

CLASE 6 - ELU Agotamiento frente a Cortante

En esta clase veremos, a modo de resumen, algunos de los conceptos mostrados en el Artículo 6.2 de la norma UNE-EN 1992-1-1, ya tratados en las clases teóricas y que adoptaremos para el desarrollo del trabajo práctico. A partir de lo anterior, continuaremos con el ejemplo utilizado en las clases anteriores y realizaremos la verificación del Estado Límite Último de Agotamiento frente a Cortante. Se aplicarán conceptos de cursos anteriores, con el enfoque del Eurocódigo, y profundizaremos en los aspectos particulares donde actúa el pretensado.

1. Generalidades

1.1. Notación de valores de cálculo

Se define en el artículo 6.2.1:

- $V_{Rd,C}$ es el valor de cálculo de la resistencia a cortante del elemento sin armadura de cortante.
- $V_{Rd,S}$ es el valor de cálculo de la resistencia a cortante que puede soportar la armadura de cortante al límite elástico.
- $V_{Rd,max}$ es el valor de cálculo del esfuerzo cortante máximo que puede soportar el elemento, limitado por las bielas de compresión.

1.2. Esfuerzo cortante último de la sección

El Artículo 6.2.1 indica que el esfuerzo cortante último V_{Rd} de una sección con armadura de cortante es el siguiente:

$$V_{Rd} = V_{Rd,S} + V_{td} + V_{ccd}$$

Donde,

- V_{Rd} , es el esfuerzo cortante último de la sección.
- V_{td} , es el cortante resistido por las armaduras inclinadas de tracción.
- V_{ccd} , es el cortante producido por la inclinación longitudinal de la cabeza de compresión en piezas de canto variable. En elementos de altura variable las tensiones normales de compresión y tracción no son paralelas a la línea media de la sección, por lo tanto, se tienen componentes paralelas a la sección.

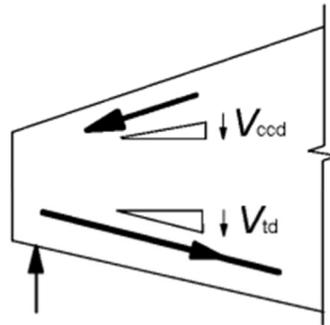


Figura 6.2 – Componente de cortante para elementos con cordones inclinados

Figura 43 Contribución a la resistencia a cortante de las armaduras de tracción y de la cabeza de compresión inclinadas

1.3. Esfuerzo cortante solicitante de la sección

La fuerza cortante producida por las fuerzas externas y la fuerza de pretensado se denomina fuerza cortante efectiva (V_{Ed}).

Tener presente que si trabajamos con sistemas de cargas equivalentes la acción del pretensado estará incluida en las cargas externas y por otra parte si nuestro modelo estructural considera la geometría exacta de nuestra estructura V_{ccd} también estará incluida en V_{Ed} .

El pretensado produce dos efectos sobre la resistencia a cortante,

- Un primer efecto se debe a la proyección vertical de la fuerza de pretensado y que se resta al esfuerzo cortante debido a acciones exteriores, como se muestra en la [Figura 44](#).

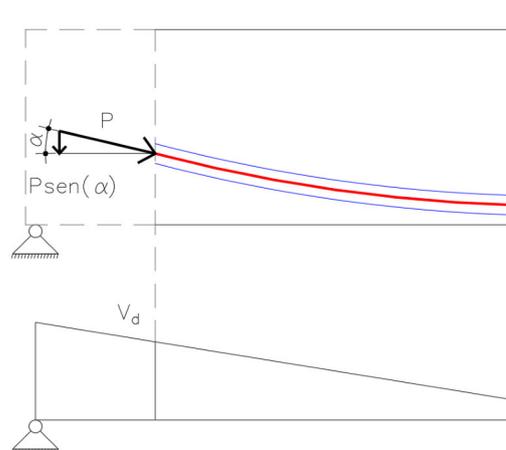


Figura 44: Contribución de pretensado

$$V_{Ed} = V_{d,Ext} - P \cdot \text{sen}(\alpha)$$

- Otro efecto se debe a que la fuerza de compresión que el pretensado introduce sobre el elemento mejora la resistencia a cortante del hormigón, como veremos en los siguientes apartados.

1.4. Comprobaciones

Siguiendo lo indicado en el Artículo 6.2.1 se tendrán que realizar las siguientes verificaciones,

- Se verifica si la pieza requiere armadura de cortante:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

- En caso de que requiera armadura de cortante se debe verificar:
 - Agotamiento por compresión oblicua del alma:

$$V_{Ed} - V_{td} - V_{ccd} \leq V_{Rd,max}$$

- Se verifica la resistencia a tracción de las armaduras de cortante:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd}$$

1.5. Agotamiento por tracción del alma (piezas sin armadura de cortante)

Se verifica si el cortante que solicita la pieza requiere armadura de cortante:

En caso que se cumpla la siguiente inequación, la pieza no requiere armadura de cortante en la sección:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

Donde:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c}k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp}]b_w d \geq V_{Rd,c,min} = [v_{min} + k_1\sigma_{cp}]b_w d$$

Consideraciones especiales por la presencia de pretensado indicadas en el Artículo 6.2,

- El ancho b_w es la menor anchura de la sección transversal entre los cordones de tracción y compresión. Si el alma contiene vainas metálicas inyectadas, con un diámetro $\phi > b_w/8$ se debe considerar una anchura nominal igual a (ecuación 6.16):

$$b_w = b - 0,5\sum\Phi$$

Donde b es el ancho del alma y $\sum\Phi$ la suma de los diámetros de las vainas.

Si $\phi \leq b_w/8$ entonces $b_w = b$.

Para vainas metálicas no inyectadas se debe seguir la ecuación 6.17:

$$b_w = b - 1,2\sum\Phi$$

- $C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$

- $k_1 = 0,15$
- $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$ con d en mm.
- $v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$
- Para la cuantía geométrica de la armadura longitudinal principal de tracción se considera la suma de armadura pasiva y activa adherente.

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02$$

A_{sl} es el área de la armadura de tracción que se extiende una longitud $\geq l_{bd} + d$ de la sección a analizar.

- La tensión media en el alma σ_{cp} es,

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,20 f_{cd}$$

Con

- N_d , esfuerzo axil, incluido pretensado y considerado positivo para compresión.
- A_c , área total sección de hormigón.

Aunque no sea requerida por cálculo, se debe colocar una armadura de cortante mínima conforme al apartado 9.2.2 que se detalla más adelante.

En elementos sometidos predominantemente a cargas uniformemente distribuidas, no es necesario realizar esta verificación a una distancia menor que d desde el borde del apoyo.

1.6. Agotamiento por compresión oblicua del alma (elementos con armadura de cortante)

El esfuerzo de agotamiento por compresión oblicua del alma se debe comprobar en la sección del apoyo o en la sección donde se produzca el cortante máximo de la viga. En regiones o elementos que no requieren armadura de cortante esta verificación no es necesaria.

Se debe verificar:

$$V_{Ed} - V_{td} - V_{ccd} \leq V_{Rd,max}$$

El valor de la resistencia, para piezas armadas con estribos verticales, se obtiene según la ecuación:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} \frac{1}{\cotg(\theta) + tg(\theta)}$$

- z es el brazo de par de la sección para el momento flector en el elemento seleccionado. Puede tomarse $z = 0,9d$.
- Para hormigones con $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$ y con valor de cálculo de las armaduras de cortante $f_{yd} \leq 0,8f_{yk}$ (la práctica usual es considerar $f_{ywd} = 400 \text{ MPa}$), se puede tomar $v_1 = 0,6$

- α_{cw} es un coeficiente que depende de la fuerza de compresión aplicada y que para ciertos rangos de compresión moderada tiene un efecto favorable mientras que para valores elevados de compresión su efecto es desfavorable (Figura 45).

$\alpha_{cw} = 1$, para estructuras sin esfuerzos de compresión

$$\alpha_{cw} = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}, \text{ para } 0 < \sigma_{cp} \leq 0,25f_{cd}$$

$$\alpha_{cw} = 1,25, \text{ para } 0,25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,50f_{cd}$$

$$\alpha_{cw} = 2,5 \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right), \text{ para } 0,5f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,00f_{cd}$$

σ_{cp} es la tensión media de compresión en el hormigón (medida positiva) por el axil de cálculo. Se debe obtener haciendo el promedio de la tensión de hormigón considerando la armadura de compresión. No es necesario calcular el valor de σ_{cp} a $0,5 d \cot g(\theta)$ desde el borde del apoyo.

$$\sigma_{cp} = \frac{N_d - A_s' \sigma_{sd}}{A_c}$$

Con

- N_d , esfuerzo axil, incluido pretensado y considerado positivo para compresión.
- A_s' , área total de armadura comprimida.
- σ_{sd} es la tensión de cálculo de la armadura comprimida.
- A_c , área total sección de hormigón.

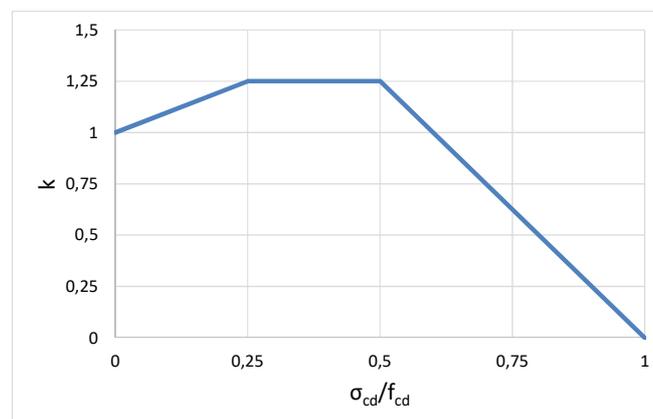


Figura 45: Valor de α_{cw}

1.7. Angulo de inclinación θ

El ángulo de inclinación θ de las bielas de hormigón a adoptar en el modelo del reticulado equivalente no tiene un valor determinado, siendo posible adoptar cualquier valor que cumpla $1 \leq \cot g(\theta) \leq 2,5$. (Si se utiliza el Anexo Español $0,5 \leq \cot g(\theta) \leq 2,0$). Dependiendo del caso, aumentar la inclinación de θ en general beneficia la capacidad resistente de $V_{Rd,max}$, sin embargo como contrapartida se exigen

más a los tirantes. Usualmente las bielas de compresión verifican con holgura por lo que se busca un ángulo θ para optimizar el diseño de la tracción del alma.

1.8. Armaduras transversales (regiones que requieren armadura de cortante)

El artículo 6.2.3 considera que la totalidad del esfuerzo cortante es resistido por las armaduras de cortante. El cortante que resisten dichas armaduras es, para estribos verticales:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot g(\theta)$$

Donde,

- A_{sw} es el área de la sección transversal de la armadura de cortante en una separación s .

En elementos sometidos predominantemente a cargas uniformemente distribuidas, no es necesario realizar esta verificación a una distancia menor que d desde el borde del apoyo. No obstante, cualquier armadura de cortante debe continuar hasta el apoyo.

1.9. Separaciones máximas y cuantías mínimas

El Artículo 9.2.2 impone condiciones de separación longitudinal máxima de manera de asegurar un adecuado confinamiento del hormigón sometido a compresión oblicua. En el caso de tener únicamente estribos verticales, debe verificarse:

$$s_l \leq s_{l,max} = 0,75d$$

La separación transversal máxima de las ramas de una serie de cercos debe cumplir:

$$s_t \leq s_{t,max} = 0,75d \leq 600 \text{ mm}$$

Adicionalmente se debe cumplir la siguiente condición de cuantía mínima, expresada para el caso de estribos verticales:

$$\frac{A_{sw}}{s b_w} \geq 0,08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk}$$

1.10. Armaduras longitudinales

Las armaduras longitudinales de flexión deben ser capaces de soportar un incremento de tracción respecto al producido por el momento flector de diseño según la ecuación (válida en piezas armadas con estribos verticales):

$$\Delta F_{td} = 0,5 V_{Ed} \cot g(\theta)$$

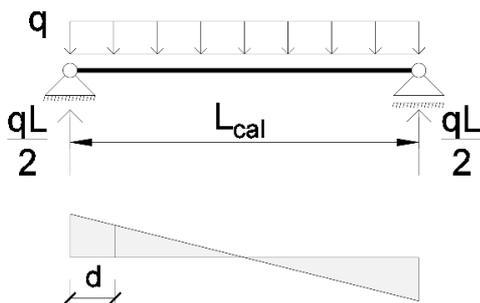
2. Ejemplo - Cálculos en ELU de Cortante

A continuación usaremos los datos del ejemplo utilizado en las clases anteriores y realizaremos la verificación del Estado Límite Último de Agotamiento frente a Cortante.

2.1. Cortantes de diseño

A partir de las cargas obtenidas en podemos determinar la carga de diseño para nuestra viga,

$$q_d = 1,35 \cdot (pp_v + pp_p) + 1,5 \cdot (q_{sc}) = 1,35 \cdot (9,2 + 15) + 1,5 \cdot (15) = 55,17 \text{ kN/m}$$



$$V_{Ed1,ext}(x = 0) = \frac{q_d \cdot L_{cal}}{2} = \frac{55,17 \cdot 20}{2} = 551,7 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} V_{Ed2,ext}(x = d) &= q_d \cdot \left(\frac{L_{cal}}{2} - d \right) = \\ &= 55,17 \cdot \left(\frac{20}{2} - 1,15 \right) = 488,3 \text{ kN} \end{aligned}$$

Figura 46: Esquema de cálculo

2.2. Esfuerzo Cortante Solicitante

A partir de lo desarrollado en la [CLASE 3 - Ejemplo](#) tenemos que el valor de la fuerza de pretensado luego de ocurridas las pérdidas es en promedio $P_{inf} = 2480 \text{ kN}$. Estrictamente uno debería utilizar el valor de fuerza correspondiente a la sección de verificación, en el ejemplo trabajaremos simplifcadamente con el valor promedio de fuerza.

Adicionalmente a partir de la trayectoria parabólica definida en dicha clase tenemos que,

$$\alpha(0) = 8,56 \times 10^{-2} \text{ rad } (\approx 4,9^\circ)$$

$$\alpha(d = 1,15\text{m}) = 7,58 \times 10^{-2} \text{ rad } (\approx 4,3^\circ)$$

Por lo tanto, obtenemos que el valor de esfuerzo cortante efectivo para la verificación de la compresión oblicua del alma es,

$$V_{Ed1} = V_{Ed1,ext} - P \cdot \text{sen}(\alpha) = 551,7 - 2480 \cdot \text{sen}(8,56 \times 10^{-2}) = 339,7 \text{ kN}$$

Mientras que el valor de esfuerzo cortante efectivo para la verificación de la tracción del alma es,

$$V_{Ed2} = V_{Ed2,ext} - P \cdot \text{sen}(\alpha) = 488,3 - 2480 \cdot \text{sen}(7,58 \times 10^{-2}) = 300,6 \text{ kN}$$

2.3. Verificación sin armadura de cortante

Se verifica si la pieza requiere armadura de cortante:

Hormigón Estructural 3

- $C_{RD,c} = 0,12$
- $k_1 = 0,15$
- $k = 1,42$
- $v_{min} = 0,63 MPa$
- $\rho_l = 0,0103$ ($A_{sl} = A_p + A_s = 2100 mm^2$; considerando conservadoramente que las armaduras pasivas longitudinales calculadas no se anclan correctamente la longitud exigida. Esta consideración depende de la geometría del apoyo y del momento de diseño en dicha sección.)
- $b_w = 210 - 0,5 * 67 = 176,5 mm$ (Se está restando un diámetro de vaina ya que al estar una encima de la otra el ancho de biela es interferido por una vaina a la vez.)
- $d = 1150 mm$
- $\sigma_{cp} = \frac{N_d}{A_c} = \frac{2480 kN}{3680 cm^2} = 6,74 MPa \leq 0,2 f_{cd} = 4,67 MPa$ por lo que adoptamos el segundo valor.
- $V_{Rd,c} = 256 kN$ con un mínimo de $V_{Rd,c,min} = 270 kN$

Como $V_{Ed2} = 300,6 kN > V_{Rd,c,min} = 270 kN$ la pieza requiere armadura de cortante.

2.4. Agotamiento por compresión oblicua del alma

Al realizar esta verificación se define el ángulo de inclinación de las bielas, buscando optimizar el funcionamiento de la armadura. Se toma $\theta = 22^\circ$.

Se verifica para ese ángulo:

- $z = 0,9 d = 1035 mm$
- $\sigma_{cp} = \frac{2480 kN}{3680 cm^2} = 6,74 MPa$
- $\alpha_{cw} = 1,25$
- $V_{Rd,max} = 1110 kN$

Se cumple que $V_{Ed,1} < V_{Rd,max}$ por lo que se concluye que el ángulo θ elegido es válido.

2.5. Agotamiento por tracción del alma

Se calcula la resistencia de las armaduras:

- $V_{Rd,s} \geq V_{Ed,2} = 300,6 kN$

Se colocan estribos $\phi 8/30cm$:

- $\frac{A_{sw}}{s} = 335 mm^2/m$
- $V_{Rd,s} = 343,4 kN$

Por otra parte, la separación longitudinal máxima de los estribos es:

$$s_{l,\max} = 0,75 \cdot 1150 = 862,5 \text{ mm}$$

Se verifica la cuantía geométrica mínima:

$$\sum \frac{A_{sw}}{s} \geq 0,08 \left(\frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \right) b_w = 167 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Por lo tanto, la armadura dispuesta cumple con la cuantía geométrica mínima.

2.6. Armadura longitudinal en el apoyo

Se obtiene el incremento de tracción que deben soportar las armaduras longitudinales en la sección del apoyo:

$$\Delta F_{td} = 0,5 * 339,7 * 2,48 = 420,4 \text{ kN} \rightarrow A_{s,nec} = 1050,9 \text{ mm}^2 \text{ (se coloca } 6\Phi 16)$$

Se deben disponer 6Φ16 correctamente anclados en forma de horquillas.

3. Consideraciones adicionales

En vigas pretensadas usualmente se suelen armar varios tramos de armado de cortante para optimizar el diseño. En este ejemplo puede definirse una zona central donde no se requiere armadura de cortante (se debe disponer cuantía mínima) y colocar el armado calculado en las zonas extremas de la viga.

Como complemento de las clases teóricas y de estas notas se recomienda el capítulo 39 del libro "Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón - Tomo 2" de J. Calavera y el capítulo 7 del libro "Hormigón Armado y Pretensado" de los autores Enrique Hernández Montes y Luisa María Gil.

Se recuerda lo mencionado en el capítulo [Consideraciones geométricas adicionales](#) para definir la geometría en la zona de apoyos. Por otra parte, se indica un detalle constructivo usual para el anclaje de la armadura en la zona de apoyos. Debido a los rebajes para colocar los dispositivos de anclaje no se cuenta con espacio para subir la armadura pasiva por lo tanto se suelen emplear horquillas con empalmes adecuados con la armadura longitudinal de la viga.

En caso de que haya suficiente espacio para anclar la armadura longitudinal a partir del apoyo, puede prescindirse de las horquillas colocadas con ese fin. Esto puede verificarse al definir la geometría del apoyo.

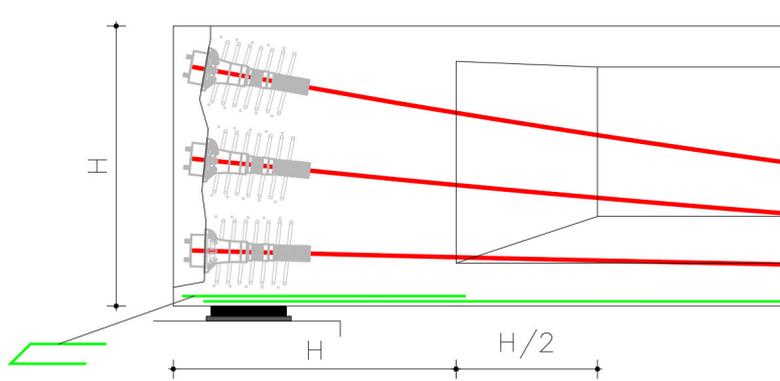


Figura 47: Geometría de viga en apoyo