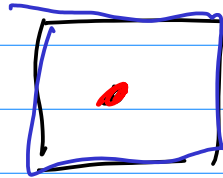
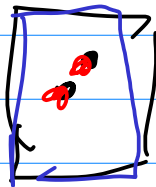
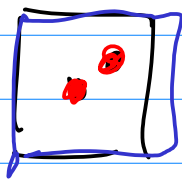


Principio de palomar

Si tenemos n palomas y m palomares
 $n > m$

$\Rightarrow$ hay algún palomar con más de una paloma.

(las palomas
se distribuyen en
los palomares)

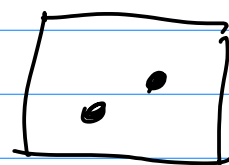


[Si hubiera ≤ 1 en cada palomar
a lo sumo habría ≤ 3 palomas en total.

Ejercicio 2

Probar que cualquier subconjunto de seis elementos del conjunto $\{1, \dots, 9\}$ tiene dos elementos (diferentes) cuya suma es 10.

$$\{1, 2, \dots, 6\} \subseteq \{1, 2, \dots, 9\}$$

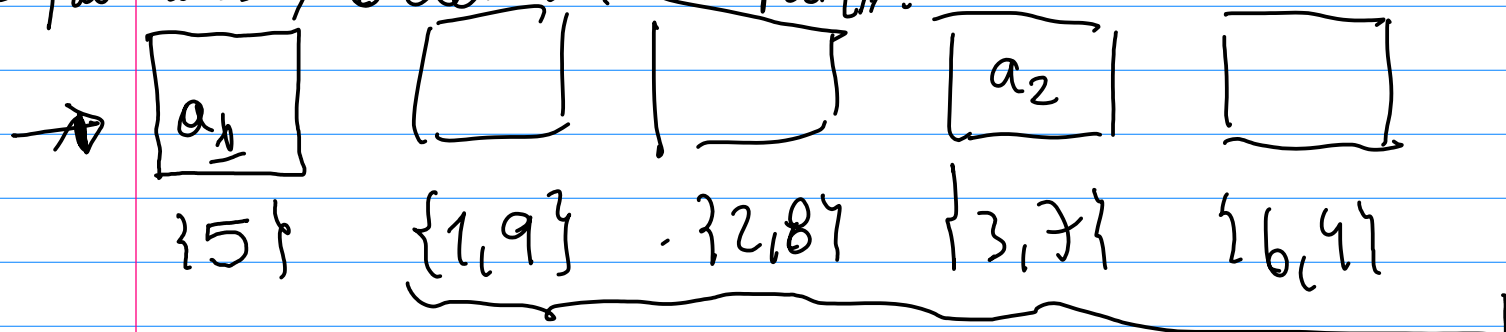


$$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Arrows point from the elements to labels: a_1 for 2, a_2 for 3, ..., a_6 for 7.

$$\{a_1, \dots, a_6\} \subseteq \{1, \dots, 9\}$$

5 palomares, 6 elementos a repartir.



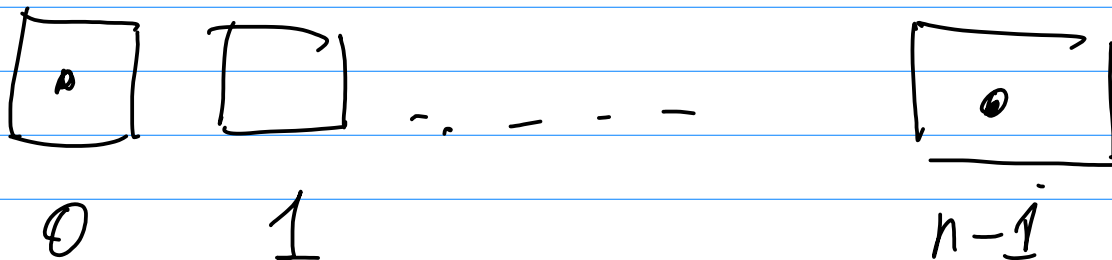
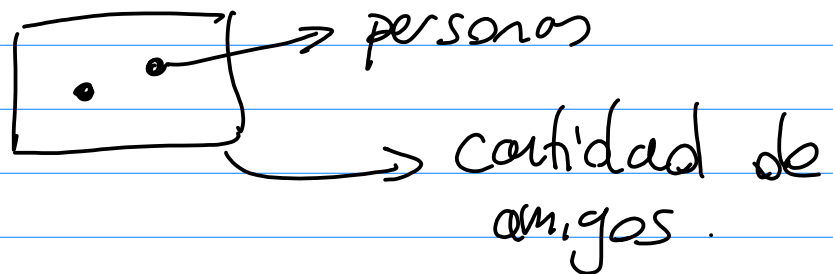
Uno de estos palomares es el que tiene 2 elementos, a_i y a_j

$\Rightarrow a_i + a_j = 10$ por como elegimos los palomares

En el ejemplo $3 = a_2$
 $+ 7 = a_6$
10

Ejercicio 3

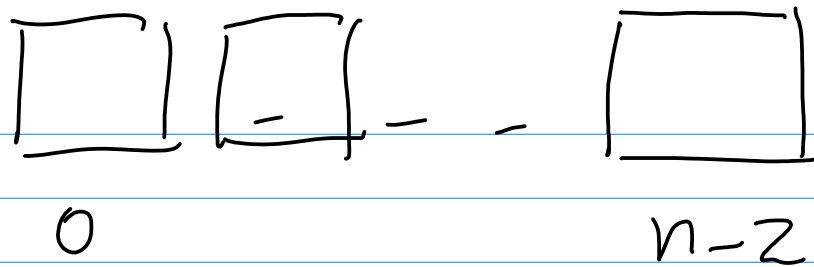
Probar: En una rev cualquiera de (n) personas $(n \geq 2)$ siempre hay dos personas que tienen la misma cantidad de amigos.



→ palomares: n . .

→ palomas: n .

CASO 1 NO HAY NADIE QUE SEA AMIGO DE TODAS.



→ $n-1$ palomares

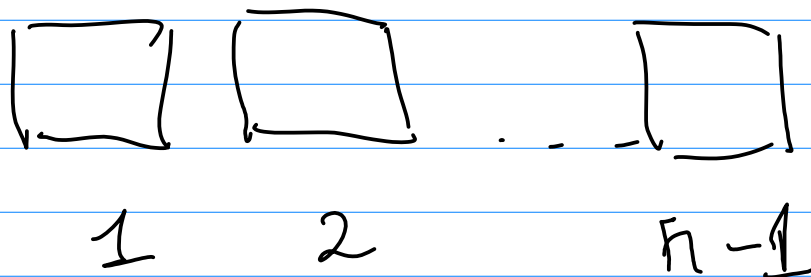
→ n palomos

hay dos palomos en el mismo palomar.

hay dos personas que tienen la misma cantidad de amigos.

CASO 2 EXISTE UNA PERSONA QUE

ES AMIGA DE TODOS. (NO HAY NADIE CON 0 AMIGOS)



→ $n-1$ palomares

→ n palomos

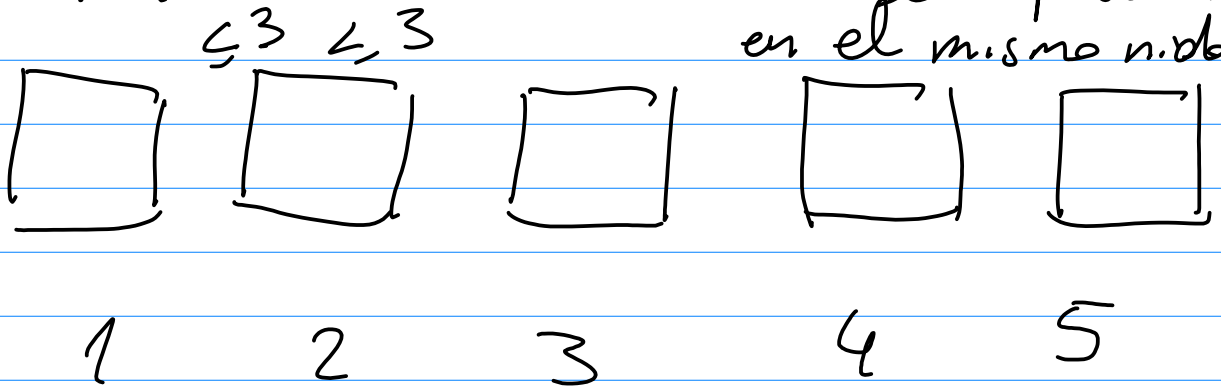
hay dos palomos en el mismo palomar.

⇒ hay dos personas que tienen la misma cantidad de amigos

16 palomas

5 nidos

$16 > 5$ hay al menos dos palomas en el mismo nido.



$$16 = 5 \cdot \underbrace{3} + \underbrace{1}$$

AF No hay mas que 3 palomas por nido **FALSO**

Porque si no habría a lo sumo

5×3 palomas en total

④ $15 = 5 \times 2 + 5$

(Ejemplo anterior)

Si yo tengo $p^{=15}$ palomas
y $q^{=5}$ nidos tales que

$$p = q \cdot k + r^{=5} \quad 1 \leq r \leq q$$

$\Rightarrow$ hay al menos $(k+1)$ palomas
en algún nido

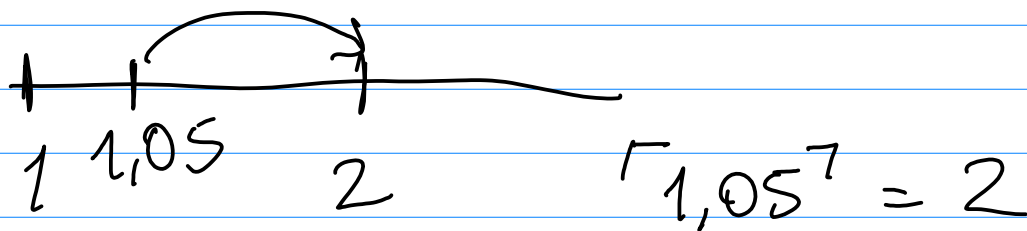
dem Si hubiera a lo suma k palomas
en cada palomar habría a lo
como $q \cdot k$ palomas en total

ABSURDO $\nwarrow$ porque hay $p = q \cdot k + r > q \cdot k$
con $r \geq 1$

hay un palomar que tiene
que tener al menos $k+1$ palomas.

Dado un número real x

Definimos $\lceil x \rceil$ al menor entero $n \in \mathbb{N}$ tal que
 $x \leq n$



$$\lceil 7.5 \rceil = 8$$

Probar que toda función

cantidad de elementos

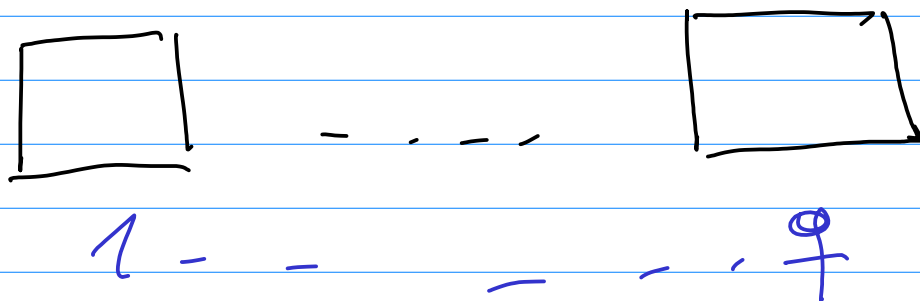
$$f: A \rightarrow B \quad |A| > |B|$$

$$B = \{1, \dots, q\}$$

$\# A$

tiene al menos $\left(\frac{\lceil |A| \rceil}{|B|} \right)$ de A que

tomar el mismo valor



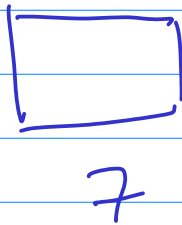
$$A = \{1, 3, \dots, p\}$$

$$p = |A|$$

$$q = |B|$$

ejemplo

$$f(3) = 7$$



Repartimos los elementos de A
en cajas según el valor de B
que toman.

$|A| = p$ elementos a repartir
entre $|B| = q$ palomares.

$$\text{Si } p = qk + r \quad q \geq r \geq 1$$

$\Rightarrow$ hay al menos $k+1$ elementos
en algún palomar.



$$(k+1), \quad \left\lceil \frac{|A|}{|B|} \right\rceil = \left\lceil \frac{p}{q} \right\rceil$$

$$p = qk + r \quad \left(\frac{p}{q}, k+1? \right)$$

$$\Rightarrow \frac{p}{q} = k + \frac{r}{q} \quad \text{⊗} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$\text{Como } 1 \leq r \leq q$$

$$\frac{1}{q} \leq \frac{r}{q} \leq 1, \quad \frac{r}{q} < 1$$

$$\frac{1}{q} \leq \frac{r}{q} \leq 1$$

$$0 < \frac{r}{q} \leq 1$$

$$\left\lceil \frac{p}{q} \right\rceil = k+1$$

The diagram shows a horizontal line with three points marked. The leftmost point is labeled k , the rightmost point is labeled $k+1$, and the middle point is labeled $k + \frac{r}{q}$. An arrow points from the middle point to the label $\frac{r}{q} \in [0, 1]$.

$$\left(\lceil k+1 \rceil = k+1 \right)$$

$$\Rightarrow \left\lceil k + \frac{r}{q} \right\rceil = k+1$$

$$\Rightarrow \left\lceil \frac{p}{q} \right\rceil = k + 1 \quad \text{por } *$$

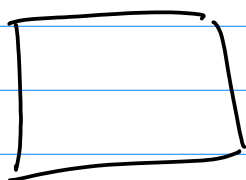
como $p = |A|$
 $q = |B|$

$$\left\lceil \frac{|A|}{|B|} \right\rceil = k + 1$$

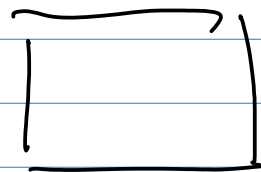
$\Rightarrow$ la frase de $*$ se traduce como

hay al menos $\frac{|A|}{|B|}$ elementos
 en algún palomar.

por como
 elegimos
 los palomares
 y los palomas



1



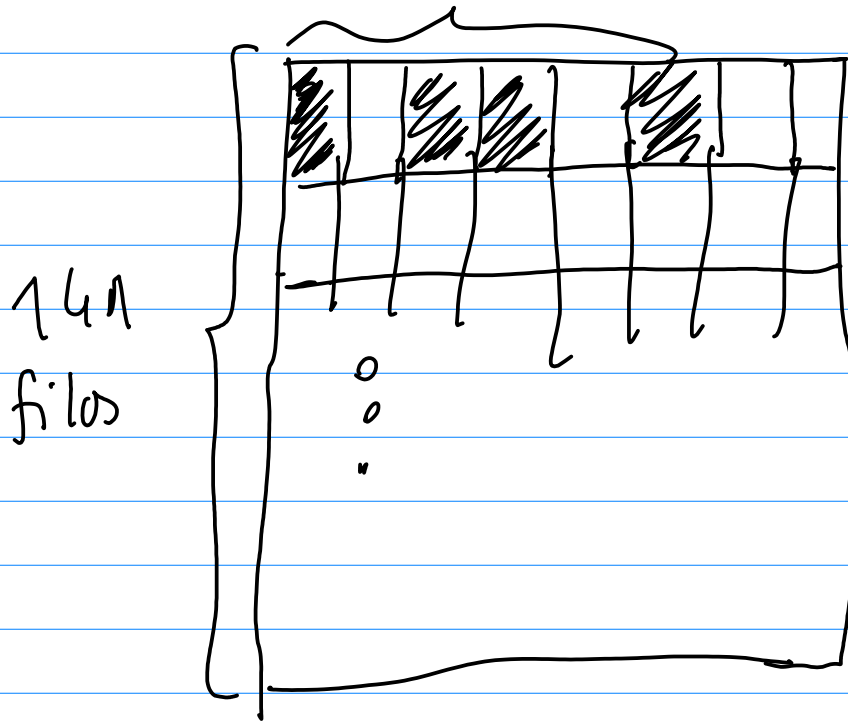
q

se tiene que : hay al menos $\frac{|A|}{|B|}$ elementos
 que toman el mismo valor.

$$f: A \rightarrow B$$

$$\exists y \in B \text{ tq } |f^{-1}(\{y\})| \geq \frac{|A|}{|B|}$$

Ejercicio 6 8 col



cada celda se pinta de negro o de blanco de forma que cada fila tenga exactamente 4 celdas pintadas de negro

Demostar que hay al menos 3 filas con igual secuencia de colores

PALOMAS: SON LAS FILAS

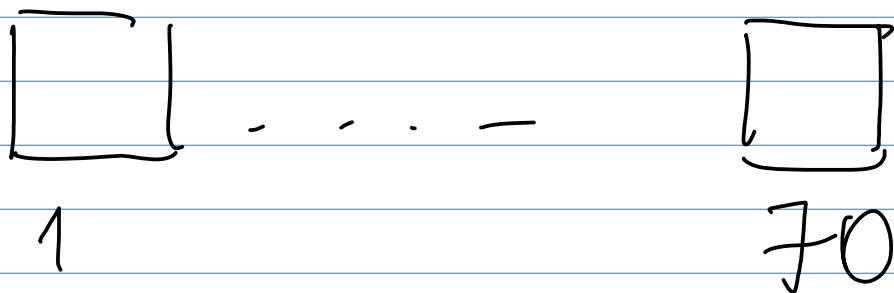
PALOMARES: MANERAS DE PINTAR
UNA FILA.

8 celdas

4 pintados de negro

$\binom{8}{4}$ maneras de elegir los
que pinto de negro

hay $\binom{8}{4} = 70$ palomares



$$141 = 70(2) + 1$$

hay al menos un palomar con
al menos 3 filas.

$\Rightarrow$ hay al menos 3 filas con
igual secuencia de color.