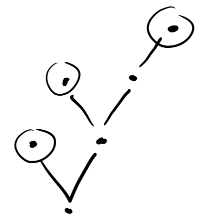
Practico 7

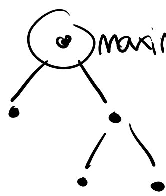
Ejercicio 13 Demostrar que si $(A, \leq)$ es un retículo y A es finito entonces A tiene mínimo y máximo.



Vamos a probar que A tiene máximo

$m \in A$ es maximal si no existe $a \in A$ tal que $m \leq a$

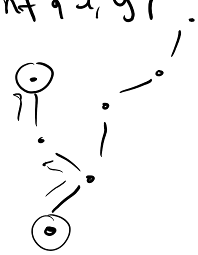
$M \in A$ es maximo si $a \leq M$ para todo $a \in A$



Prop: si A tiene varios maximales diferentes $\Rightarrow$ no hay maximo

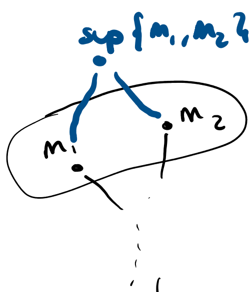
si A finito tiene un unico maximal $\Rightarrow$ ese maximal es máximo

$(A, \leq)$ es un reticulo si para todo $x, y \in A$ existe $\sup\{x, y\}$ y $\inf\{x, y\}$.



Como A es finito, tiene por lo menos un maximal.

Supongamos que A tiene dos maximales distintos m_1 y m_2



$$\left.\begin{array}{l} m_1 \leq \sup\{m_1, m_2\} \\ m_2 \leq \sup\{m_1, m_2\} \end{array}\right\} \Rightarrow m_1 \text{ y } m_2 \text{ no son maximales}$$

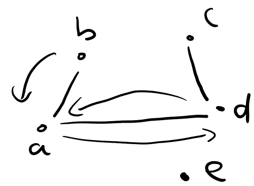
absurdo

$\Rightarrow$ el maximal es unico y por lo tanto ese maximal es el maximo (porque A es finito)

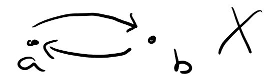
GRAFOS

$G = (V, E)$

verhices → V, aristas → E



dos verhices son adyacentes si existe una arista que los conecta

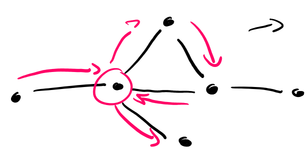
grafos simples:
- las aristas no tienen orientación
- entre dos verhices puede haber una sola arista 

- no tiene lazos

caminos: secuencia de verhices: ej: bada

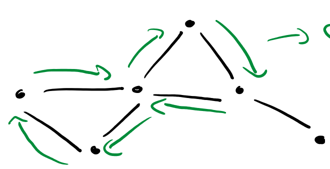
tipos de caminos

- recorrido: verhice inicial ≠ verhice final y no repite aristas



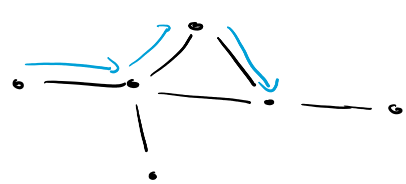
→ es un recorrido

- circuito: verhice inicial = verhice final y no repite aristas.



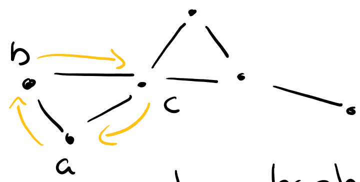
→ circuito

- camino simple: verhice inicial ≠ verhice final y no repite verhice



• ciclo : vertice inicial = vertice final y no repite vertices salvo primero y ultimo

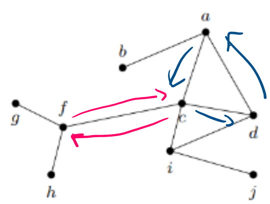
por lo menos tres vertices



abca = bcab = cabc = ...

Ejercicio 1 Para el grafo G de la Figura 1 (ii), determinar:

(a) Un camino que no sea un recorrido;

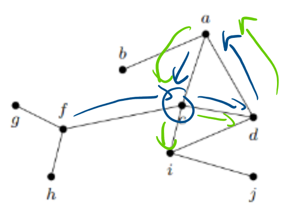


(ii) G

fcf ⤳ no es recorrido porque repite arista

cdac ⤳ no es recorrido porque empieza y termina en el mismo vertice

(b) Un recorrido que no sea camino simple;

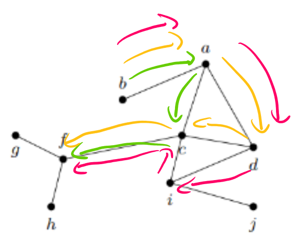


(ii) G

fcdac ⤳ repite el vertice c

cdaci ⤳ repite el vertice c

(c) Los tres caminos simples de b a f.



(ii) G

bacf

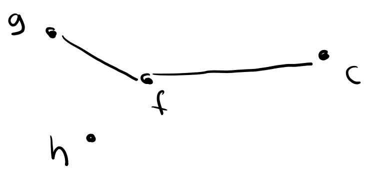
badcf

badicf

(d) La cantidad de subgrafos conexos de G que tienen 4 vértices e incluyen algún ciclo.

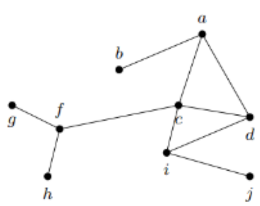
$G = (V, E)$

un subgrafo de G es un grafo $G_1 = (V_1, E_1)$ tal que $V_1 \subseteq V$ y $E_1 \subset E$



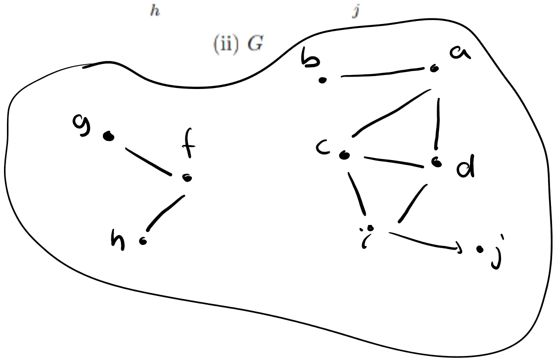
es subgrafo de G

decimos que G es conexos si dados dos vertices cualesquiera x e y existe un camino de x en y.



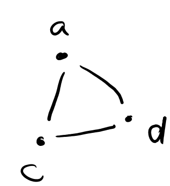
(ii) G

es conexo

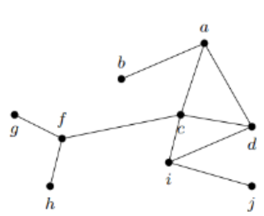


no es conexo

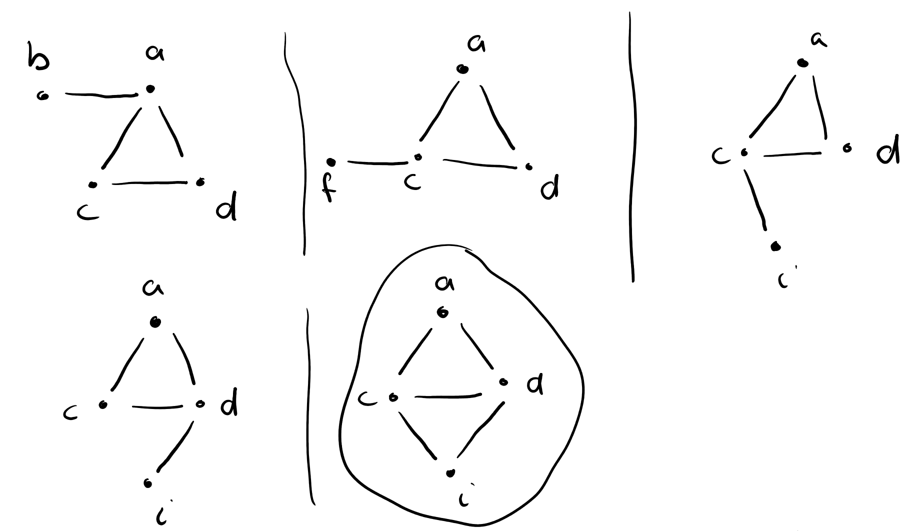
(d) La cantidad de subgrafos conexos de G que tienen 4 vértices e incluyen algún ciclo.

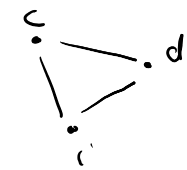


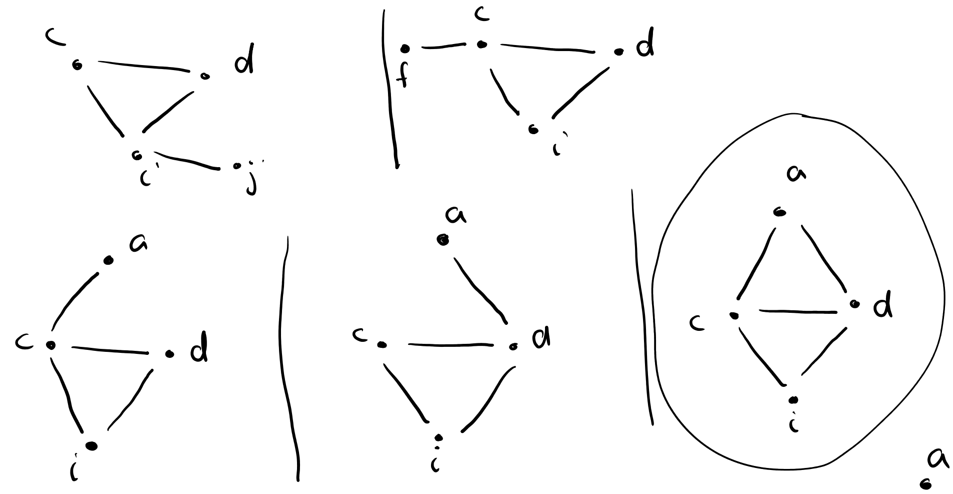
caso 1 subgrafos de 4 cuatros vertices que incluyen

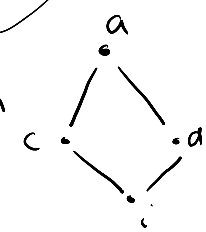


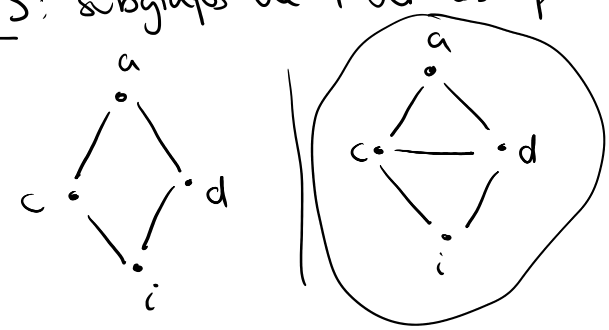
(ii) G



caso 2: subgrafos de 4 vertices que incluyen 



caso 3: subgrafos de 4 vertices que incluyen 



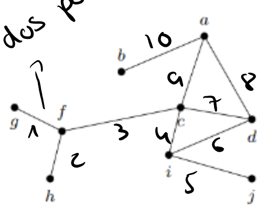
$\Longrightarrow$ 10 subgrafos conexos de 4 vertices con un ciclo

(e) La cantidad de subgrafos recubridores de G.

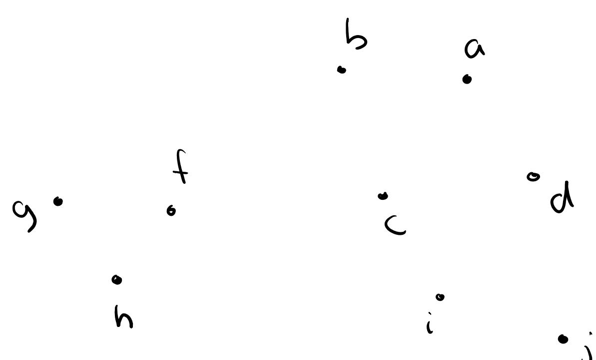
$G = (V, E)$ un grafo

un subgrafo $G_1 = (V_1, E_1)$ es recubridor de G si $V_1 = V$

dos posibilidades

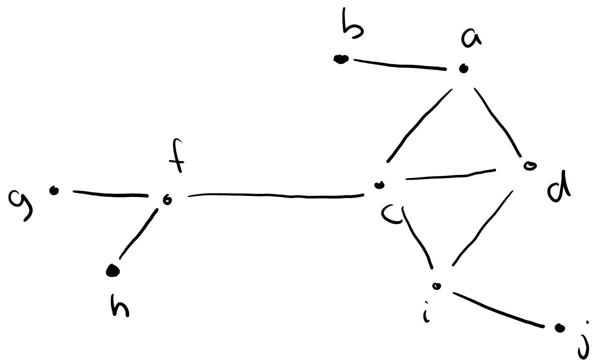


(ii) G



por la regla del producto 2^{10} subgrafos recubridores

(f) La cantidad de subgrafos recubridores conexos de G.



caso 1 : subgrafos recubridos conexos con la misma cantidad de aristas

⟶ la unica posibilidad es G

caso 2 : subgrafos recubridores conexos con una arista menos que G

tenemos 5 posibilidades

quitar ca, ad, cd, di, ci

caso 3 : subgrafos recubridores conexos con dos aristas menos que G

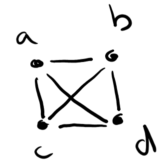
1. quitamos cd
   ⟶ 4 posibilidades
2. no quitamos cd
   ⟶ 4 posibilidades

⟹ 14 subgrafos recubridores conexos

$G = (V, E)$

K_n = grafo completo : n vertices y todos los vertices son adyacentes

K_3 : 

K_4 : 

$$\begin{cases} dist(a,d) = 1 \\ dist(a,b) = 1 \\ dist(a,c) = 1 \\ dist(x,y) = 1 \quad x,y \in \{a,b,c,d\} \end{cases}$$

diam = maxima distancia = 1

Distancia de x a y = longitud del camino mas corto entre de x a y

Diametro = mayor de las distancias.