Ejercicio 1

(a) ¿Cuántos naturales entre 1 y 105 inclusive no son múltiplos de 3, 5 ni 7?

$S = \{1, 2, 3, \dots, 105\}$

$|S| = 105$

c_1 = ser múltiplo de 3

c_2 = ser múltiplo de 5

c_3 = ser múltiplo de 7

Buscamos $N(\bar{c}_1\bar{c}_2\bar{c}_3)$

$N(c_1) = \left\lfloor \frac{105}{3} \right\rfloor = 35$ → redondeado para abajo

$\{\underbrace{1, 2, 3}, \underbrace{4, 5, 6}, \underbrace{7, 8, 9}, \dots 105\}$

$N(c_2) = \left\lfloor \frac{105}{5} \right\rfloor = 21$

$N(c_3) = \left\lfloor \frac{105}{7} \right\rfloor = 15$

$N(c_1c_2) = \left\lfloor \frac{105}{15} \right\rfloor = 7$

↳ los que son multiplos de 3 y de 5

un número es multiplo de 3 y de 5 sii es multiplo de 15

$N(c_1c_3) = \left\lfloor \frac{105}{21} \right\rfloor = 5$

$N(c_2c_3) = \left\lfloor \frac{105}{35} \right\rfloor = 3$

$N(c_1 c_2 c_3) = \left\lfloor \frac{105}{105} \right\rfloor = 1$

$\hookrightarrow$ los números multiplos de 3, 5 y 7 o sea los múltiplos de los

entonces:

$N(\bar{c_1}\bar{c_2}\bar{c_3}) = |S| - (N(c_1) + N(c_2) + N(c_3)) + (N(c_1c_2) + N(c_1c_3) + N(c_2c_3))$

$- N(c_1c_2c_3)$

$= 105 - (35 + 21 + 15) + (7 + 5 + 3) - 1$

$= 48$

Ejercicio 2

Se tira un dado 6 veces. Calcular la cantidad de formas en que podemos obtener un número múltiplo de 18 como suma de las 6 tiradas del dado. Tomar en cuenta el orden de los valores obtenidos en el dado. Por ejemplo, los resultados en orden $(6, 6, 2, 2, 1, 1)$ y $(6, 2, 6, 2, 1, 1)$ cuentan a favor como casos diferentes.

los únicos múltiplos de 18 que podemos alcanzar son 18 y 36

caso 1: la suma de las 6 tiradas da 36

$\longrightarrow$ hay una sola forma $(6,6,6,6,6,6)$

caso 2: la suma de las 6 tiradas da 18

x_1 = resultado de la 1ra tirada

x_2 = resultado de la 2da tirada

x_3, x_4, x_5, x_6

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 18 \text{ con } \overbrace{\underbrace{1 \leq x_i}\leq 6}^{\text{inclusión exclusión}}$$

$\mathcal{U} = \{$soluciones de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 18$ con $1 \leq x_i\}$

$|\mathcal{U}|$ = cantidad de soluciones de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 18$ con $\underline{1 \leq x_i}$

= cantidad de soluciones de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ con $0 \leq x_i$

$= CR^6_{12}$

$c_1 =$ solución con $x_1 \geq 7$

$c_2 =$ solución con $x_2 \geq 7$

$c_i =$ solución con $x_i \geq 7$ con $i = 1,2,3,4,5,6$

buscamos $N(\bar{c}_1 \bar{c}_2 \bar{c}_3 \bar{c}_4 \bar{c}_5 \bar{c}_6)$

$N(c_1) =$ cantidad de soluciones de $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 18$ con $1 \leq x_i$ y $7 \leq x_1$

$=$ cantidad de soluciones de $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 6$ con $0 \leq x_i$

$= CR_6^6$

$N(c_2) =$ cantidad de soluciones de $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 18$ con $1 \leq x_i$ y $7 \leq x_2$

$= CR_6^6$

$N(c_i) = CR_6^6$

$N(c_1 c_2) =$ cantidad de soluciones de $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 18$ con $1 \leq x_i$, $7 \leq x_1$, $7 \leq x_2$

$=$ cantidad de soluciones de $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 0$ con $0 \leq x_i$

$= CR_0^6 = C_0^5 = \frac{5!}{0!\,5!} = 1$

$N(c_i c_j) = 1$

$N(c_1 c_2 c_3) =$ cantidad de soluciones de $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 18$ con $1 \leq x_i$, $7 \leq x_1$, $7 \leq x_2$, $7 \leq x_3$

$= 0$

$N(c_1 c_1)$ ✗ $N(c_1 c_2)$ ✓ $+ N(c_2 c_1)$ ✗

$N(c_i c_j c_k) = 0$

$$N(\bar{c}_1 \bar{c}_2 \bar{c}_3 \bar{c}_4 \bar{c}_5 \bar{c}_6) = |\mathcal{U}| - \sum_{1 \leq i \leq 6} \underbrace{N(c_i)}_{= CR_6^6} + \sum_{1 \leq i < j \leq 6} \underbrace{N(c_i c_j)}_{= 1} - \sum_{1 \leq i < j < k \leq 6} \underbrace{\overline{N(c_i c_j c_k)}}_{= 0}$$

$= CR_{12}^6 - 6 \cdot CR_6^6 + C_2^6 \cdot 1$

Ejercicio 3
¿De cuántas formas pueden extraerse 9 canicas de una bolsa si hay 3 de cada uno de los siguientes colores: blanco, rojo, azul, negro?

x_1 = cantidad de blancas

x_2 = cantidad de rojas

x_3 = cantidad de azules

x_4 = cantidad de negras

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \quad \text{con} \quad 0 \leq x_i \leq 3$$

$\mathcal{U} = \{$ soluciones de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9$ con $0 \leq x_i \}$ $\quad |\mathcal{U}| = CR_9^4$

c_1 = solución con $x_1 \geq 4$

c_2 = solución con $x_2 \geq 4$

c_3 = solución con $x_3 \geq 4$

c_4 = solución con $x_4 \geq 4$

$N(c_1 c_2 c_3)$ = la cantidad de soluciones de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9$ con $x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 4$, $x_3 \geq 4$, $x_4 \geq 0$

$= 0$

SKYWALKER

→ empieza con vocal

→ no aparece RK

vamos a contar la cantidad de permutaciones empezando con vocal

$$2 \cdot \frac{8!}{2}$$

elegimos la vocal que va al principio

cantidad de palabras con los 8 caracteres que quedan

vamos a contar la cantidad de permutaciones que empiezan con vocal y tienen RK SYWALKE$\boxed{RK}$

$$2 \cdot 7!$$

entonces

$$2 \cdot \frac{8!}{2} - 2 \cdot 7! = 8! - 2 \cdot 7! = 8 \cdot 7! - 2 \cdot 7! = (8-2) \cdot 7! = 6 \cdot 7!$$