

Ejercicio 5

- (a) ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al arrojar 3 dados idénticos?
- (b) ¿Cuántas fichas diferentes hay en el juego del dominó?
- (c) ¿Cuántos recorridos diferentes puede realizar una torre de ajedrez para desplazarse desde la esquina inferior izquierda hasta la esquina superior derecha, admitiendo únicamente movimientos hacia arriba o hacia la derecha?

(a) Caso 1 3 números iguales

$$\begin{array}{l} (1, 1, 1) \\ (2, 2, 2) \\ \vdots \\ (6, 6, 6) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 6 \end{array} \right.$$

Caso 2 2 números iguales

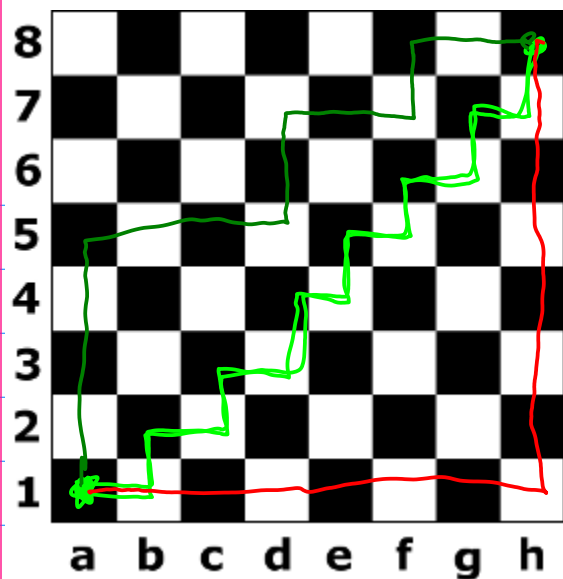
Elegimos el número que se repite entre 6 y luego el que no

$$\begin{array}{l} (1, 1, 2) \\ (1, 1, 3) \\ \vdots \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 6 \times 5 \end{array} \right.$$

Caso 3 3 números diferentes

Sabemos contar (x, y, z)
con $x \neq y \neq z$
 $x \neq z$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} \quad \begin{array}{l} (1, 2, 3) \\ (1, 3, 2) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 3! = 6 \end{array} \right.$$
$$\text{Total} = C_1 + C_2 + C_3$$
$$= 6 + 6 \times 5 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!}$$



DADADA DADADA
 DDDDDDDA AAAA
 AAAADD AADDADD

Todos los caminos
 van 7 veces arriba
 y 7 derecha

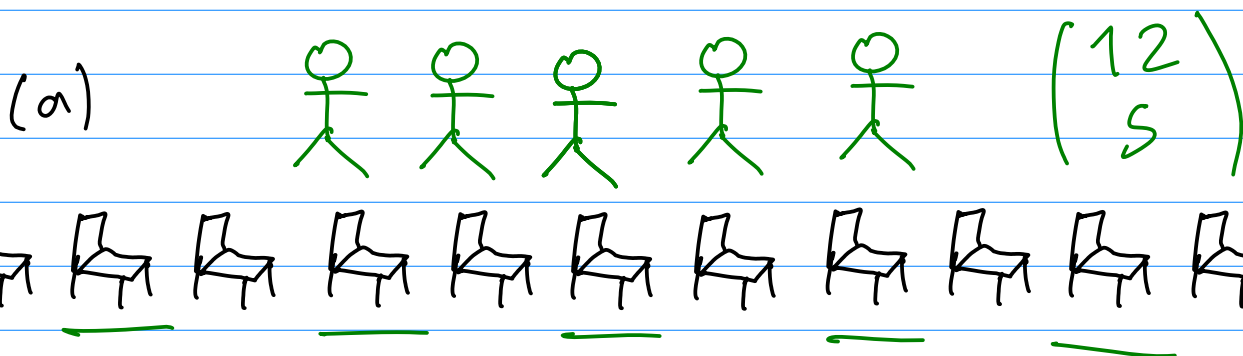
caminos $\longleftrightarrow$ Palabras 14 letras
 7 A's y 7 D's

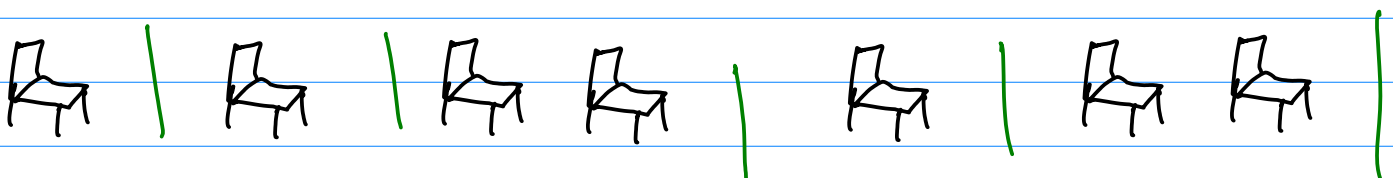
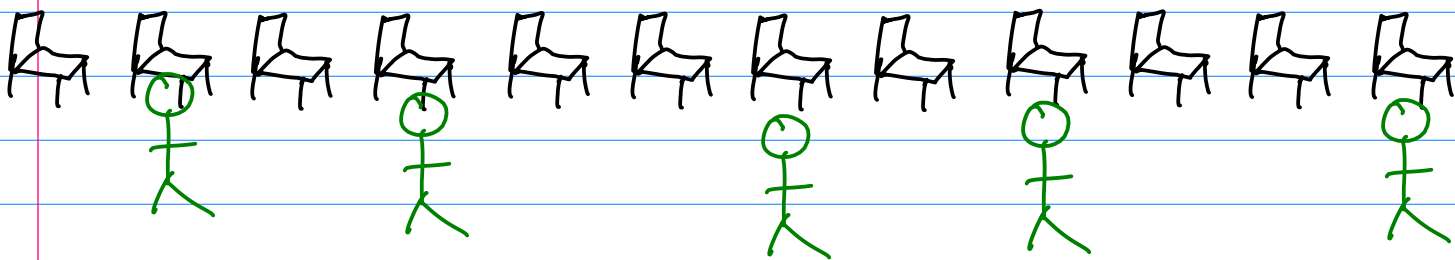
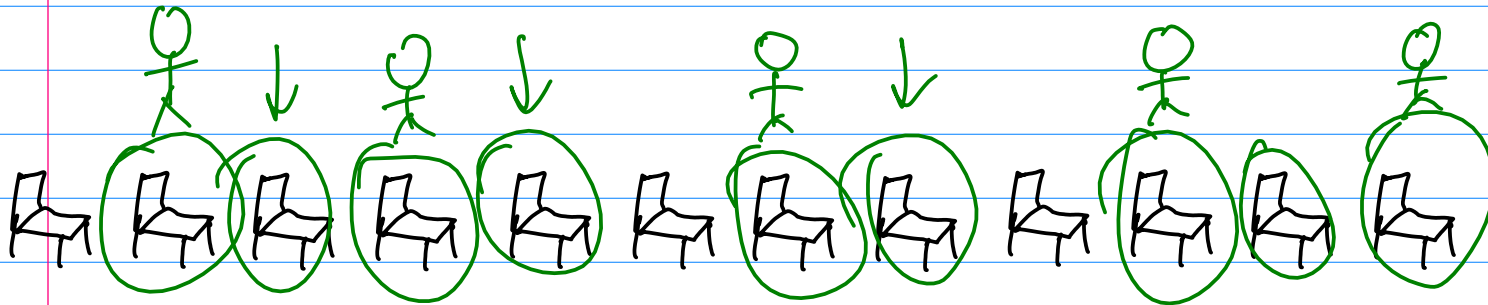
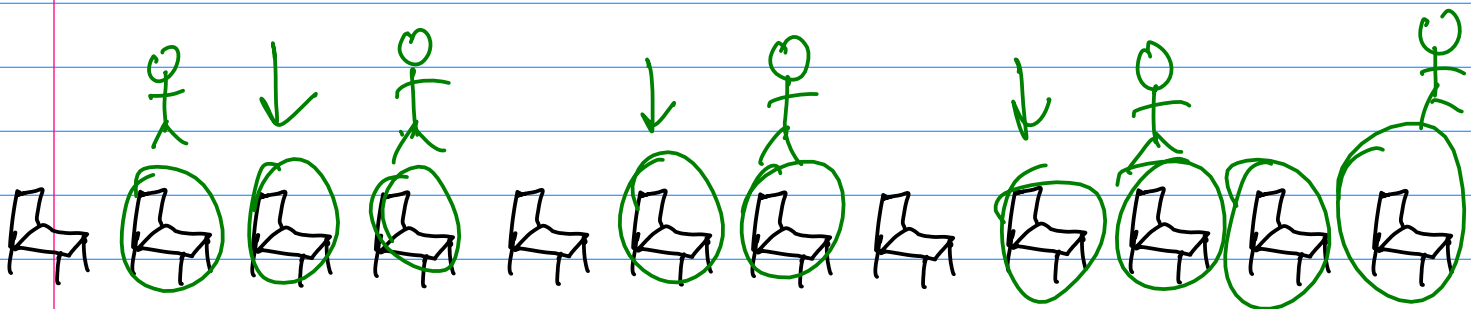
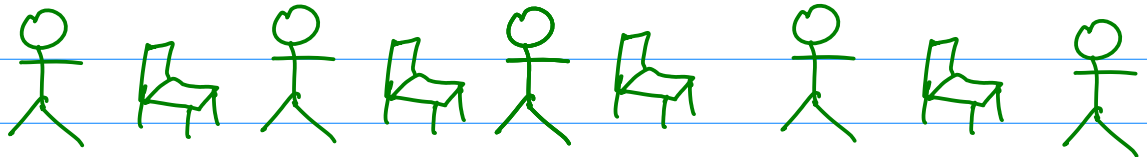
¿cuantos caminos hay? $\longleftrightarrow$ ¿cuantos palabras
 hay con 14 letras
 7 A's y 7 D's?

$$\frac{14!}{7!7!} \text{ palabras}$$

Ejercicio 6

- (a) ¿Cuántas formas hay de sentar 5 personas en 12 sillas puestas en línea?
 (b) Ídem pero las personas no deben quedar sentadas en asientos contiguos.





$$\rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 7$$

$$1 \leq x_i \quad 1 \leq i \leq 6$$

$$0 \leq x_1$$

$$0 \leq x_6$$

¿cuántas soluciones hay a esta ecuación?



7)

Ejercicio 7

(a) Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 4$.

$$0 \leq x_i \leq 4$$

¿cuántas maneras se pueden repartir 4 ~~linguajes~~ entre 7 niños?

Caso 1 le doy 4 a un niño
7 posibles

Caso 2 $x_i = 3$ y $x_j = 1$
7 x 6

Caso 3 $\left. \begin{array}{l} x_i = 2 \\ x_j = 1 \\ x_k = 1 \end{array} \right\} \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{2}$ posibles

Caso 4 $\left. \begin{array}{l} x_i = 2 \\ x_j = 2 \end{array} \right\}$

$$\frac{7 \times 6}{2} = \binom{7}{2}$$

$\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 1 \end{array} \rightarrow (1, 3, 4)$
 $\downarrow$
 $\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_4 = 1 \\ x_3 = 1 \end{array} \leftarrow (1, 4, 3)$

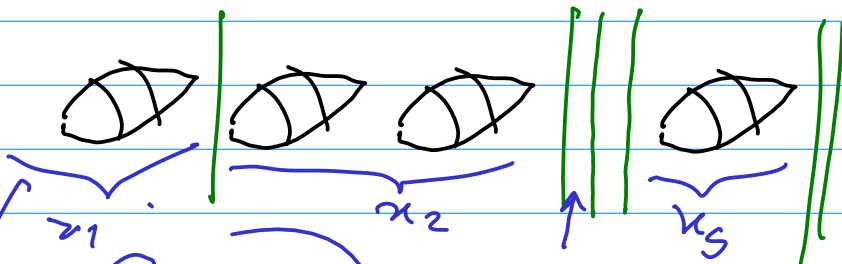
(x_1, x_2, x_3)
 $(1, 2, 3)$
 $x_1 = 2$
 $x_2 = 1$
 $x_3 = 1$
 $(1, 3, 2)$
 $x_1 = 2$
 $x_3 = 1$
 $x_2 = 1$

Case 5
 $x_i = 1$
 $x_j = 1$
 $x_k = 1$
 $x_l = 1$

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Total $C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 =$

$$7 + 7 \times 6 + \frac{7 \times 6 \times 5}{2} + \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$



$$x_1 = 7 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 0$$

$$x_4 = 0 \quad x_5 = 1 \quad x_6 = 0 \quad x_7 = 0$$

BSBSSSSBSS

¿cuántas palabras de 10 letras, 4 B's
6 S's, puedo formar?

$$\frac{10!}{4! 6!} \text{ palabras}$$

$$7 + 7 \times 6 + \frac{7 \times 6 \times 5}{2} + \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$= 7 + 7 \times 6 + \frac{7 \times 6 \times 5}{2} + \frac{7!}{\cancel{(7-2)!} \cdot 2!} + \frac{7!}{(7-4)! \cdot 4!}$$

$$= 7 + 7 \times 6 + \frac{7 \times 6 \times 5}{2} + \frac{7 \cdot 6}{2} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!}$$

$$= 7 + 7 \times 6 + \frac{7 \times 6 \times 5}{2} + \frac{7 \cdot 6}{2} + 7 \cdot 5 = 210$$

$$7 + 7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 \cdot 5 / 2 + 7 \cdot 6 / 2 + 7 \cdot 5 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = 210$$

(*) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 7$
 $1 \leq x_i \quad 1 \leq i \leq 6$ $0 \leq x_1$ $0 \leq x_6$

$$y_1 = x_1, \quad y_6 = x_6$$

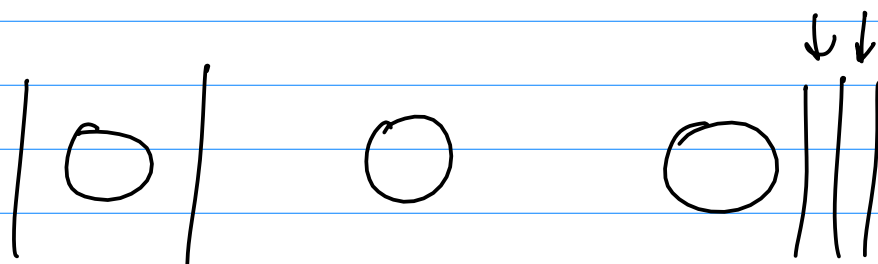
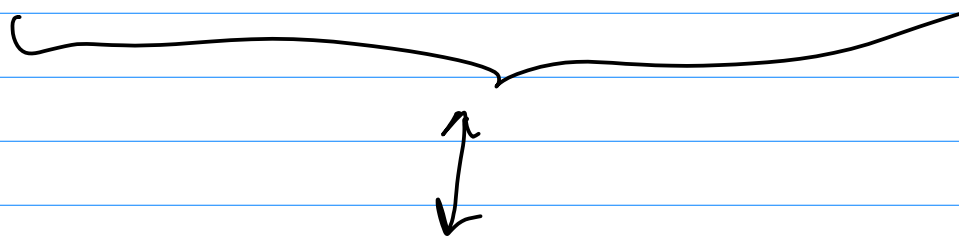
$$y_2 = x_2 - 1 \quad y_3 = x_3 - 1 \quad y_4 = x_4 - 1$$

$$x_2 = y_2 + 1$$

$$y_5 = x_5 - 1$$

(*) $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 7 - 4$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 3 \\ y_i \geq 0 \end{cases}$$



$$\updownarrow \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 2$$

S B S B B S S S

$$\frac{8!}{3! 5!}$$

$$\frac{8!}{5! 3!} = \frac{8!}{(8-3)! 3!} = \binom{8}{3}$$

$$\boxed{\begin{aligned} CR_3^6 &= \binom{6+3-1}{3} \\ CR_k^n &= \binom{n+k-1}{k} \end{aligned}}$$

9)

11) Anuncios el Ejercicio 12)