# Ejercicio 9 (Conectivas) - Parte a

Demuestre que los conjuntos de conectivos y son funcionalmente completos.  
(Sugerencia: Pruebe que y que

## Barra de Sheffer (|)

Queremos probar que es funcionalmente completo en PROP.  
  
Definición de :  
-   
- Si y , entonces   
  
Usamos con el fin de probar que:  
Demostración: Por definición de , , luego existe tal .  
  
Paso Inductivo 1:  
Hipótesis inductiva:  
(i)   
(ii)   
  
Tesis inductiva:

Demostración:

Si y entonces por equivalencia de partes tengo que , como hay que construir un lema auxiliar para la demostración.   
  
Lema auxiliar I:

Demostración:

Sabemos que por definición de [|], entonces podemos realizar por regla ii) de :

distribuyendo el :

Aplicando la conmutativa del tenemos que:

Por lo tanto, se concluye que:

Regresando a la tesis inductiva si nuestra función a buscar es por el lema auxiliar, este elemento ”ya que se construye aplicando la regla ii de manera inductiva

Paso Inductivo 2:  
PROP(¬α) := (∃α' ∈ ) ¬α ≡ ψ  
Demostración: construiremos un segundo lema ya que

Lema auxiliar II:  
Demostración:

Savemos que , este elemento puede construirse por la regla ii de si

Regresando al paso inductivo 2, si aplicamos el lema auxiliar II siendo queda demostrada la propiedad

Conclusión:  
es funcionalmente completo.

## Conectivo ↓

Queremos probar que es funcionalmente completo en PROP.  
  
Definición de :  
-   
- Si y , entonces   
  
Usamos P con el fin de probar que:  
Paso Base:  
 es funcionalmente completo.