente se resumiría a utilizar la inercia bruta de la viga. Si se quisiera obtener el momento de fisuración para la sección compuesta y comprobar lo anterior se debe aplicar la siguiente formula:

$$M_f = W_{VL} \cdot (f_{ctm,fl} - \sigma_{cp,inf}) + M_V \cdot \left(1 - \frac{W_{VL}}{W_V}\right) \quad (30)$$

Donde,

- W_{VL} , modulo resistente de las fibras inferiores de la viga compuesta.
- $f_{ctm,fl}$, resistencia a flexotracción del hormigón de la viga.
- $\sigma_{cp,inf}$, tensión producida por el pretensado en la fibra inferior de la viga aislada.
- M_V , momento flector máximo sobre la viga aislada previo al comportamiento compuesto.
- W_V , modulo resistente de las fibras inferiores de la viga aislada.

Por otra parte, respecto al módulo de elasticidad, si bien uno podría utilizar el correspondiente al tiempo en el que se está aplicando la carga, la norma advierte que uno debería realizar ensayos para comprobar que el comportamiento de nuestro hormigón se corresponde al modelo propuesto, por lo tanto la recomendación en este aspecto es utilizar, del lado de la seguridad, el módulo de elasticidad a 28 días.

1.2. Flecha diferida (Artículo 50.2.2.3)

Las flechas adicionales diferidas, producidas por cargas de larga duración debidas a la acción de las deformaciones por fluencia y retracción, se pueden estimar multiplicando la flecha instantánea correspondiente por el factor,

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (31)$$

Donde,

- ρ' , es la cuantía geométrica de la armadura en compresión referida al área de la sección útil.
- ξ , coeficiente función de la duración de la carga, como se indica a continuación.

5 o más años	2,0
1 año	1,4
6 meses	1,2
3 meses	1,0
1 mes	0,7
2 semanas	0,5

1.3. Limitaciones

Los valores límites admisibles para las deformaciones según UNE-EN-1992-1-1 se encuentran detallados en el capítulo 7.4.1:

- Las flechas totales a tiempo infinito para la combinación cuasipermanente de acciones no deberá superar el cociente $L/250$, siendo L la luz entre apoyos de la estructura.
- También se deberán limitar las flechas que puedan causar daños a partes contiguas de la estructura.

Estos límites no aplican para puentes y obras de paso (ver UNE-EN-1992-2 capítulo 7.4.1). Se pueden tomar como referencia los valores indicados en la norma EHE-08, donde se indican las siguientes limitaciones para la variación de la cota de rasante estimada entre las situaciones inicial y final respecto de la rasante teórica:

	Autopistas, autovías y vías rápidas	Carreteras con circulación rápida	Carreteras con circulación lenta
Puentes isostáticos de un vano	L/1750	L/1000	L/700
Puentes de varios vanos isostáticos	L/3500	L/2000	L/1400
Puentes continuos	L/1400	L/750	L/500

Para nuestro caso adoptaremos a modo de referencia que las flechas totales a tiempo infinito para la combinación cuasipermanente no superen el valor $L/700$. Hacemos notar que los límites señalados se han tomado a modo de referencia y por lo tanto se sugiere a los alumnos una lectura detallada del comentario del Artículo 50.1 de norma EHE-08.

Adicionalmente, para obras de paso se pueden aplicar los valores límite indicados en la Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera (IAP 11) en el artículo 7.1.1, donde se indican los siguientes límites para la flecha máxima correspondiente al valor frecuente de la sobrecarga de uso:

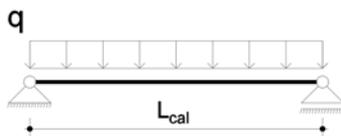
- $L/1000$ en puentes de carretera
- $L/1200$ en pasarelas o puentes con zonas peatonales.

Siendo L la luz del vano.

1.4. Aplicación al trabajo práctico

Como se comentó anteriormente, para el trabajo práctico es probable que nos encontremos en condiciones de sección no fisurada, por lo tanto en lo que sigue las inercias mencionadas serán inercias brutas de la sección (viga aislada o compuesta según la etapa en que se aplica la carga) y el módulo de elasticidad es el correspondiente a los 28 días del hormigón en consideración.

Utilizaremos algunas definiciones realizadas en la [CLASE 1 - Proyecto Viga de Pasarela Peatonal](#), donde para nuestro elemento teníamos un esquema de cálculo de viga simplemente apoyada y con luz de cálculo $L_{cal} = 25,0 m$. Por lo tanto, para las acciones permanentes se pueden obtener los desplazamientos instantáneos de la viga de la siguiente manera,



$$\delta_{inst,G} = \frac{5 \cdot q \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

Figura 71: Esquema de cálculo

Por otra parte, para obtener los desplazamientos instantáneos debidos al pretensado se debe definir la fuerza equivalente del pretensado y a partir de la misma obtendremos un esquema de cálculo de viga simplemente apoyada con carga distribuida de la siguiente manera,

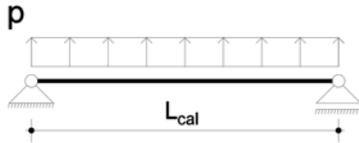


Figura 72: Esquema de cálculo

$$p = \frac{8 \cdot P \cdot f}{L^2}$$

$$\delta_{inst,p} = \frac{5 \cdot p \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

Finalmente para obtener los desplazamientos instantáneos debidos a las acciones variables, de igual manera que determinamos los momentos flectores, tendremos un esquema de cálculo de viga simplemente apoyada con una carga distribuida de la siguiente manera,

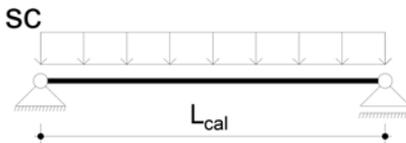


Figura 73: Esquema de cálculo

$$\delta_{inst,sc} = \frac{5 \cdot sc \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

Veamos a continuación resumidamente como aplicar lo anterior al trabajo práctico, para lo cual se realizarán algunas consideraciones de estados, simplemente a modo de ejemplo y que no tienen por qué coincidir con las hipótesis que haya realizado cada grupo.

Estado 1 - Situación inicial (1 mes)

Consideremos el estado 1 como el momento en el que se realiza el tensado contra el peso propio de la viga y que ocurren las pérdidas instantáneas. Por lo tanto, las acciones actuantes serán el peso propio de la viga y la fuerza de pretensado descontadas las pérdidas instantáneas de esta manera los desplazamientos instantáneos en el estado 1 serán, (tener cuidado con el signo de cada acción)

$$\delta_1 = \delta_{inst,1} = \frac{5 \cdot pp_v \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I_v} + \frac{5 \cdot p \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I_v}$$

Donde I_v es la inercia bruta de hormigón de la viga aislada y la fuerza de pretensado equivalente p es,

$$p = \frac{8 \cdot P_1 \cdot f}{L^2}$$

Estado 2 - Llenado de losa (3 meses)

Asumiendo que la viga oficia de encofrado para la losa, tendremos que la viga aislada es la que toma el peso del hormigón de la losa en estado fresco. Por lo tanto, para los desplazamientos instantáneos provocados por el peso propio de la losa se debe considerar la inercia bruta de hormigón de la viga aislada (I_V),

$$\delta_{inst,2} = \frac{5 \cdot pp_l \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I_V}$$

Adicionalmente tendremos la porción de los desplazamientos diferidos que ocurren entre el estado 1 y el estado 2 (entre 1 mes y 3 meses), que despreciando la contribución de la armadura a compresión se obtiene como,

$$\delta_{dif,1-2} = (\xi_{3 \text{ meses}} - \xi_{1 \text{ mes}}) \cdot \delta_{inst,1} = (1,0 - 0,7) \cdot \delta_{inst,1} = 0,3 \cdot \delta_{inst,1}$$

Por lo tanto, se obtiene que el desplazamiento para el estado 2 es,

$$\delta_2 = \delta_1 + \delta_{dif,1-2} + \delta_{inst,2}$$

Estado 3 - Terminaciones (6 meses)

Una vez que el hormigón ha fraguado la sección resistente de hormigón pasa a ser la sección compuesta de hormigón (viga más losa) por lo que las cargas aplicadas a partir de ahora serán resistidas conjuntamente por la viga y la losa. Por lo tanto, para los desplazamientos instantáneos provocados por el peso propio de las terminaciones se debe considerar la inercia bruta de hormigón de la viga compuesta (I_{VL}),

$$\delta_{inst,3} = \frac{5 \cdot pp_{term} \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I_{VL}}$$

Adicionalmente tendremos la porción de los desplazamientos diferidos que ocurren entre el estado 2 y el estado 3 (entre 3 meses y 6 meses), que despreciando la contribución de la armadura a compresión se obtiene como,

$$\delta_{dif,2-3} = (\xi_{6 \text{ meses}} - \xi_{3 \text{ meses}}) \cdot (\delta_{inst,1} + \delta_{inst,2}) = (1,2 - 1,0) \cdot (\delta_{inst,1} + \delta_{inst,2})$$

Por lo tanto, se obtiene que el desplazamiento para el estado 3 es,

$$\delta_3 = \delta_2 + \delta_{dif,2-3} + \delta_{inst,3}$$

Estado 4 - Sobrecarga (12 meses)

La pasarela entra en servicio, por lo tanto para los desplazamientos instantáneos provocados por las acciones variables se debe considerar la inercia bruta de hormigón de la viga compuesta (I_{VL}),

$$\delta_{inst,4} = \frac{5 \cdot sc \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I_{VL}}$$

Adicionalmente tendremos la porción de los desplazamientos diferidos que ocurren entre el estado 3 y el estado 4 (entre 6 meses y 12 meses), que despreciando la contribución de la armadura a compresión se obtiene como,

$$\delta_{dif,3-4} = (\xi_{12 \text{ meses}} - \xi_{6 \text{ meses}}) \cdot (\delta_{inst,1} + \delta_{inst,2} + \delta_{inst,3})$$

$$\delta_{dif,3-4} = (1,4 - 1,2) \cdot (\delta_{inst,1} + \delta_{inst,2} + \delta_{inst,3})$$

Por lo tanto, se obtiene que el desplazamiento para el estado 4 es,

$$\delta_4 = \delta_3 + \delta_{dif,3-4} + \delta_{inst,4}$$

Estado final - Tiempo infinito (5 años o más)

Finalmente nos queda considerar la porción de los desplazamientos diferidos que ocurren a partir del estado 4 hasta tiempo infinito (de 12 meses a 5 años o más), que despreciando la contribución de la armadura a compresión se obtiene como,

$$\delta_{dif,4-inf} = (\xi_{5 \text{ años}} - \xi_{12 \text{ meses}}) \cdot (\delta_{inst,1} + \delta_{inst,2} + \delta_{inst,3} + \delta_{inst,4} \cdot 0,2)$$

$$\delta_{dif,4-inf} = (2,0 - 1,4) \cdot (\delta_{inst,1} + \delta_{inst,2} + \delta_{inst,3} + \delta_{inst,4} \cdot 0,2)$$

Obteniendo que el desplazamiento final total es,

$$\delta_{fin} = \delta_4 + \delta_{dif,4-inf} \leq \delta_{adm}$$

La evolución de los desplazamientos según los estados antes mencionados se ilustra en la [Figura 74](#),

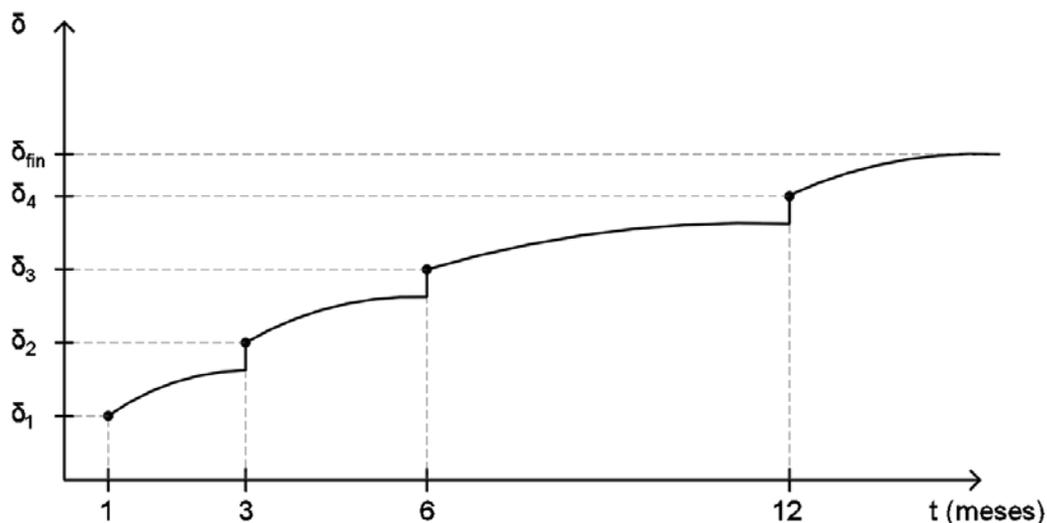


Figura 74: Evolución de desplazamientos

Criterio IAP-11

Adicionalmente se debe verificar que la flecha vertical máxima instantánea correspondiente solamente al valor frecuente de la sobrecarga de uso no supere la luz/1200:

$$\delta_{inst,frec} = 0,5 \cdot \frac{5 \cdot sc \cdot L_{cal}^4}{384 \cdot E \cdot I_{VL}} \leq L/1200$$

Recordar que para este ejemplo se consideró $\Psi_1 = 0,5$.

2. ELS Deformaciones - Método General

El método general permite realizar una estimación más realista de los desplazamientos. En términos generales el método consiste en discretizar nuestro elemento de estudio, determinar la curvatura en cada punto e integrando dos veces la curvatura obtener el desplazamiento relativo entre puntos.

A continuación veremos de forma general algunos aspectos de este método, muchos de los conceptos mencionados se muestran en el capítulo 7.4.3 de la UNE-1992-1-1. Tendremos entonces que la curvatura de nuestro elemento debido a la flexión a la que está sometido es básicamente una interpolación entre la curvatura de la sección fisurada y no fisurada,

$$\psi_{fl} = \zeta \cdot \frac{M_a}{E_{ef} \cdot I_c} + (1 - \zeta) \cdot \frac{M_a}{E_{ef} \cdot I_u} \quad (32)$$

Donde,

- M_a , momento flector aplicado.
- I_u , momento de inercia de la sección no fisurada.
- I_c , momento de inercia de la sección fisurada.
- ζ , es un coeficiente de distribución que puede obtener como,

$$\zeta = 1 - 0,5 \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2, \quad (\zeta = 0 \text{ para secciones no fisuradas})$$

- M_a , momento flector aplicado.
- M_{cr} , momento nominal de fisuración.
- E_{ef} , es el módulo de elasticidad eficaz del hormigón que permite tener en cuenta los efectos diferidos que produce la fluencia para cargas de larga duración,

$$E_{ef} = \frac{E_{c,28}}{1 + \varphi}$$

- φ , coeficiente de fluencia.

Si se tienen distintas etapas de carga a distintas edades se puede determinar un módulo de elasticidad eficaz como,

$$E_{ef} = \sum_{i=1}^{i=n} W_i / \left(\frac{W_1}{E_{ef,1}} + \frac{W_2}{E_{ef,2}} + \frac{W_3}{E_{ef,3}} + \dots + \frac{W_n}{E_{ef,n}} \right)$$

Donde W_i es la carga en la etapa i y $E_{ef,i}$ el módulo de elasticidad asociado a la etapa i .

Observar que el primer término de la ecuación (32) se corresponde con la curvatura del elemento en hipótesis de sección fisurada,

$$\psi_{II} = \frac{M_a}{E_{ef} \cdot I_c}$$

Y que el segundo término de la ecuación (32) se corresponde con la curvatura del elemento en hipótesis de sección no fisurada,

$$\psi_I = \frac{M_a}{E_{ef} \cdot I_u}$$

Luego se debe calcular la curvatura debida a la retracción que al igual que la de flexión consiste en una interpolación entre la curvatura de la sección fisurada y no fisurada,

$$\psi_{cs} = \zeta \cdot \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_c}{I_c} + (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_u}{I_u} \quad (33)$$

Donde,

- ε_{cs} , deformación unitaria debida a la retracción.
- $\alpha_e = E_s/E_{ef}$, relación eficaz entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo elasticidad eficaz del hormigón.
- S_u , momento estático de la armadura respecto al centro de gravedad de la sección no fisurada.
- I_u , momento de inercia de la sección no fisurada.
- S_c , momento estático de la armadura respecto al centro de gravedad de la sección fisurada.
- I_c , momento de inercia de la sección fisurada.
- ζ , coeficiente de distribución.

Finalmente tenemos que la curvatura total es,

$$\psi_T = \psi_{fl} + \psi_{cs} \quad (34)$$

Por lo tanto, realizando los cálculos antes mostrados para las distintas secciones en las que se haya discretizado nuestro elemento podremos obtener un diagrama de curvaturas. A partir de lo anterior y aplicando algún procedimiento numérico podremos obtener la configuración deformada de nuestro elemento a partir de integrar dos veces el diagrama de curvaturas.

Adicionalmente y bajo algunas hipótesis adicionales existe un método simplificado para el cálculo de los desplazamientos [BS 8110-2] que consiste en determinar la curvatura total en la sección crítica de nuestro elemento, siguiendo los cálculos mostrados anteriormente, y obtener el desplazamiento a partir de utilizar un factor K que depende de la forma del diagrama de momentos como,

$$\delta = K \cdot L^2 \cdot \psi_T$$

Loading	Bending moment diagram	K
		0.125
		$\frac{3 - 4a^2}{48(1-a)}$ if $a = \frac{1}{2}$ $K = \frac{1}{12}$
		0.0625
		$0.125 - \frac{a^2}{6}$
		0.104

Figura 75: Valor de k [BS 8110-2]

3. Protocolo de Tesado

El protocolo de tesado consiste en definir las distintas etapas en la que se aplica la fuerza de pretensado a cada cable, para lo cual se deben definir e indicar en los planos:

- Edad de tensado, en general se debe determinar una edad de tensado acorde de manera tal de tener suficiente resistencia en el hormigón. Para el caso del trabajo práctico esto es dato.
- Orden en el que se tensan los cables.
- Fuerza de tensado en el anclaje a aplicar en cada etapa para cada cable (Se indica la fuerza que se mide en el gato).
- Extremo de la viga en el que se aplica la fuerza de pretensado.
- Elongación prevista en los cables.

A modo de ejemplo veamos un protocolo de tensado usualmente aplicado para el caso de tres vainas como se indica en la [Figura 76](#),

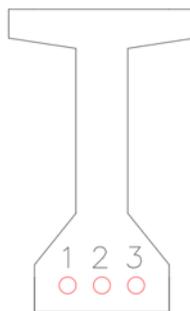


Figura 76: Esquema de vainas

Para que la pérdida media por acortamiento elástico se reparta lo más uniforme posible entre los cables y buscar así minimizar tener pérdidas por acortamiento elástico muy diferentes entre cables, en los casos más usuales de tres vainas es usual dividir en seis las etapas de tensado, cada una correspondiente a aplicar incrementalmente el 50% de la fuerza de pretensado. Adicionalmente se busca que la fuerza aplicada no genera grandes solicitaciones en la dirección de menor inercia de la viga, por este motivo el primer cable a tensar es el número 2. Luego se puede tensar indistintamente el 1 o el 3.

Por lo tanto un posible protocolo de tensado, en donde “xx” son valores a definir y en fuerza en el anclaje se debe colocar la fuerza real, sería:

Primer Tesado:

- Cable 2, extremo “xx”
- Fuerza en el anclaje: $0,5P_0$ kN.
- Elongación prevista en el cable: “xx” mm

Segundo Tesado:

- Cable 1, extremo “xx”
- Fuerza en el anclaje: $0,5P_0$ kN.
- Elongación prevista en el cable: “xx” mm

Tercer Tesado:

- Cable 3, extremo “xx”
- Fuerza en el anclaje: $0,5P_0$ kN.
- Elongación prevista en el cable: “xx” mm

Cuarto Tesado:

- Cable 2, extremo “xx”
- Fuerza en el anclaje: P_0 kN.
- Elongación prevista en el cable: “xx” mm

Quinto Tesado:

- Cable 1, extremo “xx”
- Fuerza en el anclaje: P_0 kN.
- Elongación prevista en el cable: “xx” mm

Sexto Tesado:

- Cable 3, extremo “xx”
- Fuerza en el anclaje: P_0 kN.
- Elongación prevista en el cable: “xx” mm

La elongación prevista en el cable para cada etapa se determina como,

$$\Delta L = \frac{P_{1,media} \cdot L_{cable}}{E_p \cdot A_p}$$

Donde,

- $P_{1,media}$, es la fuerza media de pretensado descontando las pérdidas instantáneas asociadas a la fuerza aplicada en la etapa correspondiente.
- L_{cable} , longitud del cable (trazado parabólico).
- $E_p = 195000 \text{ MPa}$, módulo de elasticidad del acero de pretensado.
- A_p , área de pretensado del cable al que se le está aplicando la fuerza.

A continuación realizaremos algunos comentarios generales sobre los cuidados que se deben tener a la hora de definir los protocolos de tesado pero que quedan por fuera del alcance del trabajo práctico. Como se puede apreciar en el protocolo de tesado anteriormente definido, nuestra viga se verá sometida a distintos pares de sollicitaciones mientras se van aplicando las fuerzas de tensado en cada etapa, en donde en algunas etapas aparece un momento en la dirección de menor inercia debido al desbalance en el punto de aplicación de las directas presente en los cables, por lo tanto se deberían analizar cuidadosamente,

- Las tensiones generadas en cada etapa por la directa en cada etapa así como la flexión en ambas direcciones (flexocompresión esviada).
- Las deformaciones laterales en la dirección de menor inercia producidas por las sollicitaciones que actúan en la dirección de menor inercia.