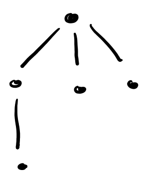
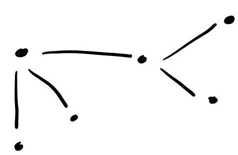
Grafos isomorfos

G_1 y G_2 son grafos isomorfos si son el mismo grafo dibujado de forma distinta y cambiando el nombre de los vertices

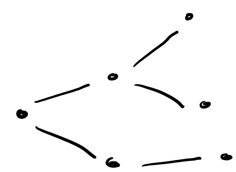


es isomorfo a



G_1

tiene 2 vertices de grado 3



G_2

tiene un solo vertice de grado 3

$\Rightarrow G_1$ y G_2 no son isomorfos

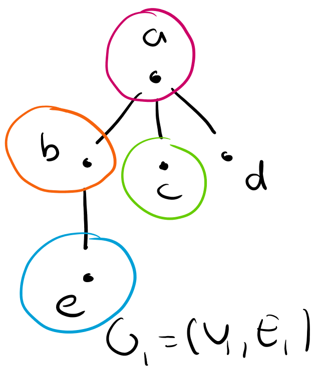
Si G_1 y G_2 son isomorfos entonces verifican exactamente las mismas propiedades.

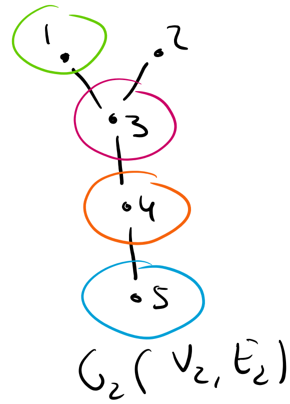
Formalmente: $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ son isomorfos si existe $\varphi : V_1 \to V_2$ tal que:

* φ es biyectiva
* $v, v' \in V_1$ adyacentes (en G_1) $\Leftrightarrow \varphi(v)$ y $\varphi(v') \in V_2$ son adyacentes (en G_2)

G_1 : v — v'

G_2 : $\varphi(v)$ — $\varphi(v')$





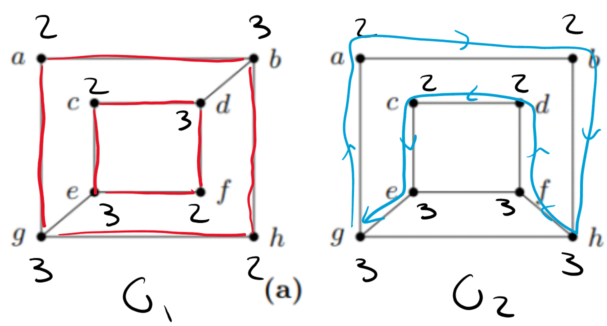
$\varphi : V_1 \longrightarrow V_2$

$\varphi(a) = 3$ $\varphi(e) = 5$ $\varphi(d) = 2$

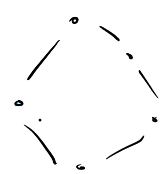
$\varphi(b) = 4$ $\varphi(c) = 1$

b y e son adyacentes en G_1 $\Longrightarrow$ $\underset{4}{\underset{\shortparallel}{\varphi(b)}}$ y $\underset{5}{\underset{\shortparallel}{\varphi(e)}}$ son adyacentes ✓

Ejercicio 2 Para cada par de grafos de la Figura 2 determinar si los grafos son o no isomorfos.



(a)



no son isomorfos

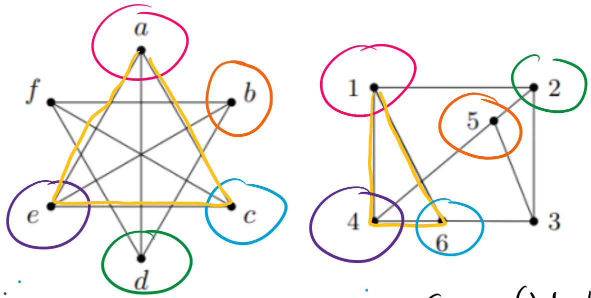
justificaciones:

* en G_2 los vertices de grado 3 forman un 4-ciclo pero en G_1 no

* en G_2 hay 3 ciclos de largo 4 pero en G_1 hay solamente 2

* en G_2 hay ciclo de largo 8 pero en G_1 no

* en G_2 hay vertices de grado 2 adyacentes pero en G_1 no
* G_2 tiene un ciclo hamiltoniano pero G_1 no



$G_1 = (V_1, E_1)$ **(b)** $\quad G_2 = (V_2, E_2)$

G_1 y G_2 isomorfos?

$\varphi : V_1 \longrightarrow V_2$

$\varphi(a) = 1 \quad \varphi(e) = 4 \quad \varphi(b) = 5$

$\varphi(c) = 6 \quad \varphi(d) = 2 \quad \varphi(f) = 3$

φ es biyectiva

f y d son adyacentes $\Rightarrow \underset{3}{\underset{\shortparallel}{\varphi(f)}}$ y $\underset{2}{\underset{\shortparallel}{\varphi(d)}}$ son adyacentes ✓

Ejercicio 9 Representar a todos los $\underbrace{\text{árboles}}_{}$ no isomorfos con 6 vértices.

(árboles: conexo + acíclico)

$|V| = 6 \qquad G = (V, E)$ arbol

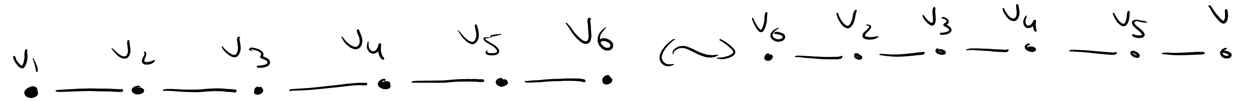
$|E| = |V| - 1 = 5$

$$\sum_{v \in V} gr(v) = 2|E|$$

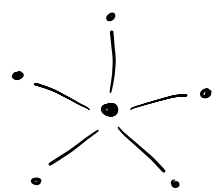
$gr(v_1) + gr(v_2) + gr(v_3) + gr(v_4) + gr(v_5) + gr(v_6) = 10$ con $gr(v_i) \geq 1$

$\rightsquigarrow gr(v_i) \leq 5$

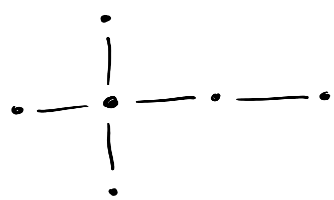
* cuatro vertices con grado 2 y dos vertices con grado 1



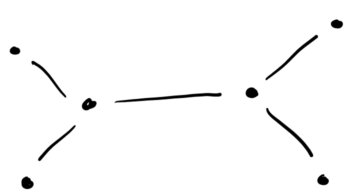
* un vertice de grado 5 y cinco vertices de grado 1



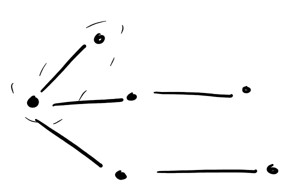
* un vertice de grado 4, un vertice de grado 2, 4 vertices de grado 1



* dos vertices de grado 3 y cuatro vertices de grado 1



* un vertice de grado 3, dos vertices de grado 2 y tres vertices de grado 1



diametro = 4
los vertices de grado
no son adyacentes

diametro = 4
2 vertices de grado 2 adyacentes

Hay 6 grafos no isomorfos con 6 vertices

Ejercicio 4
Sea $\mathcal{E}$ y $\mathcal{H}$ los conjuntos de grafos Eulerianos y Hamiltonianos respectivamente. Dar un ejemplo de un grafo en $\mathcal{E} \setminus \mathcal{H}$, otro en $\mathcal{H} \setminus \mathcal{E}$ y otro en $\mathcal{E} \cap \mathcal{H}$.

$\mathcal{E} \setminus \mathcal{H}$: grafo con circuito euleriano pero no ciclo hamiltoniano

3 - regular = todos los vertices tienen grado 3

Ejercicio 5
En cada uno de los siguientes casos, probar que R es una relación de equivalencia en A y describir el conjunto cociente A/R:

(a) $A = \mathbb{Z}$ y aRb si $a^2 = b^2$.

(b) $A = \mathbb{Z}$ y aRb si a^2 y b^2 dan el mismo resto al dividirlos por 5.

$a^2 = 5q + r$

$b^2 = 5q' + r$

$c^2 = 5q'' + r$

---

simétrica $aRb \Rightarrow bRa$

$aRb \Rightarrow a^2$ y b^2 tienen el mismo resto

$\Rightarrow b^2$ y a^2

$\Rightarrow bRa$

$aRb \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 5q + r \\ b^2 = 5q' + r \end{cases}$