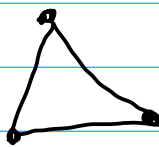


Ejercicio 8

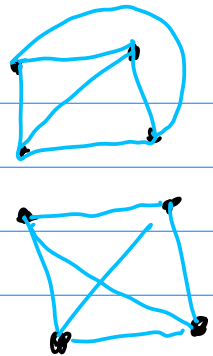
- (a) Determinar la cantidad de triángulos que tiene K_n .
- (b) Determinar la cantidad de caminos simples que tiene $K_{1,n}$.
- (c) Determinar la cantidad de ciclos de longitud k que hay en la rueda W_n .

K_n grafo completo

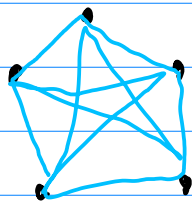
K_3



K_4



K_5



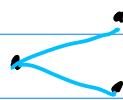
a) cantidad de triángulos
= subconjuntos de 3
 $\binom{n}{3}$

b) caminos simples de $K_{1,n}$

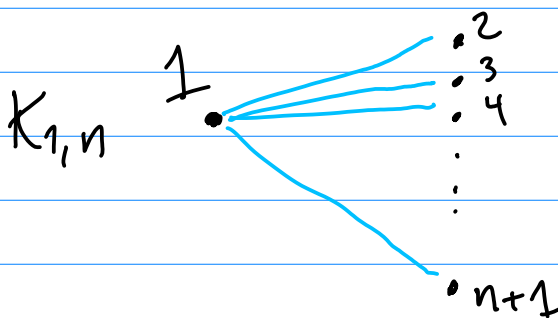
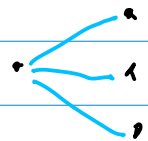
$K_{1,1}$



$K_{1,2}$



$K_{1,3}$



def: un camino simple

1-2

2-1

caso 1: cantidad de caminos que parten de 1 son n

caso 2: caminos que parten de $i \in \{2, 3, \dots, n+1\}$



Case 3: caminos desde $\{2, 3, \dots, n+1\}$
a 1 son n

Total: $2n + n(n-1)$

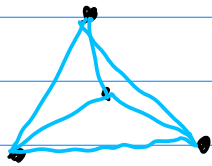
$= \underline{\underline{n(n+1)}}$

$\forall n \geq 1$

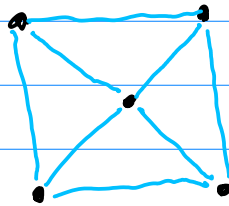
Si no nos importare
el orden habria
que dividir entre
2

c) Cantidad de ciclos de longitud K que
hay en W_n

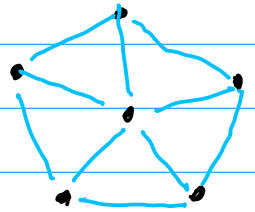
W_3



W_4

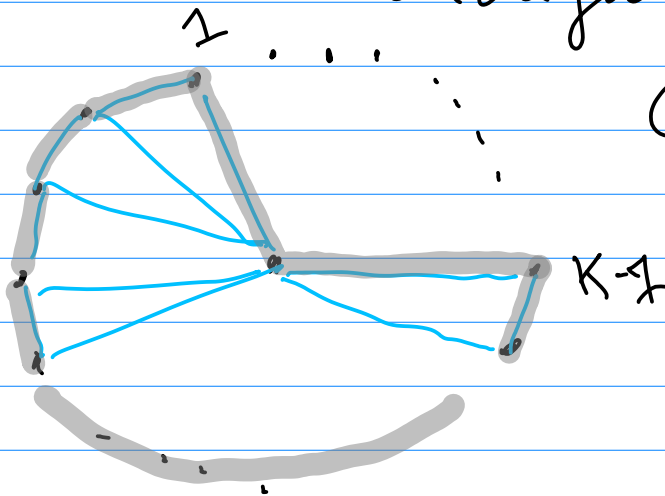


W_5



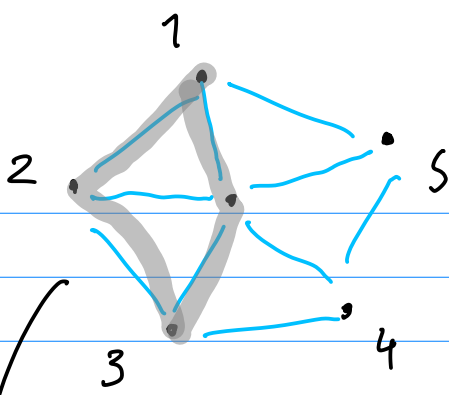
Si $K=3$

3-ciclos en W_3 serian los
Triangulos, son 4



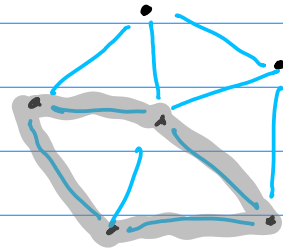
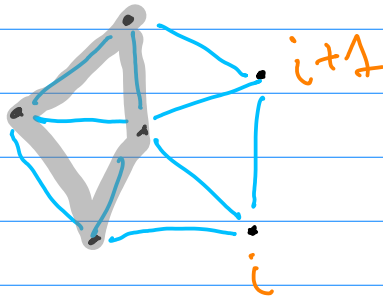
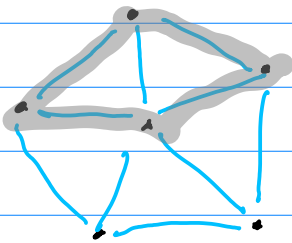
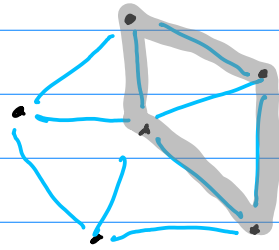
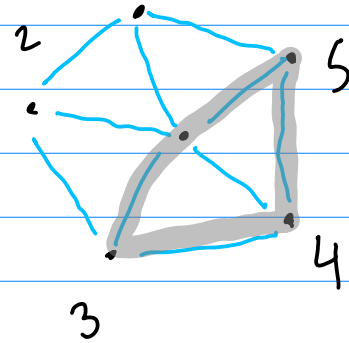
Queremos contar
los ciclos de largo
 K en W_n

$K=4$ los 4-ciclos de W_n



Si tenga un ciclo de largo 4

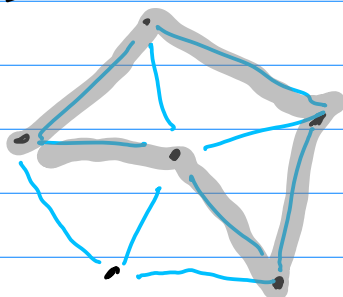
Afuera del ciclo me quedan 2 vertices



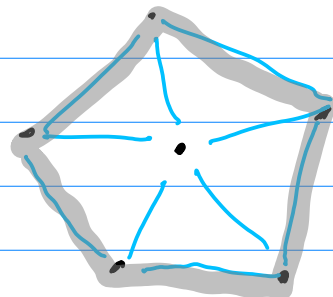
Formas de elegir 2 vertices adyacentes
hay 5, digas un numero i y el
por que tiene } $i, i+1$

$i+1$ es el
siguiente vertice
en sentido horario

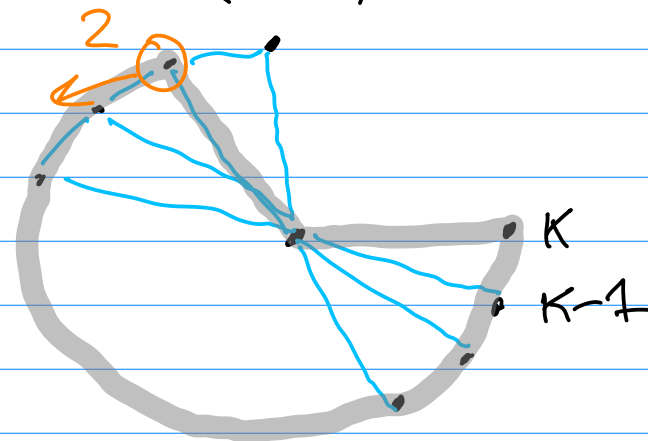
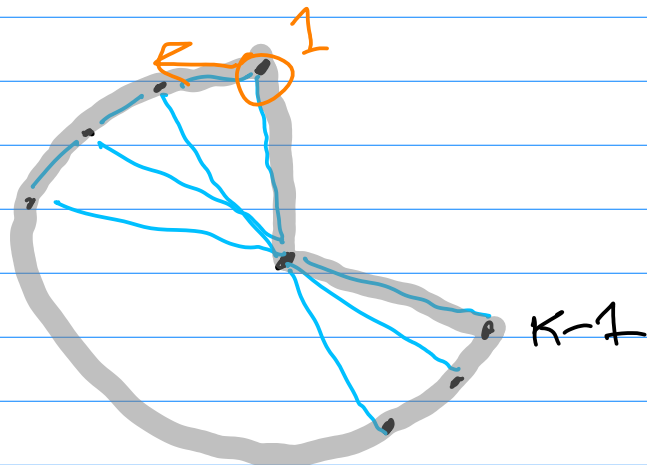
Si $K=5$



5



Consideramos W_n y queremos contar los K -ciclos



Tengo n K -ciclos

El caso en que $n=K$ tenemos $n+1$ K -ciclos

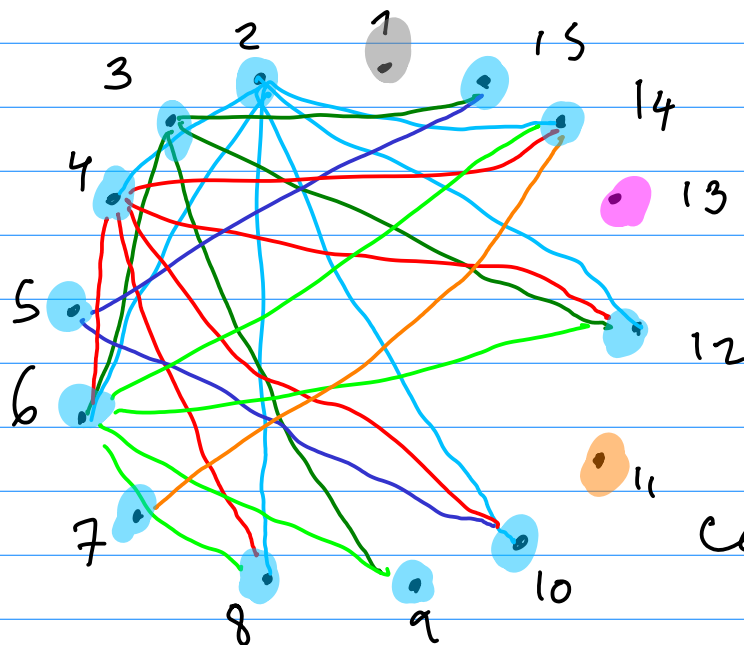
Si $K > n$ no hay ciclos en W_n

Ejercicio 3 Sea G el grafo cuyos vértices son $\{1, 2, \dots, 15\}$ y tal que i es adyacente al j si y solo si su máximo común divisor es mayor que 1. Determinar la cantidad de componentes conexas de G .

$$\text{mcd}(a, b) = d$$

$$d|a \quad d|b$$

$$\text{y si } c|a, c|b \Rightarrow d|c$$

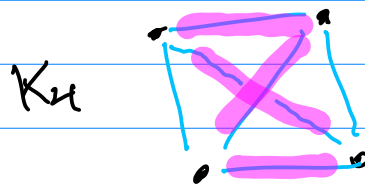
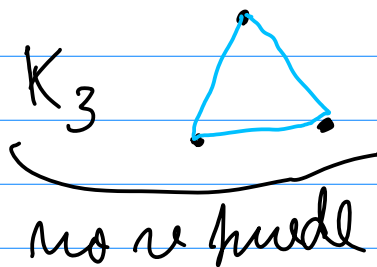


Componente conexa de 1 = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14\}$

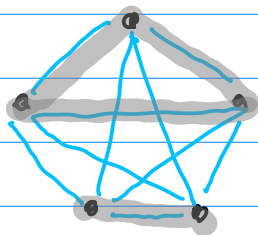
componente conexa de 2 = $\{11\}$

$\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15\}$

Ejercicio 5 Hallar la mínima cantidad de aristas que se debe eliminar a K_n para que quede desconectado en 2 componentes conexas, ninguna de las cuales sea un vértice aislado.

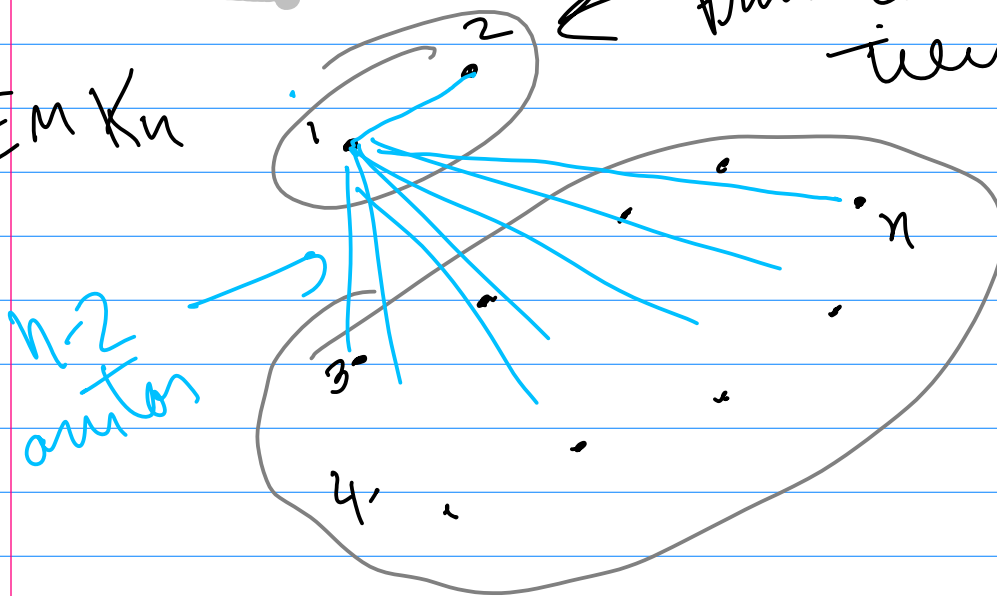


En K_4 hay que eliminar 4



y saca 6 aristas

En K_n



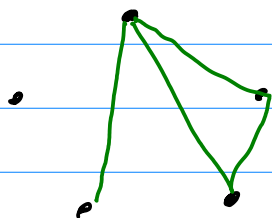
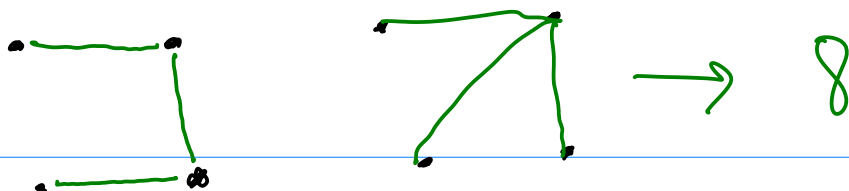
← Primer componente tiene 2 vertices

← $n-2$ vertices

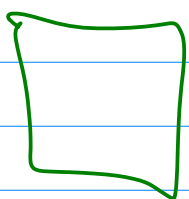
Hay que sacar $n-2$ aristas para desconectar cada vértice de la segunda componente

$$2(n-2)$$

Ejercicio 10 Contar la cantidad de árboles recubridores de K_4 y K_5 .

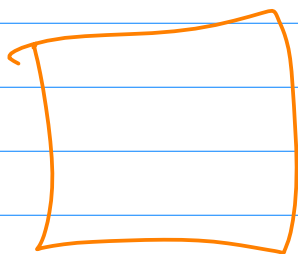


Subgrafos de 4
aristas
hay $\binom{10}{4}$

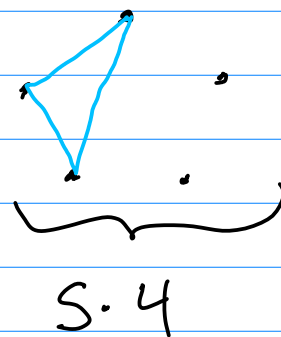
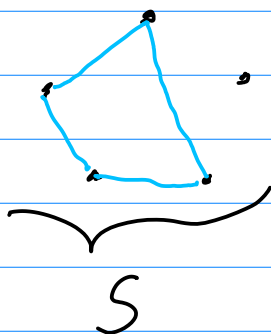


- cantidad de subgrafos de 4 aristas
con ciclos

= cantidad de árboles



Hay 2 tipos de ciclos



$$\binom{10}{5} - S - S.4$$