

## CLASE 8 - Zonas de anclajes

En esta clase veremos, a modo de resumen, las principales verificaciones a realizar en las zonas de anclajes de piezas postensadas. Se adoptan lineamientos generales indicados en el artículo 8.10.3 del Eurocódigo EN 1992-1-1 y en el Anexo J del Eurocódigo EN 1992-2.

Para las bases de cálculo de los modelos de bielas y tirantes, se aplicarán conceptos de cursos anteriores que damos por entendidos, principalmente lo referido a regiones D y al método de bielas y tirantes de los cuales se da detalle en los Artículos 24 y 40 de la norma EHE-08. También se mencionan conceptos de introducción de cargas en macizos tratados en el Artículo 61 de dicha norma.

Adicionalmente se dará detalle de los modelos de bielas y tirantes usuales en la resolución de las zonas de anclajes, ya tratados en las clases teóricas y que adoptaremos para el desarrollo del trabajo práctico.

### 1. Generalidades

Si bien contamos con catálogos de proveedores de sistemas de postensado homologados y que nos dan la información necesaria respecto de,

- Espacios mínimos necesarios para colocar los dispositivos de anclaje.
- Dimensiones mínimas de los dispositivos de anclaje.
- Distancias relativas entre dispositivos de anclaje.
- Armaduras a disponer en los dispositivos de anclaje.

Veremos simplifcadamente algunos de los cálculos que se podrían realizar para definir lo anterior en caso que no se contaran con datos de proveedor.

#### 1.1. Verificaciones a realizar

Las zonas de anclaje de los elementos postensados son zonas de discontinuidad (zonas D), por lo que deben ser tratados como tales por el método de bielas y tirantes. La zona de discontinuidad se extiende aproximadamente hasta una distancia igual al canto de la pieza medido desde la discontinuidad que la produce.

- a) Las tensiones locales bajo la pieza de anclaje.
- b) Las tensiones verticales generadas por la apertura de la carga a lo largo de la zona D.
- c) Las tensiones de descantillado generadas en la cara de introducción del pretensado.

El artículo 8.10.3 del EN 1992-1-1 establece que limitando la tensión de la armadura a 300 MPa en las verificaciones en ELU se efectúa también un adecuado control de la fisuración.

## 2. Tensiones locales bajo la pieza de anclaje

Para verificar estas tensiones, una aproximación razonable es lo establecido en el Artículo 61 de la EHE-08 respecto a introducción de cargas sobre macizos.

### 2.1. Comprobación de nudos y bielas

El Artículo 61.2 de la EHE-08 nos indica la fuerza máxima de compresión que puede actuar sobre nuestro elemento en una superficie restringida (ver [Figura 53](#)) de área  $A_{c1}$  situada concéntrica y homotéticamente sobre otra área  $A_c$  según la ecuación (27),

$$N_d \leq A_{c1} \cdot \sqrt{\frac{A_c}{A_{c1}}} \cdot f_{cd} \leq A_{c1} \cdot 3,3 \cdot f_{cd} \quad (27)$$

Con esta verificación se determina el área de la placa de anclaje.

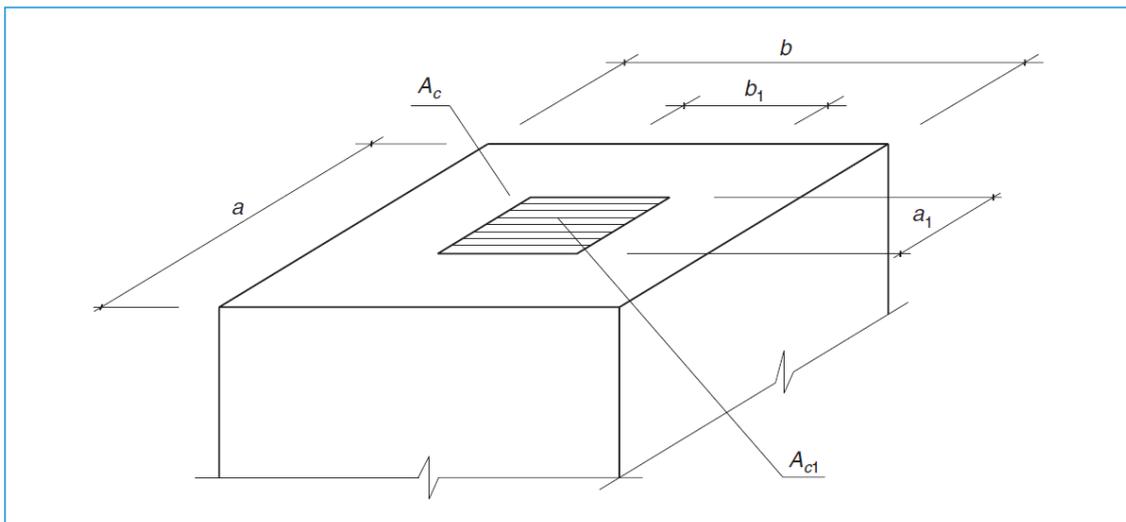


Figura 53: Esquema de sección

### 2.2. Armaduras transversales

El Artículo 61.3 de la EHE-08 nos indica que los tirantes que se indican en la [Figura 54](#), deberán resistir la tracción de cálculo según la ecuación (28),

$$T_{ad} \leq 0,25 \cdot N_d \cdot \left( \frac{a - a_1}{a} \right) = A_s \cdot f_{yd} \quad (28)$$

En sentido paralelo a “a” (análogo para sentido paralelo a “b”).

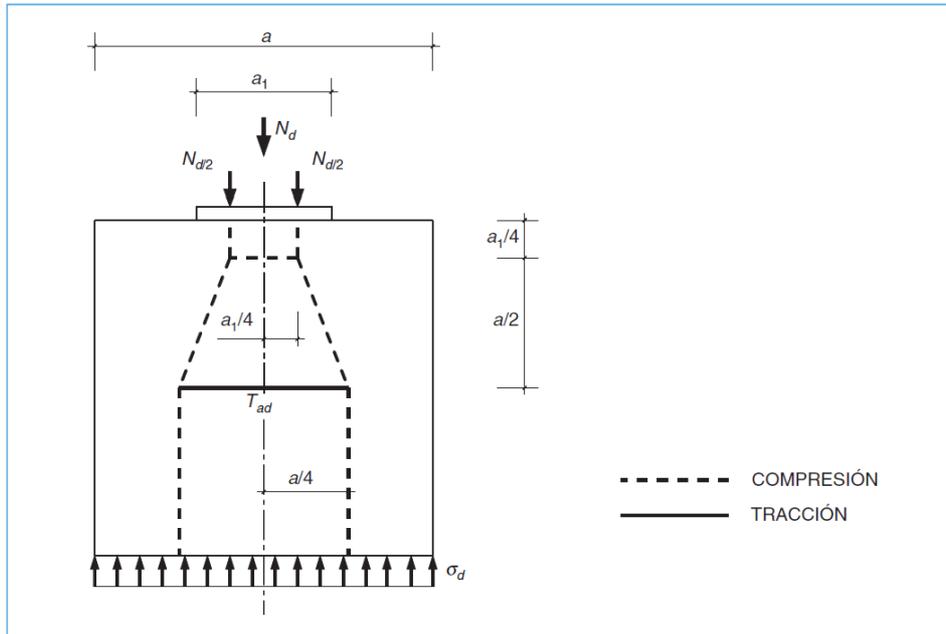


Figura 54: Tirante de cálculo

### 2.3. Criterios de disposición de armadura

Las armaduras determinadas según la ecuación (28) deberán distribuirse en una distancia comprendida entre  $0,1a$  y  $a$ .

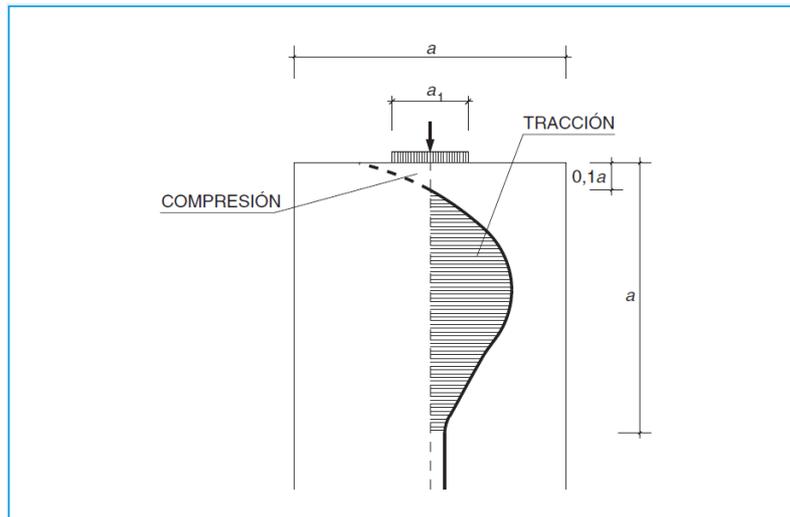


Figura 55: Distribución de esfuerzos transversales

### 2.4. Enfoque del Eurocódigo 1992-2

Esta norma trata el tema en el anexo J.104.2 de la norma EN 1992-2.

Aquí se establece el concepto de “prisma de regularización primario” en el cual ocurren estas tensiones.

Realiza dos verificaciones:

- La compresión máxima que puede soportar el prisma:

$$\frac{P_{max}}{c \cdot c'} \leq 0,6f_{ck}(t)$$

Donde  $P_{max}$  es la fuerza máxima aplicada a la armadura activa según el artículo 5.10.2.1 de EN 1992-1-1 y  $c$  y  $c'$  son las dimensiones del prisma (definidas según lo indica la norma en el artículo J.104.2).

- La tracción que deben soportar las armaduras dentro del prisma:

$$A_s \geq 0,15 \cdot \frac{P_{max}}{f_{yd}} \cdot \gamma_{p,unfav}$$

### 3. Tensiones verticales generadas por la apertura de la carga en la zona D

#### 3.1. Esquemas de bielas y tirantes

Lo expuesto en los apartados anteriores logra resultados confiables para esquemas de placas de anclajes aisladas y centradas, por lo que tendremos que buscar otro mecanismo para poder comprobar elementos con varias placas de anclaje y/o placas de anclajes no centradas.

Generalmente cuando tenemos varias placas de anclaje dispuestas en la altura de una viga buscaremos aplicar el principio de superposición de los esquemas de bielas y tirantes. El tirante definido en la ecuación (28) logra cubrir las tracciones de hendimiento de cada dispositivo de anclaje, localizadas próximas al mismo y en el ancho de la viga (Figura 56) lo que usualmente se conoce como “Prisma de regularización”. Sin embargo, lo anterior no es suficiente para llevar la tracción que se genera en el canto del elemento al unificar las fuerzas de las distintas placas de anclaje (Figura 57). Para esto se deben utilizar esquemas de bielas y tirantes adecuados que logren el equilibrio en dicha zona.

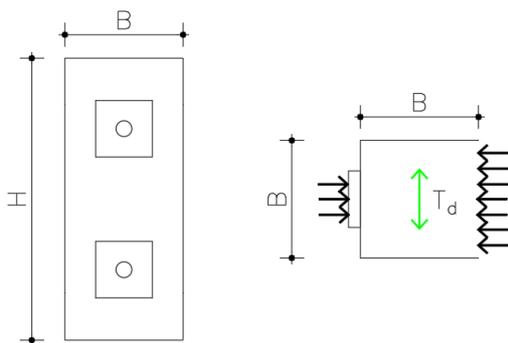


Figura 56: Tracción en plano horizontal

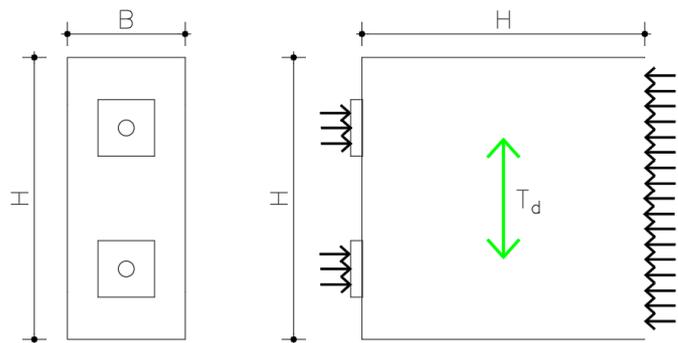


Figura 57: Tracción en plano vertical

A continuación mostraremos algunos esquemas básicos y esquemáticos de bielas y tirantes para algunos casos de placa de anclaje no centrada o sistema de fuerza equivalente de placas de anclaje. Teniendo en cuenta que cada esquema puede tener leves modificaciones dependiendo de la geometría real de nuestros elementos o sistema de fuerzas aplicado, la Figura 58 muestra un esquema usual en la etapa de tensado de nuestro elemento. Por otra parte, la Figura 59 muestra un esquema usual para

secciones en servicio con toda la sección comprimida, mientras que la [Figura 60](#) muestra un esquema usual en Estado límite último.

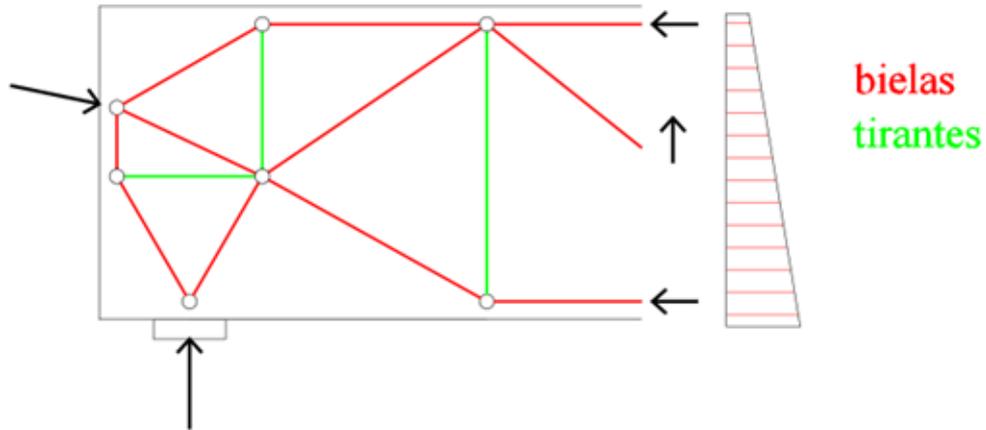


Figura 58: Esquema de bielas y tirantes - Etapa de tensado

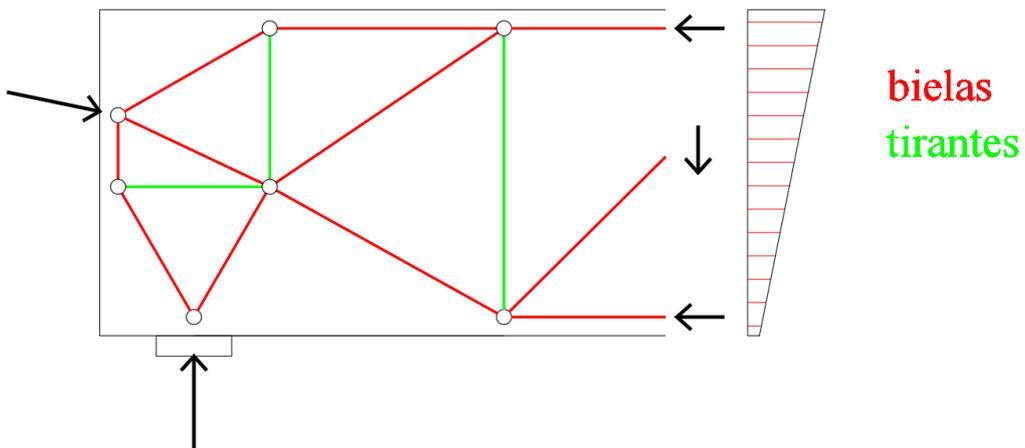


Figura 59: Esquema de bielas y tirantes - Etapa intermedia

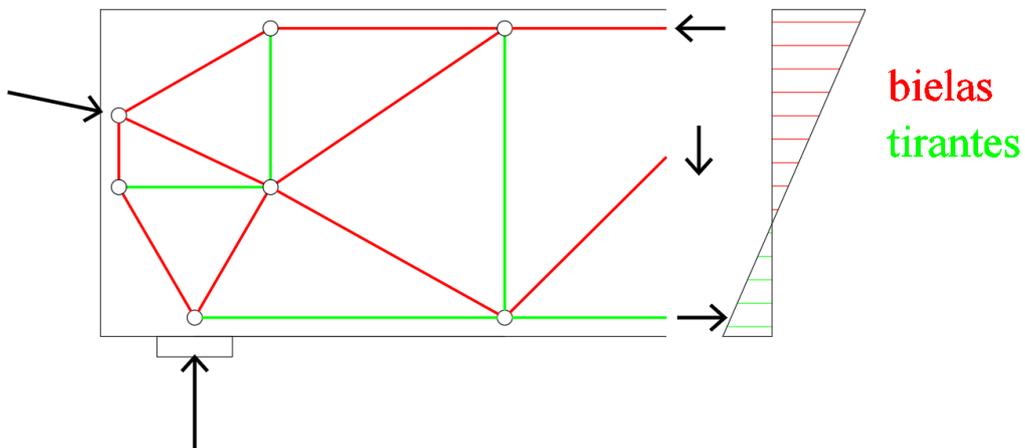


Figura 60: Esquema de bielas y tirantes - Estado límite último

Cabe destacar que los esquemas mostrados incluyen la acción de las cargas externas y son buenas aproximaciones del comportamiento real de piezas con una vaina actuante en las distintas etapas del proyecto. En el caso de haber más de una vaina, puede realizarse un esquema más complejo, o aplicar el principio de superposición haciendo esquemas simplificados para cada vaina.

De igual forma, pueden no incluirse las acciones externas en el esquema de bielas y tirantes, en el entendido que las armaduras necesarias para resistir estos esfuerzos se calcularon en los apartados anteriores, y calcular únicamente la armadura necesaria para el anclaje de pretensado en sí mismo. Luego se aplica el principio de superposición con lo calculado en la CLASE 6 - ELU Agotamiento frente a Cortante en la zona estudiada. Esta última simplificación es la que se considerará en el ejemplo de clase.

Como comentario adicional, el Eurocódigo EN 1992-1-1 en el artículo 8.10.3 establece un ángulo de propagación igual a  $2\beta$  (con  $\beta = 33,7^\circ$ ).

#### 4. Tensiones de descantillado en la cara de introducción de la armadura

En este caso adoptaremos lo indicado en el Anexo J de la UNE EN 1992-2, donde el área de armadura pasiva en la cara cargada en ambas direcciones es,

$$A_s \geq 0,03 \cdot \frac{P_{max}}{f_{yd}} \cdot \gamma_{p,unfav}$$

Donde  $P_{m\acute{a}x}$  se define según el capítulo 5.10.2.1 de la UNE EN 1992-1-1.

### 5. Ejemplo - Zonas de anclaje

#### 5.1. Geometría

Retomando el ejemplo que hemos utilizado desde la [CLASE 3 - Ejemplo](#). En el apartado (1.4) se definió una fuerza total de pretensado  $P_0=3100$  kN, a partir de esto se definieron un total de 14 cables Y 1860 S7 - 16mm ( $150\text{mm}^2$ ), con lo que se obtuvo un área total de acero activo de  $2100$  mm<sup>2</sup>. Para lo anterior se tomó, de acuerdo al catálogo MK4 dos vainas de 7 cables cada una con diámetro interior 62mm y diámetro exterior 67mm.

A partir de lo anterior podemos definir la geometría de nuestra viga en la zona de anclaje, para esto utilizamos la tabla 11 del catálogo MK4. Adicionalmente, la tabla 12 del catálogo MK4 nos indica la dimensión mínima que tiene que tener nuestra placa de anclaje mientras que la tabla 13 muestra el estribado que se debe concentrar sobre el mismo. A continuación se muestran las tablas antes mencionadas.

Cordón	Tipo de tendón	L1 [mm]	L2 [mm]	L3 [mm]	L4 [mm]	A [mm]	LC [mm]
0,6" (15mm)	4	800	1750	188	410	220	120
	5	800	1650	200	450	220	120
	7	800	1650	200	450	244	131
	9	850	1700	240	580	270	130
	12	850	1700	240	580	304	142
	15	900	1750	280	660	332	148
	19	900	1750	280	660	364	164
	24	1000	2000	380	760	406	165
	27	1000	2000	380	800	445	175
	31	1000	2000	380	800	445	185
	37	1000	2100	430	860	494	198

Tabla 11

Las distancias mostradas en la tabla 11 se ilustran en la [Figura 61](#),

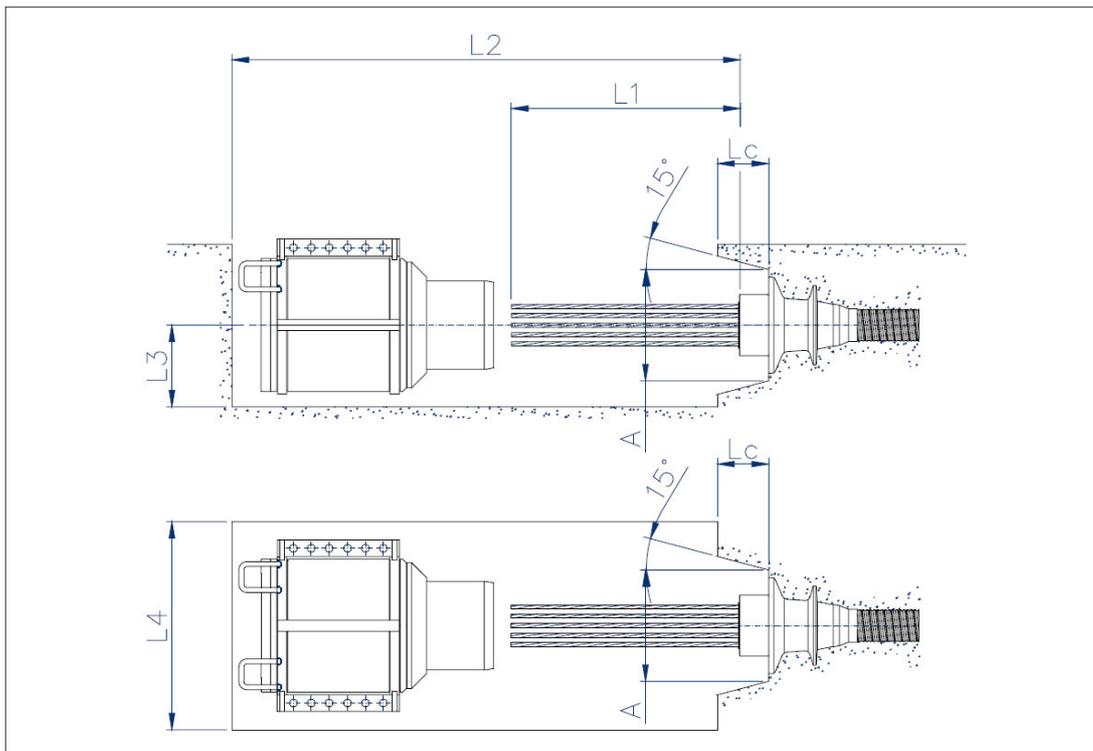


Figura 61: Esquema de zona de anclaje

Anclaje tipo		Área de Apoyo (cm <sup>2</sup> )
0,6" (15mm)	0,5" (13mm)	
	4/0,5"	328
	5/0,5"	328
4/0,6"		328
	7/0,5"	328
5/0,6"		328
	9/0,5"	454
7/0,6"		454
	12/0,5"	582
9/0,6"		582

Tabla 12

Anclajes		Trompeta	$a_1$ [mm]	D [mm]	L [mm]	P [mm]	ØC [mm]	cir [ud]	Ø [mm]
15mm	13mm								
	4/0,5"	T-4	170	155	240	80	210	4	10
	5/0,5"	T-4	170	155	240	80	210	4	10
<b>4/0,6"</b>		T-4	170	155	240	80	210	4	12
	7/0,5"	T-4	170	155	240	80	210	4	12
<b>5/0,6"</b>		T-4	170	155	240	60	210	5	12
	9/0,5"	T-5	194	150	285	95	260	4	14
<b>7/0,6</b>		T-5	194	150	280	70	260	5	14
	12/0,5"	T-6	220	175	320	80	310	5	14

Tabla 13

A partir de estos datos se obtiene el siguiente esquema para la geometría en la zona de anclaje,

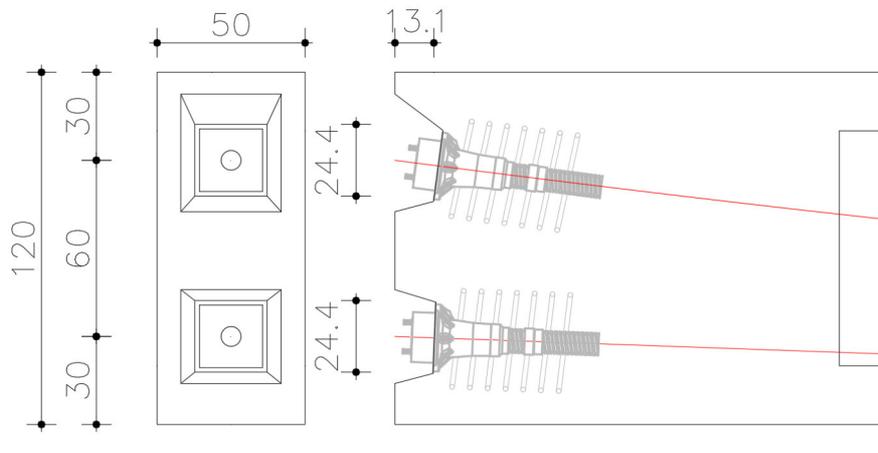


Figura 62: Esquema zona de anclaje

## 5.2. Comprobación tensiones locales bajo la pieza de anclaje

Para aplicar el Artículo 61.2 de la EHE-08 y la ecuación (27), consideremos la Figura 63 donde aproximadamente se considera que el tamaño de la placa de anclaje es 21x21cms.

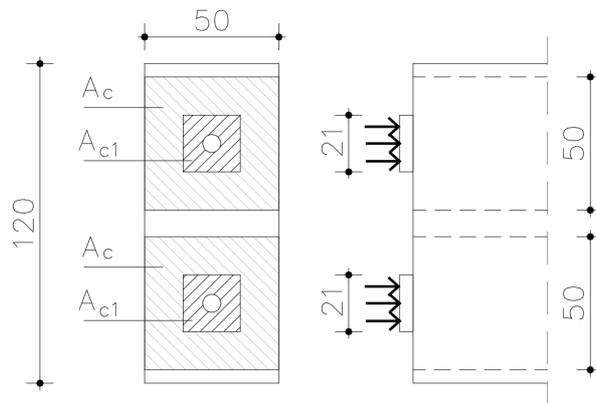


Figura 63: Esquema de prismas de regularización

Tenemos entonces que el área de la superficie restringida ( $A_{c1}$ ) y la situada concéntrica y homotéticamente ( $A_c$ ) son,

$$A_{c1} = 441 - \frac{\pi \cdot 6,7^2}{4} = 405,7 \text{ cm}^2$$

$$A_c = 50 \cdot 50 - \frac{\pi \cdot 6,7^2}{4} = 2464,7 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto se verifica que la fuerza de pretensado en cada vaina cumple,

$$N_d = 1,2 \cdot 1550 \text{ kN} = 1860 \text{ kN} \leq 40570 \cdot \sqrt{\frac{246470}{40570}} \cdot \frac{35}{1,5} = 2333 \text{ kN}$$

Observar que para este caso particular en que las dimensiones de nuestro elemento están un poco por encima de las mínimas exigidas por el proveedor y que estamos utilizando un hormigón de mejor calidad la verificación se cumple. Generalmente esto puede no suceder ya que la geometría de los dispositivos de anclajes permite un mejor desempeño al mostrado en la formulación de la EHE-08.

Adicionalmente recomendamos observar lo indicado en el Anexo J de la UNE EN 1992-2 y que mostraremos brevemente a continuación, donde se debe verificar que la compresión en el prisma de regularización cumpla,

$$\frac{P_{max}}{c \cdot c'} = \frac{1562,4 \times 10^3}{500 \cdot 500} = 6,25 \text{ MPa} \leq 0,6 \cdot f_{ck} = 21 \text{ MPa}$$

Donde  $P_{m\acute{a}x}$  se define según el capítulo 5.10.2.1 de la UNE EN 1992-1-1,

$$P_{m\acute{a}x} = \min\{k_1 \cdot f_{p,k}; k_2 \cdot f_{p,0,1,k}\} \cdot A_p = 0,8 \cdot 1860 \cdot 7 \cdot 150 = 1562,4 \text{ kN}$$

Para determinar la tracción en el plano horizontal aplicaremos el Artículo 61.3 de la EHE-08, por lo tanto el tirante deberá resistir la tracción de cálculo según la ecuación (28),

$$T_d = 0,25 \cdot N_d \cdot \left(\frac{a - a_1}{a}\right) = 0,25 \cdot 1,2 \cdot 1550 \cdot \left(\frac{500 - 210}{500}\right) = 269,7 \text{ kN} \leq A_s \cdot f_{yd}$$

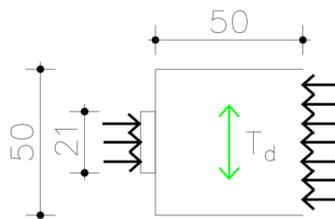


Figura 64: Tracción en plano horizontal

Por lo tanto obtenemos que,

$$A_s \geq \frac{269,7 \times 10^3}{300} = 899 \text{ mm}^2 \rightarrow 2R \ 6\phi 10 \text{ dispuestas entre } 5\text{cm y } 50\text{cm}$$

Adicionalmente recomendamos observar lo indicado en el Anexo J de la UNE EN 1992-2, en particular lo referido a la verificación anterior, para lo que el Eurocódigo plantea que en cada prisma de regularización se debe disponer una armadura mínima,

$$A_s \geq 0,15 \cdot \frac{P_{max}}{f_{yd}} \cdot \gamma_{p,unfav} = 0,15 \cdot \frac{1562,4 \times 10^3}{300} \cdot 1,2 = 938 \text{ mm}^2 \rightarrow 2R 6\phi 10$$

Donde  $P_{m\acute{a}x}$  se define según el capítulo 5.10.2.1 de la UNE EN 1992-1-1.

### 5.3. Comprobación tensiones verticales en la zona de discontinuidad

Por otra parte para determinar la tracción en el plano vertical debemos plantear un esquema de bielas y tirantes adecuados que logre el equilibrio en dicha zona. Esto se realizará únicamente para los esfuerzos de pretensado y luego se aplicará el principio de superposición con las armaduras obtenidas para los esfuerzos externos.

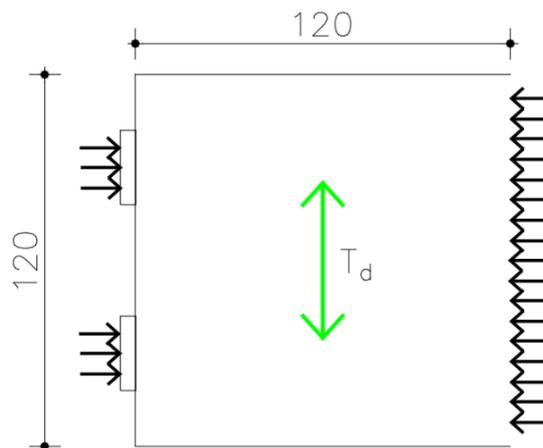


Figura 65: Tracción en plano vertical

Sobre el esquema actúa la carga  $P$  que es la fuerza de pretensado descontando las pérdidas instantáneas,

$$P = 1,2 \cdot 2883/2 = 1730 \text{ kN}$$

Se ingresa la componente horizontal y vertical de dicha fuerza (la componente horizontal se simplifica tomándola igual a  $P$ ).

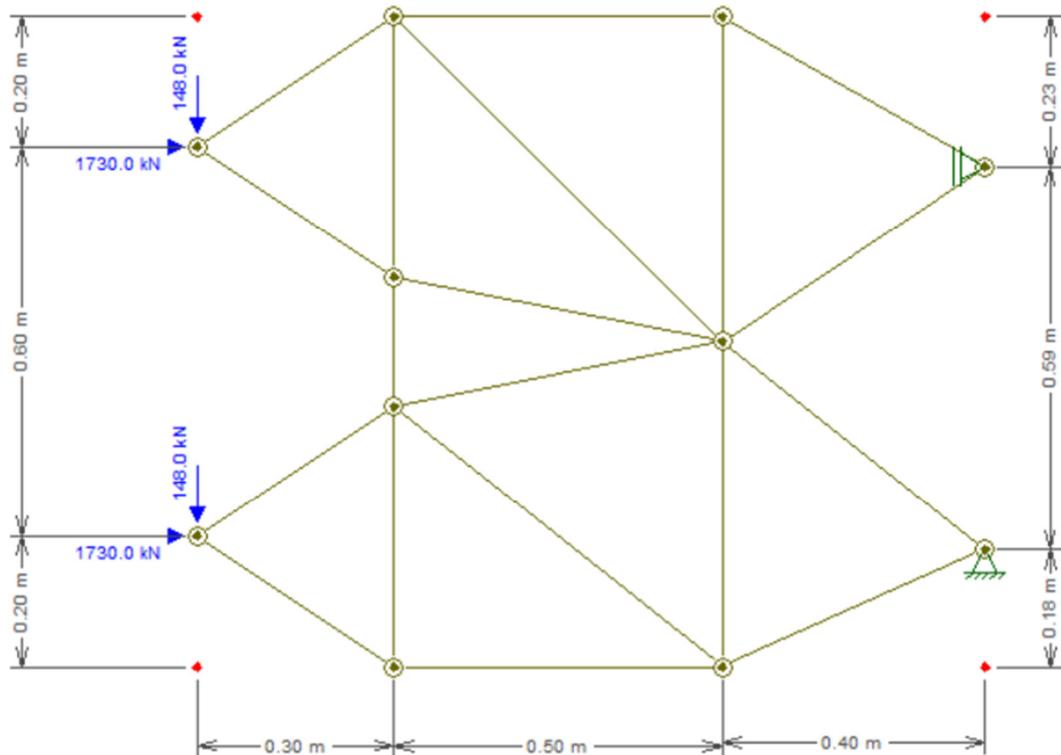


Figura 66: Esquema de bielas y tirantes

El esquema cumple con las condiciones de borde adecuadas, en la sección a un canto de distancia del extremo se considera la carga  $P$  actuando a la correspondiente excentricidad ( $e_p (x=H)$ ). En función del diagrama de tensiones de la sección es que se definen las condiciones de apoyo del esquema.

Simplificadamente se desprecian los efectos de los sistemas de carga equivalentes que se producen por la trayectoria de la posición del pretensado.

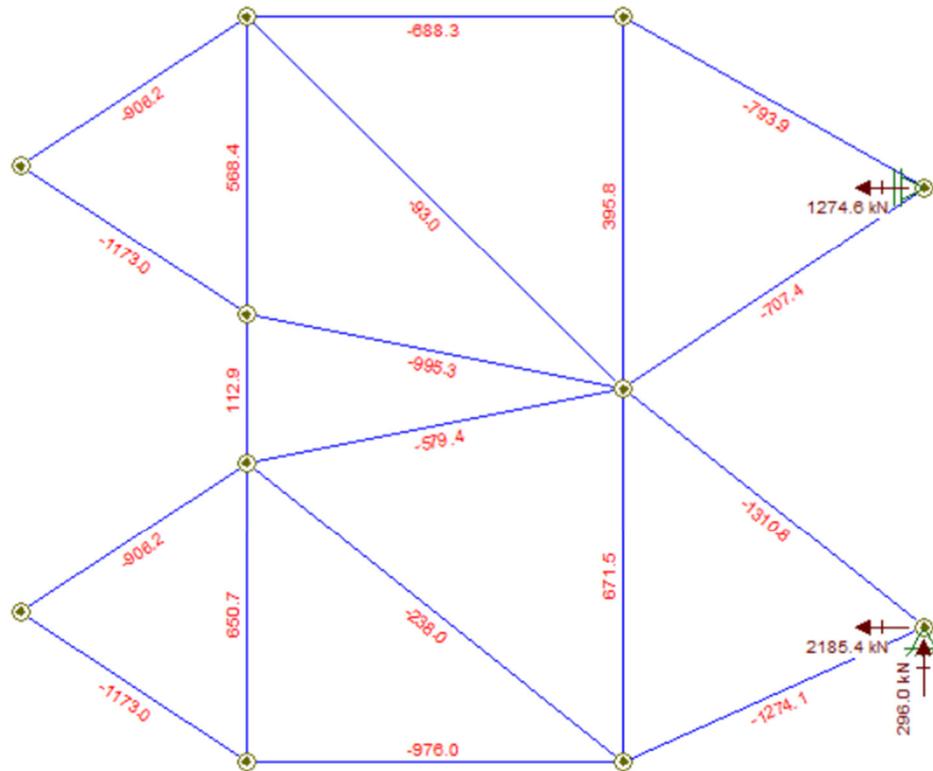


Figura 67: Esquema de fuerzas

Por lo tanto, obtenemos para el tirante más solicitado:

$$T_d = 672 \text{ kN}$$

$$A_s \geq \frac{672 \times 10^3}{300} = 2240 \text{ mm}^2 \rightarrow$$

Son 10 estribos  $\phi 12$  (2 ramas) colocados cada 5 cm dispuesto en una franja de 50 cm centrada con el tirante (10  $\times$  1 estr.  $\phi 12/5$  dispuestos en una franja de 50 cm centrada con el tirante).

Para el otro tirante:

$$T_d = 651 \text{ kN}$$

$$A_s \geq \frac{651 \times 10^3}{300} = 2170 \text{ mm}^2 \rightarrow$$

Son 10 estribos  $\phi 12$  (2 ramas) colocados cada 5 cm dispuesto en una franja de 50 cm centrada con el tirante (10  $\times$  1 estr.  $\phi 12/5$  dispuestos en una franja de 50 cm centrada con el tirante).

### 5.4. Comprobación tensiones de descantillado

Por último se debe colocar una armadura de borde (superficial) en la cara cargada para llevar las tensiones de tracción de descantillado, en la bibliografía se pueden encontrar varios valores para dimensionar este esfuerzo como un porcentaje de la carga aplicada.

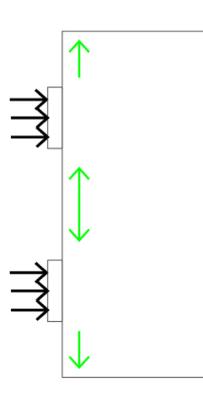


Figura 68: Tensiones de descantillado

En este caso adoptaremos lo indicado en el Anexo J de la UNE EN 1992-2, donde el área de armadura pasiva en la cara cargada en ambas direcciones es,

$$A_s \geq 0,03 \cdot \frac{P_{max}}{f_{yd}} \cdot \gamma_{p,unfav} = 0,03 \cdot \frac{1562,4 \times 10^3}{300} \cdot 1,2 = 188 \text{ mm}^2 \rightarrow 5\phi 8$$

Donde  $P_{m\acute{a}x}$  se define según el capítulo 5.10.2.1 de la UNE EN 1992-1-1.

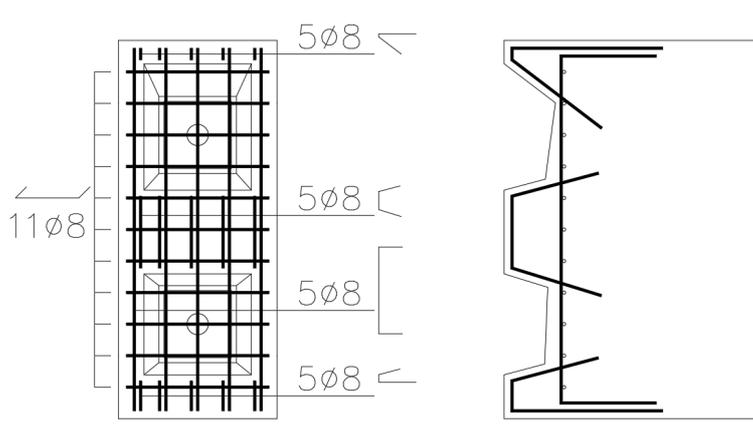


Figura 69: Esquema armadura superficial adicional

Un comentario adicional sobre estas comprobaciones para este tipo de elementos es que en algunas normas y/o bibliografías se realiza la recomendación de trabajar con tensiones limitadas para controlar la fisuración en estas zonas (tensiones por debajo de 300 MPa según el Eurocódigo).

Por otra parte, una recomendación adicional respecto a poder tener una idea inicial e identificar un posible esquema de bielas y tirantes, es realizar un modelo plano con elementos de área con condiciones de borde adecuadas y fuerzas aplicadas e identificar tensiones normales principales.

Para el caso del trabajo práctico actuando en ELU, con tres vainas que se introducen, se tiene un diagrama del tipo:

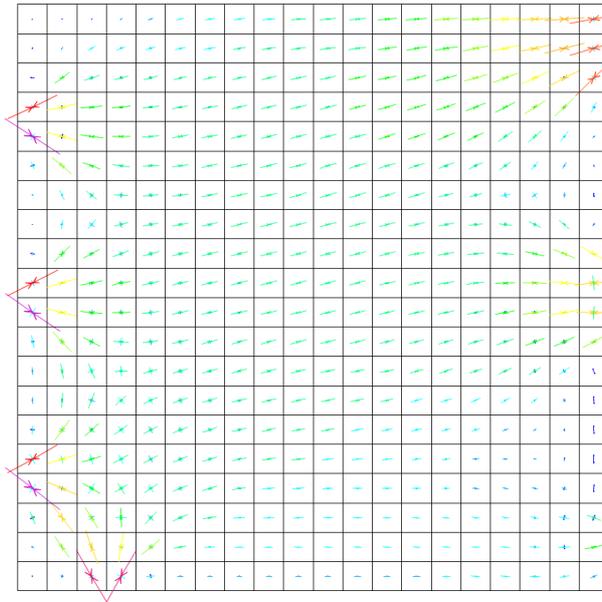


Figura 70: Esquema de tensiones principales

Como complemento de las clases teóricas y de estas notas se recomienda el capítulo 57 del libro “Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón - Tomo 2” de J. Calavera y la Monografía de ACHE sobre el Método de Bielas y Tirantes.