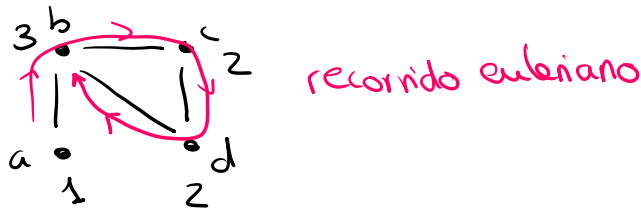
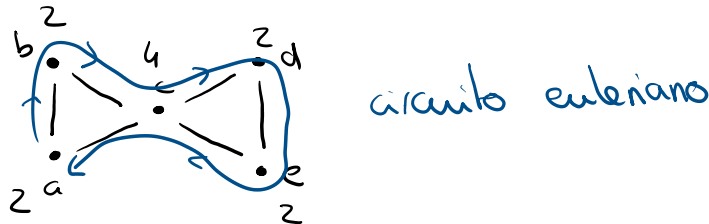


Grafos eulerianos

* recorrido euleriano: recorrido que pasa por todas las aristas
no repite aristas



* circuito euleriano: circuito que pasa por todas las aristas
no repite aristas

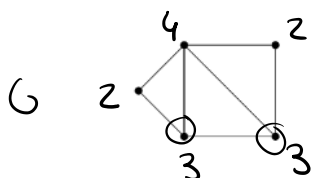


Teorema: $G = (V, E)$ graf conexo

* G tiene un circuito euleriano $\Leftrightarrow$ todos los vertices tienen grado par

* G tiene un recorrido euleriano $\Leftrightarrow$ hay exactamente dos vertices con grado impar y el resto tienen grado par
 $\hookrightarrow$ el recorrido empieza en uno de los vertices con grado impar y termina en el otro

Ejercicio 1 Hallar un recorrido o circuito euleriano para cada grafo o demostrar que no existe.

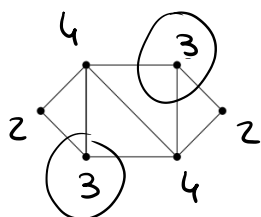
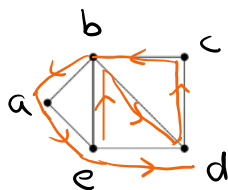


* G tiene dos vértices de grado 3 (impar)

$\Rightarrow$ G no tiene circuito euleriano

* G tiene dos vértices de grado impar y el resto son de grado par

$\Rightarrow$ G tiene un recorrido euleriano

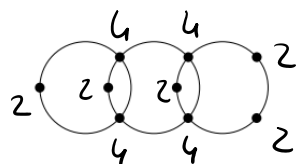
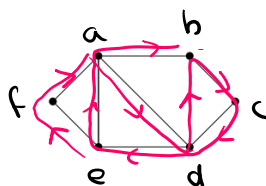


* tiene un vértice de grado impar

$\Rightarrow$ G no tiene circuito euleriano

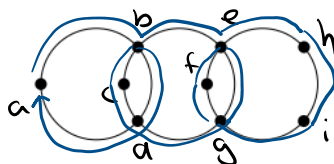
* tiene dos vértices con grado impar y el resto tienen grado par

$\Rightarrow$ G tiene un recorrido euleriano



* todos los vértices tienen grado par

$\Rightarrow$ tiene un circuito



* no hay ningún vértice con grado impar

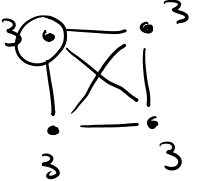
$\Rightarrow$ no tiene recorrido euleriano

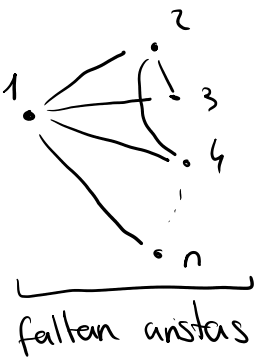
Ejercicio 6

Determinar los valores de n para los cuales K_n tiene un circuito/recorrido euleriano.

K_2 :  tiene recorrido euleriano y no circuito

K_3 :  tiene circuito euleriano y no recorrido

K_4 :  ni circuito ni recorrido euleriano

K_n :  todos los vertices
tiene grado $n-1$

K_n con $n > 2$

* todos los vertices tienen el mismo grado

$\Rightarrow K_n$ no tiene recorrido euleriano

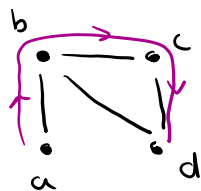
* K_n tiene circuito euleriano $\Leftrightarrow$ todos los vertices tiene grado par

$\Leftrightarrow n-1$ es par

$\Leftrightarrow n$ es impar

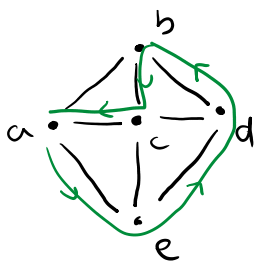
Grafos hamiltonianos

* camino hamiltoniano: camino simple que pasa por todos los vertices
no repite vertices



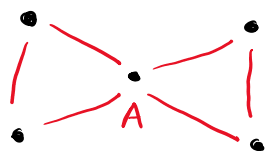
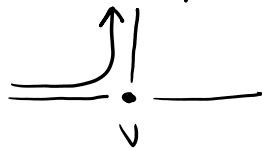
camino hamiltoniano

* ciclo hamiltoniano: ciclo que pasa por todos los vertices
no repite vertices (salvo primer y ultimo vertice)



herramienta:

$G = (V, E)$ que tiene un ciclo hamiltoniano
entonces el ciclo pasa por exactamente dos aristas de cada vertice



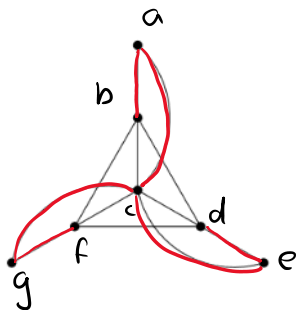
no es hamiltoniano

las aristas rojas tienen que estar en el ciclo hamiltoniano

$\Rightarrow$ el ciclo pasa por las 4 aristas de A
Absurdo

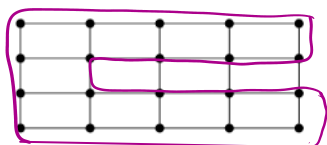
Ejercicio 3

Encontrar un ciclo Hamiltoniano, si existe, para cada grafo de la figura.

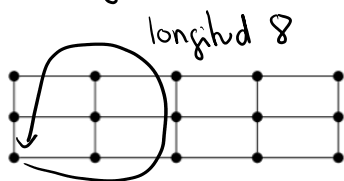
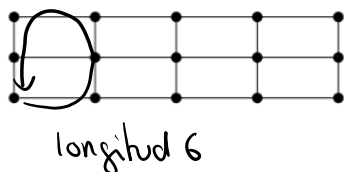
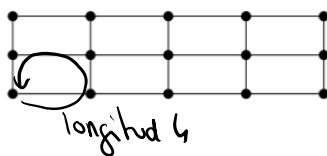


Supongamos que tiene un ciclo hamiltoniano
 las aristas rojas tienen que estar en el ciclo
 $\Rightarrow$ el ciclo pasa por 3 aristas de c
 Absurdo!

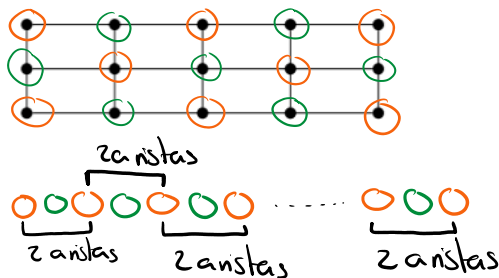
$\Rightarrow$ no tiene ciclo hamiltoniano



es hamiltoniano



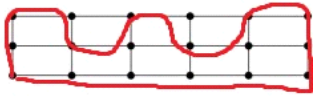
G tiene 15 vertices
 un ciclo hamiltoniano tendría longitud 15
 vamos a ver cuales son las posibles longitudes
 de ciclos en G:



$\Rightarrow$ todos los ciclos de este grafo tienen longitud par

$\Rightarrow$ no hay un ciclo de longitud 15

$\Rightarrow$ no hay ciclo hamiltoniano



El caso con 18 vertices si es hamiltoniano