

$$x_1, x_2, \dots, x_7$$

$$\uparrow \uparrow 0 \uparrow 0$$

$$x_1 + \dots + x_7 = 31 \quad 0 \leq x_i \leq 9$$

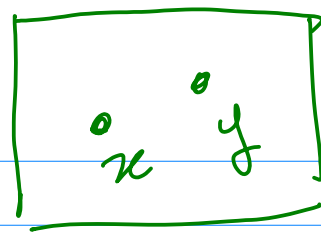
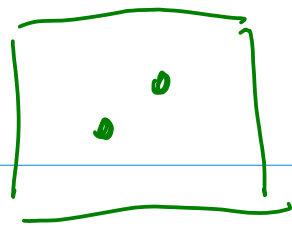
Ejercicio 8:

Encontrar el mayor entero n (positivo) que permite asegurar que de cualquier forma que elijamos n enteros, entre 1 y 100 distintos, habrá dos de ellos cuya suma sea igual a 50.

$$S = \{1, \dots, 100\}$$

Queremos n / $A \subseteq S$, $|A| = n \Rightarrow$ existen dos de A tales que suman 50.

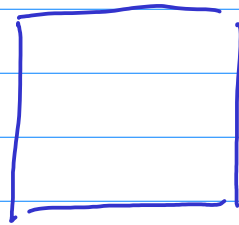
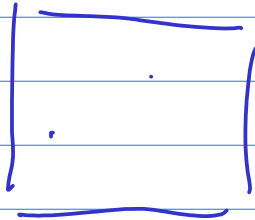
Si tenemos n nidos y m palomas
 y $m > n \Rightarrow$ va a haber al menos
 un nido con al menos dos palomas



$$\{x, y\}$$

$$x + y = 50$$

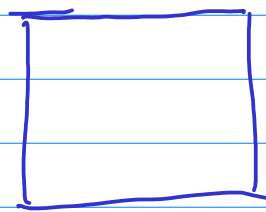
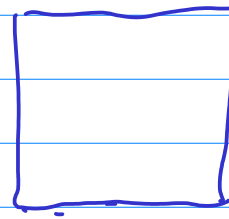
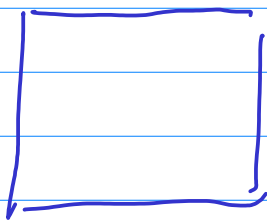
$$A \subseteq S = \{1, \dots, 100\}$$



$$\{1, 49\}$$

$$\{2, 48\}$$

$$\{24, 26\}$$



$$\{25\}$$

$$\{50\}$$

$$\{51\}$$

$$\{100\}$$

75
palomas

¿ Como me aseguro que hay dos nidos
con al menos dos palomas?

Sacando 76 palomas.

→ Si saca un subconjunto $A \subseteq S$ tq
 $|A| = 76 \Rightarrow$ hay al menos
dos elementos de A que suman 50.

$n = 76$ hay dos elementos que suman 50

Si $n = 75$ tenemos al subconjunto

$$A = \{1, 2, \dots, 24, 25, 50, 51, \dots, 100\}$$

↓

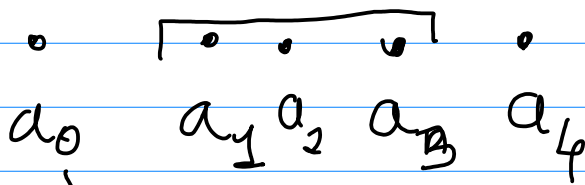
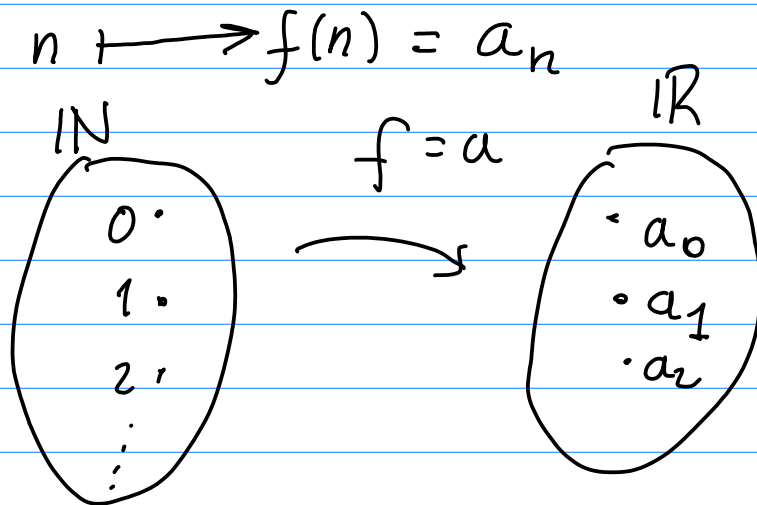
tiene 75 y ningún par de
elementos suman 50

⇒ $n = 76$ es el natural más
pequeño que cumple la propiedad:

(P) para todo $A \subseteq S$, $|A| = n$
existen $x, y \in A$ / $x + y = 50$

Soluciones en recurrencia

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$



2. pasos para otros

2 condiciones
iniciales

$$a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$$

$n=0, a_{0+2} = 5a_{0+1} - 6a_0$

$$a_2 = 5a_1 - 6a_0 = 9$$

$n=1 \quad a_{1+2} = 5a_{1+1} - 6a_1 = 9 \cdot 5 - 18$

a_n quede definida a partir de la
recurrencia $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$,

y las condiciones iniciales

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 3 \end{cases}$$

$$\underline{a_{n+2}} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$$

Polinomio
característico:

a_n

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

hallar raíces

$$\frac{+5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2}$$

$$\frac{5+1}{2} = 3$$

$$\frac{5-1}{2} = 2$$

como las raíces son diferentes

$$\Rightarrow a_n = (\alpha) 3^n + (\beta) \cdot 2^n \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Si $\lambda_1 \neq \lambda_2$
son raíces

$$a_n = \alpha (\lambda_1)^n + \beta (\lambda_2)^n$$

del polinomio
característico

$$a_0 = 1$$

$$| a_1 = 3 |$$

$$\rightarrow a_n = \alpha 3^n + \beta 2^n$$

$$n=0 \quad a_0 = \alpha \cdot 3^0 + \beta 2^0 = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot 1$$

$$= \alpha + \beta$$

$$\} \Rightarrow \boxed{\alpha + \beta = 1}$$

$$a_0 = 1$$

$$n=1 \quad a_1 = \alpha 3^1 + \beta 2^1 = 3\alpha + 2\beta \} \Rightarrow$$

$$a_1 = 3$$

$$\Rightarrow \boxed{3\alpha + 2\beta = 3}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ 3\alpha + 2\beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

$$F_2 \leftarrow F_2 - 2F_1$$

$$\Rightarrow \alpha = 1$$

$$\text{y } \beta = 0$$

$$\alpha = 1 \quad \beta = 0$$

$$a_n = 3^n \cdot 1 + 2^n \cdot 0 = 3^n$$

$$a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$$

$$3^{n+2} = \underset{5 \cdot 3^n \cdot 3}{5 \cdot 3^{n+1}} - \underset{6 \cdot 3^n}{6 \cdot 3^n}$$

$$3^n \cdot (5 \cdot 3 - 6)$$

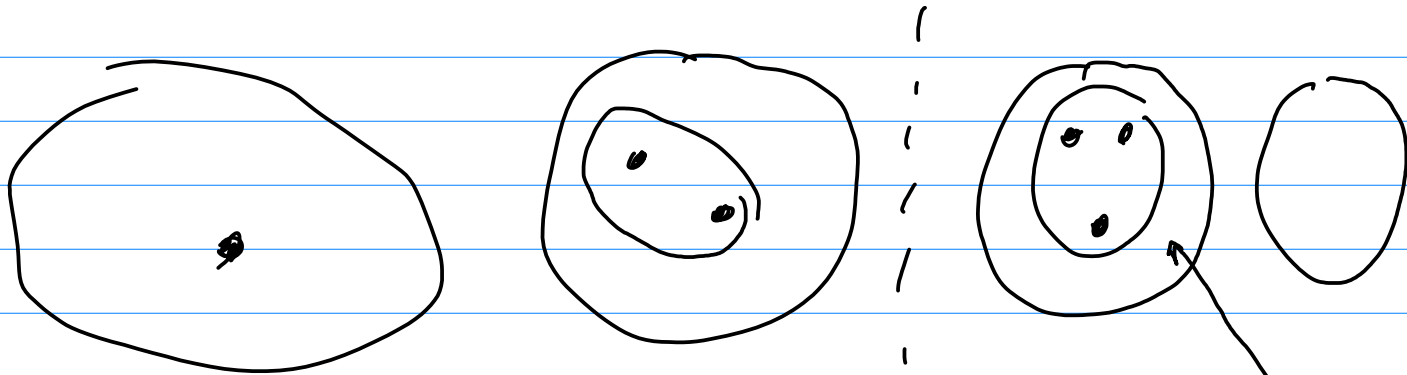
$$3^n \cdot (\overset{11}{15} - 6)$$

$$3^n \cdot (\underset{11}{3^2})$$

$$\underset{11}{3^{n+2}}$$

$$a_{n+2}.$$

Hallar la cantidad de saludos entre las n primeras personas que llegan a una reunión



1

2

3

4

Saludos

0

+

1

+

2

+

3

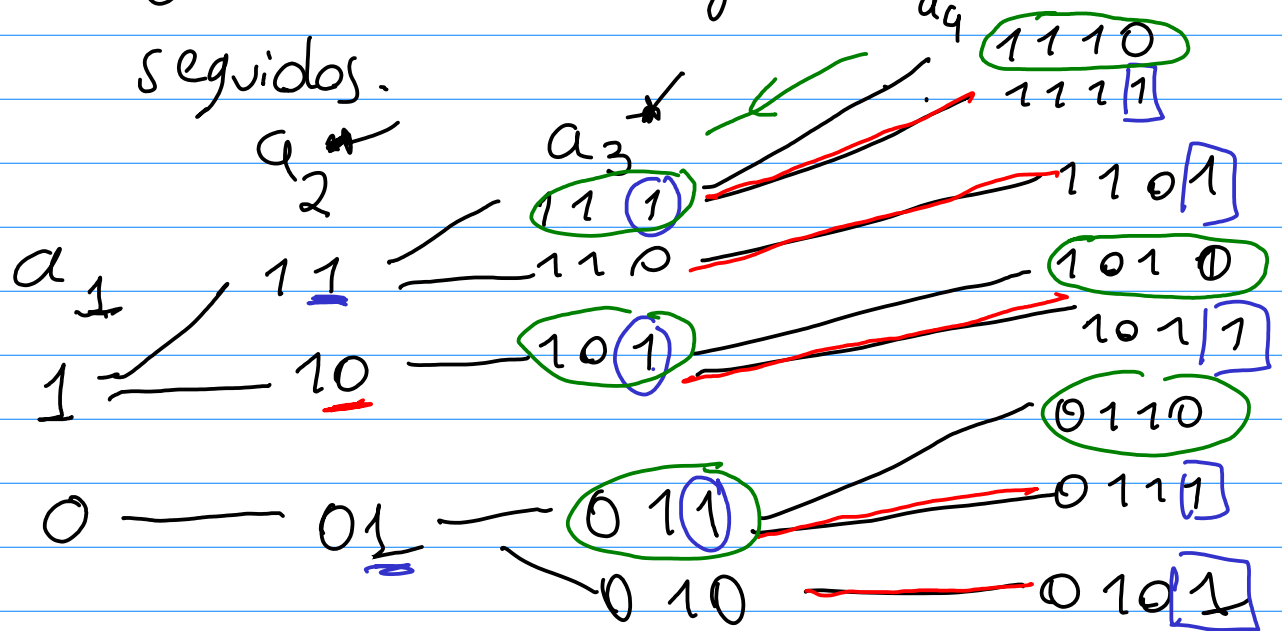
a_n es la cantidad de saludos entre las primeras n personas

primer
orden

$$a_n = a_{n-1} + (n-1)$$

no homogénea

a_n es el número de secuencias de
 largo n de 0 y 1 sin dos ceros
 seguidos.



los secuencias de largo n que terminan
 en 1 son a_{n-1}

los secuencias de largo n que terminan
 en 0 son los de largo $n-1$ que
 terminan en 1, $\rightarrow a_{n-2}$

obs. $\rightarrow$ los que terminan en 1

$$a_n = a_n^0 + a_n^1 = a_{n-2} + a_{n-1}$$

$\hookrightarrow$ los que terminan en 0

