Curso: Hormigón Estructural 1

MÓDULO 7: LOSAS

Agustin Spalvier (aspalvier@fing.edu.uy)

1er Semestre - 2023

Universidad de la República - Uruguay

RESUMEN

- **Ejemplos**
- **Definiciones / Clasificación**
- **Cálculo de losas y Forma de trabajo**
- **Espesores mínimos**
- **Verificaciones**
- **Control de deformaciones**
- **Cortante "en losas"**
- **Disp. constructivas: barras**
- **Losas "en una dirección"**
- **Ecuación de losas**
- **Cálculo de la reacciones**
- **Disp. constructivas generales Losas…**

ACLARACIÓN: Estas transparencias se preparan únicamente como una guía para las clases, las cuales cumplen la función de ser una presentación de los temas que el estudiante debe aprender para aprobar el curso, indicados en la bibliografía.

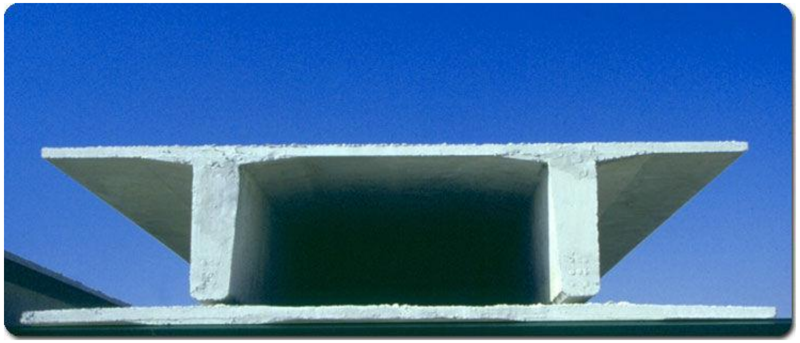
Bibliografía: Jiménez Montoya – 15ª Ed. – Cap. 26.1; 26.2; 26.4; 26.5.1; 26.5.4; 26.11
EHE-08 – Artículos.: 22, 50.2.2.1, 55.1 - Anejo 19 del CE 2022 cap. 6.2.2

Ejemplos

Ejemplos

Ejemplos

- **Sistemas prefabricados**
  - Trabajan predominantemente en una dirección.



Losas (o placas): Definiciones

- **Estructuras que tienen, simultáneamente :**
  - Dos dimensiones (a y b) mucho mayores que la tercera (h). (a>>h; b>>h)
  - Cargas normales al plano medio.
- **Por lo tanto: sometidas fundamentalmente a esfuerzos de flexión.**
  - (Distinto a cargas en su plano => compresiones => vigas de gran altura => membranas)
- **Para trabajar a flexión:**
  - Deben ser esbeltas
    - h > a/5 ("a" menor largo) => losa "alta" ("cortante" modifica deformaciones y tensiones)
    - h < a/4 => EHE permite calcular como losa

Artículo 22.º **Placas**	Para que un elemento bidireccional sea considerado como una placa, debe cumplirse que la luz mínima sea mayor que cuatro veces el espesor medio de la placa. Para el cálculo de las solicitaciones de placas podrá utilizarse cualquiera de los métodos indicados en el Artículo 19º.

  - Las deformaciones deben ser pequeñas.
    - De lo contrario aparecen esfuerzos de membrana (tracciones en el plano medio)

Losas (o placas): Clasificación

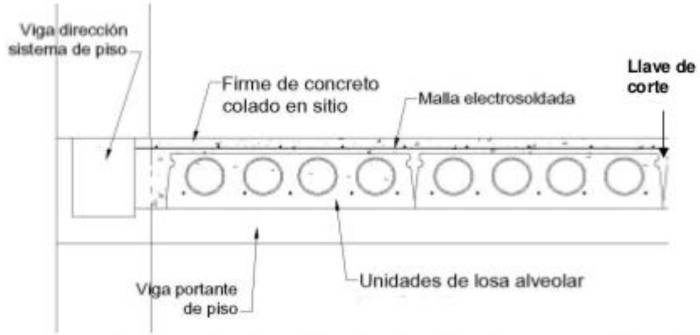
UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– Forma
  - Poligonal, circular
  - Macizas o aligeradas (sin y con huecos)

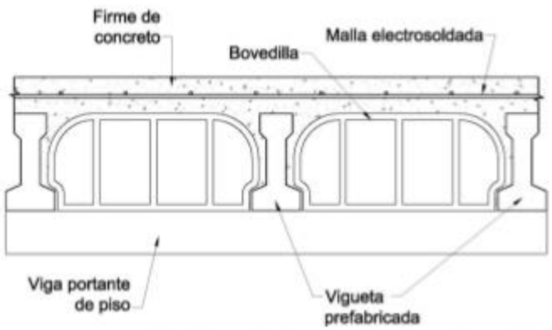
– Vinculación
  - Aisladas apoyadas en el contorno (Apoyo simple) (*HE1*)
  - En voladizo (Empotradas) (*HE1*)
  - Continuas en 1 o 2 direcciones (Empotradas) (*HE2*) (*HE1, en forma simplificada*)

– Tipo de vínculo
  - Apoyos lineales (apoyos continuos) (*HE1*)
  - Apoyos puntuales (apoyos aislados) (*HE2*)
  - Apoyo elástico

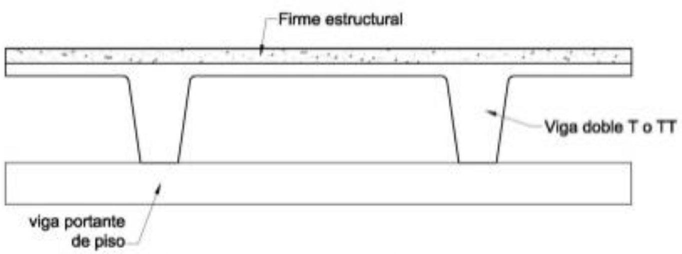
– Cargas
  - Puntual
  - Distribuida (uniforme o triangular)



a) Sistema de piso con losa alveolar y firme de concreto colado en sitio



b) Sistema de piso a base de vigueta y bovedilla.



c) Sistema de piso a base de vigas dobles T y firme de concreto

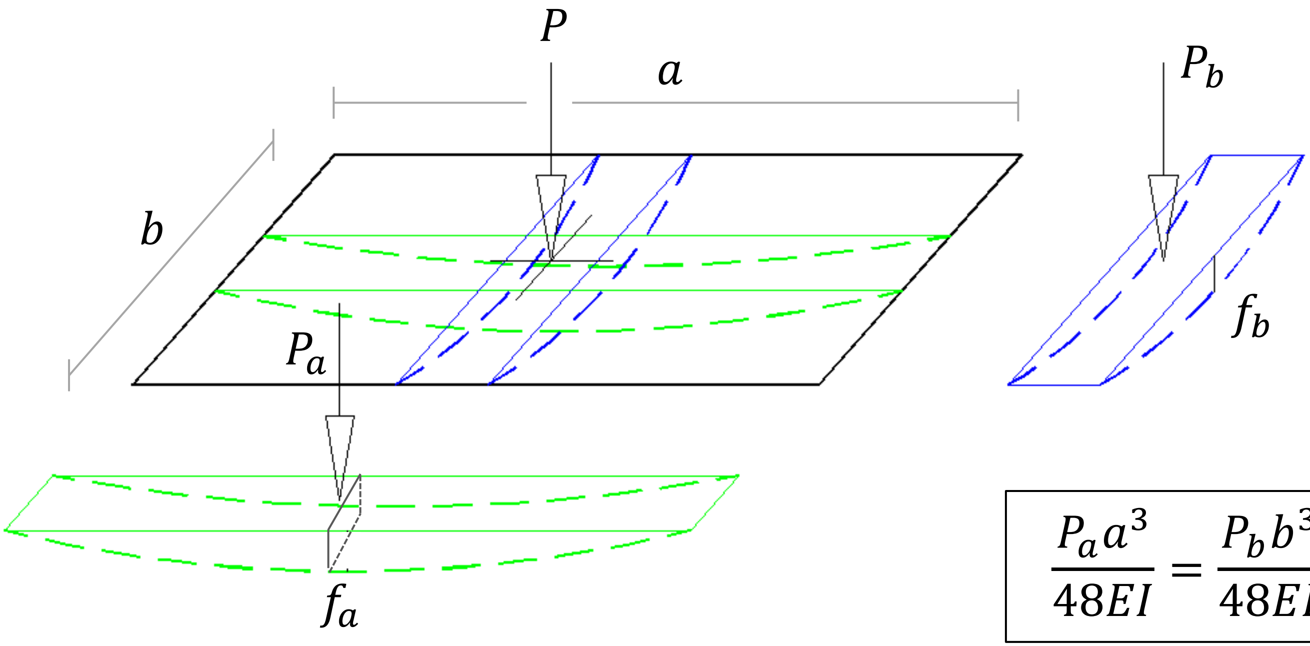
Cálculo de losas

- **Dos grandes grupos:**
  - Métodos clásicos: basados en la teoría de elasticidad (es la extensión de la teoría clásica de resistencia de materiales vista en vigas, a elementos planos).
    - Más adecuado para el comportamiento en servicio.
    - Permiten obtener una ley de distribución de momentos, con la cual armar la losa
    - (Es el que utilizaremos en *HE1*)

  - Métodos en rotura (líneas de rotura): basados en la teoría de la plasticidad. Suponen que el material se comporta en forma rígido-plástica.
    - Más adecuado para el comportamiento en estado último.
    - Se parte de una distribución de armadura, con la que se verifica que resiste las cargas de diseño.
    - No da información de la situación en servicio.
    - (Se ve en Mecánica Estructural, y se utilizará en *H2*)

¿Cómo trabaja una losa?

- **Primera aproximación**: **Método de Marcus**



$$P_a + P_b = P$$

$$f_a = f_b$$

$$\frac{P_a a^3}{48EI} = \frac{P_b b^3}{48EI} \Rightarrow P_b = P_a\left(\frac{a^3}{b^3}\right)$$

Observamos que pequeños aumentos de a (respecto a b), generan grandes aumentos de P_b (respecto a P_a)

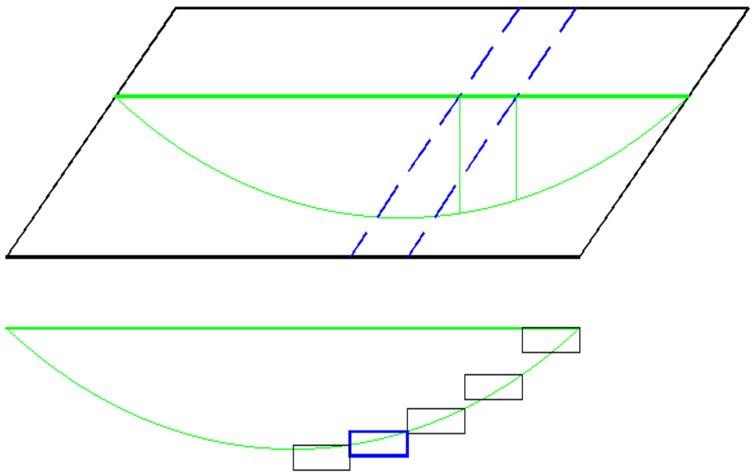
Tanto que si $a > 2b$ es posible suponer que la losa trabaja solamente en una dirección (como si la losa estuviera apoyada en los lados de largo a , o lo que es lo mismo, **como una viga de largo b**).

¿Qué les parece el método de Marcus? ¿Qué efectos desprecia?

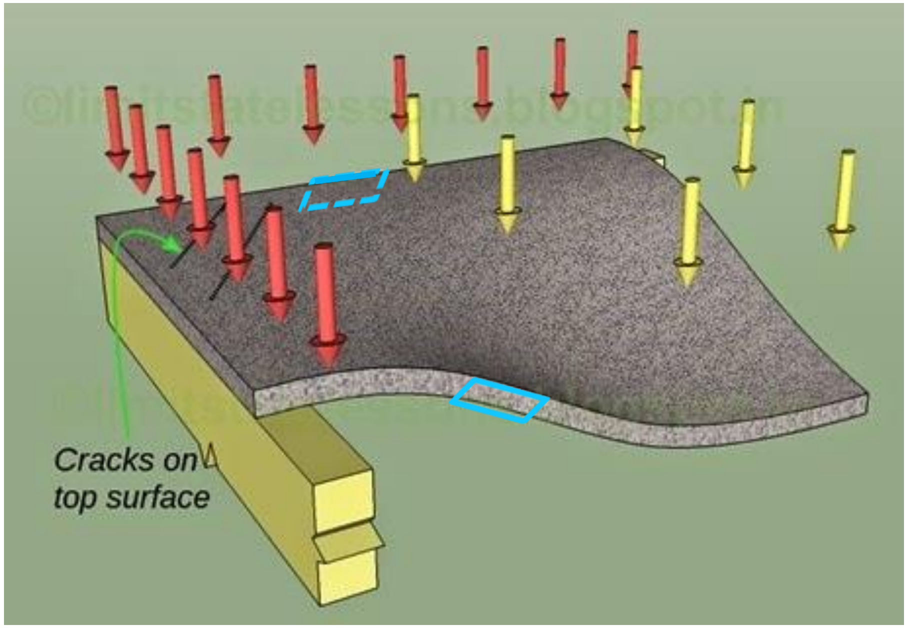
Otros efectos a considerar

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Miremos un corte de la losa deformada, según Marcus tenemos:**



- **"Torsión entre bandas"**



– Las secciones celestes presentan giro relativo no nulo, generando esfuerzos de torsion.

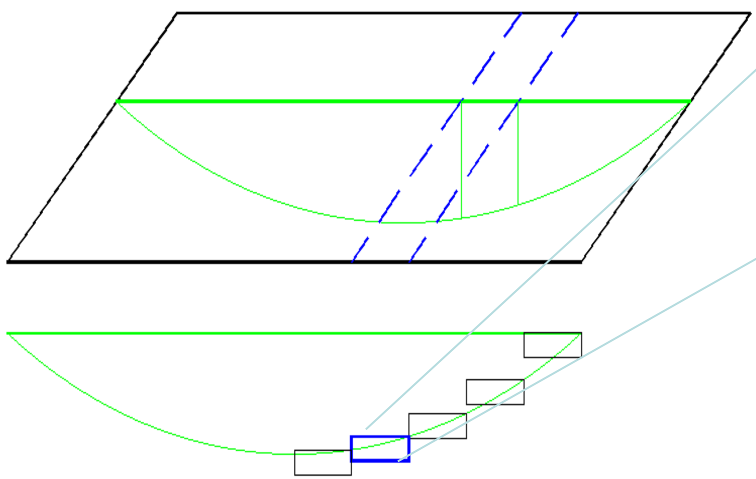
– La rigidez torsional no es despreciable (como Marcus propone)

Sitio web interesante:
limitstatelessons.blogspot.com.uy/2015/04/chapter-17-cont4-torsionally-restrained.html

Otros efectos a considerar

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Miremos un corte de la losa deformada, según Marcus tenemos:**



- **Efecto Poisson**

- Se puede pensar como que las bandas contiguas interectúan.
- La flexión en una dirección genera deformaciones en el otra, es decir
- Los desplazamientos ocasionados por la flexión en un dirección se ven restringidos por la rigidez flexional en ambos sentidos.

Espesores mínimos

- **Art.: 55.1**
  - Losas sobre apoyos lineales

Salvo justificación en contrario, el canto total de la placa, losa o forjado no será inferior a *l*/40 u 8 cm, siendo *l* la luz correspondiente al vano más pequeño.

- **Art.:55.2**
  - Losas sobre apoyos puntuales
  - (*HE2*)

Salvo justificación especial, en el caso de placas de hormigón armado, el canto total de la placa no será inferior a los valores siguientes:

— Placas macizas de espesor constante, *L*/32
— Placas aligeradas de espesor constante, *L*/28

siendo *L* la mayor dimensión del recuadro.

- ***UNIT* - Apartado 51**

51.2.1 Altura de la losa

El espesor de la losa debe ser como mínimo:

1) a) en general, para losas armadas en una dirección...7 cm
b) en general, para losas armadas en dos direcciones ....8 cm
c) en losas de garajes para vehículos de peso (incluyendo carga inferior a 25 kN)....10 cm
d) en losas de garajes para vehículos de peso (incluyendo carga igual o superior a 25 kN)..12 cm
e) en losas no transitables...5 cm

2) Los límites de esbeltez de las losas solicitadas a flexión se determinarán de acuerdo a lo establecido en el capítulo 45.

Verificaciones a realizar en el cálculo

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Armado de la sección (como viga de ancho unitario)**
  - Solicitaciones obtenidas considerando el comportamiento como losa.

- **Cortante**
  - Normalmente: armado **sin armaduras transversales de corte** $\cancel{(V_{su} = 0)}$
  - Se verifica únicamente: $\cancel{V_{u2} = V_{cu} \geq V_{d2}}$ $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$
    - $V_{Rd,c}$: valor de cálculo de la resistencia a cortante de un elemento sin armadura de cortante.

- **Verificaciones en servicio:**
  - En general, verificar (se verán en *HE2*):
    - Fisuración
    - Deformaciones
    - Vibraciones
  - Normalmente, en casos convencionales, estas verificaciones quedan cubiertas con una buena elección de la esbeltez de la losa (utilizaremos este criterio en *HE1*).

Control de deformaciones

- **EHE: Art.: 50.2.2.1**

En vigas y losas de edificación, no será necesaria la comprobación de flechas cuando la relación luz/canto útil del elemento estudiado sea igual o inferior al valor indicado en la tabla 50.2.2.1.a Para vigas o losas aligeradas con sección en T, en que la relación entre la anchura del ala y del alma sea superior a 3, las esbelteces *L*/*d* deben multiplicarse por 0,8.

Tabla 50.2.2.1.a
Relaciones *L*/*d* en vigas y losas de hormigón armado sometidos a flexión simple

Sistema estructural L/d	K	Elementos fuertemente armados: $\rho = 1{,}5\%$	Elementos débilmente armados $\rho = 0{,}5\%$
Viga simplemente apoyada. Losa uni o bidireccional simplemente apoyada	1,00	14	20
Viga continua[1] en un extremo. Losa unidireccional continua[1,2] en un solo lado	1,30	18	26
Viga continua[1] en ambos extremos. Losa unidireccional o bidireccional continua[1,2]	1,50	20	30
Recuadros exteriores y de esquina en losas sin vigas sobre apoyos aislados	1,15	16	23
Recuadros interiores en losas sin vigas sobre apoyos aislados	1,20	17	24
Voladizo	0,40	6	8

[1] Un extremo se considera continuo si el momento correspondiente es igual o superior al 85% del momento de empotramiento perfecto.
[2] En losas unidireccionales, las esbelteces dadas se refieren a la luz menor.
[3] En losas sobre apoyos aislados (pilares), las esbelteces dadas se refieren a la luz mayor.

- ***UNIT - 45.1.1***
  - Idea similar…

  …con:

Tabla 25. Losas. Valores de luz/altura

A Losas armadas en una dirección		B Losas armadas en dos direcciones con $\frac{\text{luz mayor}}{\text{luz menor}} \leq 1{,}3$	
esquema estructural	$\frac{\text{luz}}{\text{altura}}$	esquema estructural	$\frac{\text{luz}}{\text{altura}}$
	12		50
	30		55
	35		
	40		60

Cortante en losas

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Cortante sin armaduras transversales (EHE 2008)**
  - En el módulo 6 vimos el: "Agotamiento por tracción de **piezas con armadura a cortante** (Art. 44.2.3.2.2).", que se da típicamente en vigas.
  - Veremos ahora el caso de **piezas sin armadura de cortante**, más común en losas.
- **La norma**
  - Regiones no fisuradas (Art.: 44.2.3.2.1.1). (*No se verán en este curso*)
    - cuando hay grandes compresiones en la sección. Por ejemplo, en piezas pretensadas.
  - Regiones fisuradas (Art.: 44.2.3.2.1.2):
    - Contribución del hormigón a V_{u2}:

$$V_{u2} = \left[\frac{0{,}18}{\gamma_c}\xi(100\rho_l f_{cv})^{1/3} + 0{,}15\sigma'_{cd}\right] b_0 d$$

    - Con los mismos significados que en el caso de V_{u2} con armadura. Más aún, la fórmula es "igual" a este caso, cambiando el coeficiente principal de 0,15 a 0,18, y eliminando el coeficiente β.

    - Para cuantías pequeñas, la fórmula anterior da valores más bajos de los reales. La EHE igualmente asegura un mínimo de colaboración, dado por:

$$V_{u2} = \left[\frac{0{,}075}{\gamma_c}\xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0{,}15\sigma'_{cd}\right] b_0 d$$

Cortante en losas sin armaduras transversales

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– En el módulo anterior vimos el: "Agotamiento por tracción de **piezas con armadura a cortante**.", que se da típicamente en vigas.

– Veremos ahora el caso de **piezas sin armadura de cortante (sección fisurada)**.

- **La norma CE 2022, Art. 6.2.1:**

(3) En las zonas del elemento donde $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ no se requiere armadura de cortante de cálculo actuando en la sección considerada.

(4) En el caso de que al obtener el cortante de cálculo no se precise armadura de cortante, se debe disponer igualmente una armadura mínima de acuerdo con el apartado 9.2.2. Este armado mínimo puede suprimirse en el caso de elementos tales como losas (macizas, nervadas o alveolares), en las que la redistribución transversal de cargas es posible.

Cortante en losas sin armaduras transversales

- **La norma CE 2022, Art. 6.2.2:**

El valor de cálculo de la resistencia a cortante $V_{Rd,c}$ se establece mediante:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \cancel{\sigma_{cp}}] b_w d$$

0

Con un mínimo de

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \cancel{\sigma_{cp}}) b_w d$$

0

A_c es el área de la sección de hormigón $[mm^2]$,

$V_{Rd,c}$ se dispone en N.

$C_{Rd,c} = 0{,}18/\gamma_C$.

f_{ck} viene dada en N/mm²

$$v_{min} = \frac{0{,}035}{} k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2{,}0$ con d en mm,

$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0{,}02$,

A_{sl} es el área de la armadura de tracción que se extiende sobre una longitud $\geq (l_{bd} + d)$ respecto a la sección considerada (véase la Figura A19.6.3),

b_w es el espesor mínimo de la sección en la zona de tracción $[mm]$.

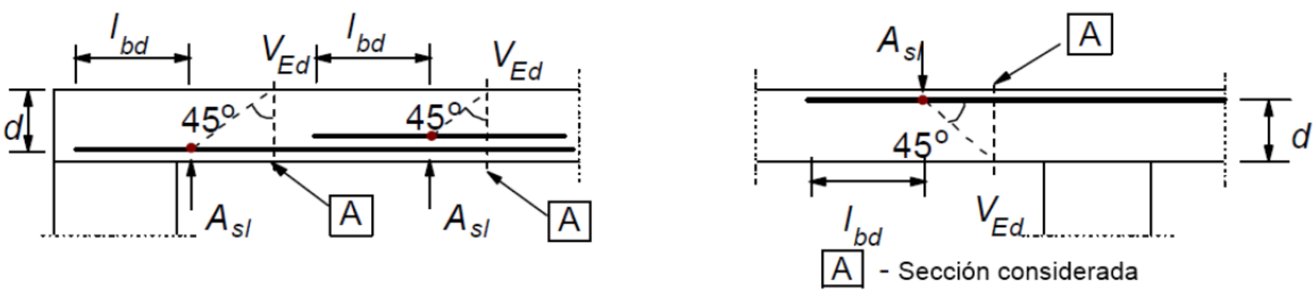


Figura A19.6.3: Definición de A_{sl} en laexpresión (6.2)

Disp. constructivas: Separación de barras

- **Art.:42.3.1**

La armadura pasiva longitudinal resistente, o la de piel, habrá de quedar distribuida convenientemente para evitar que queden zonas de hormigón sin armaduras, de forma que la distancia entre dos barras longitudinales consecutivas (*s*) cumpla las siguientes limitaciones:

s ≤ 30 cm.
s ≤ tres veces el espesor bruto de la parte de la sección del elemento, alma o alas, en las que vayan situadas.

- ***UNIT:***

51.2.4.4.2 Armadura principal

La separación entre ejes de barras debe ser:

s≤ 2h, con un máximo de 20 cm.

donde:

s es la separación entre ejes de barras en cm.
h es el espesor de la losa en cm.

– Criterio constructivo:
  - En losas, utilizar una separación mínima de barras de 10 cm
  - Cuanto menor la separación, mayor el trabajo de elaboración y colocación de las armaduras.

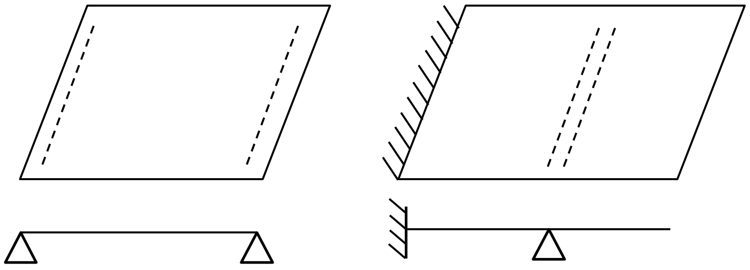
– Ejemplo de tabla de áreas de acero para losas:
  - A_s/m (cm^2/m)

		paso (s)										
ϕ	**A(ϕ)**	**20**	**19**	**18**	**17**	**16**	**15**	**14**	**13**	**12**	**11**	**10**
6	0,28	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
8	0,50	2,5	2,6	2,8	3,0	3,1	3,4	3,6	3,9	4,2	4,6	5,0
10	0,79	3,9	4,1	4,4	4,6	4,9	5,2	5,6	6,0	6,5	7,1	7,9
12	1,13	5,7	6,0	6,3	6,7	7,1	7,5	8,1	8,7	9,4	10,3	11,3
16	2,01	10,1	10,6	11,2	11,8	12,6	13,4	14,4	15,5	16,8	18,3	20,1
20	3,14	15,7	16,5	17,5	18,5	19,6	20,9	22,4	24,2	26,2	28,6	31,4
25	4,91	24,5	25,8	27,3	28,9	30,7	32,7	35,1	37,8	40,9	44,6	49,1

Losas “en una dirección”

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Por los vínculos:**
  - “Apoyadas” tal que solo pueden trabajar en una dirección.
    - (Independientemente de las dimensiones)
  - Losas rectangulares con dos lados opuestos libres
  - Las cargas viajaran paralelas a las direcciones libres.



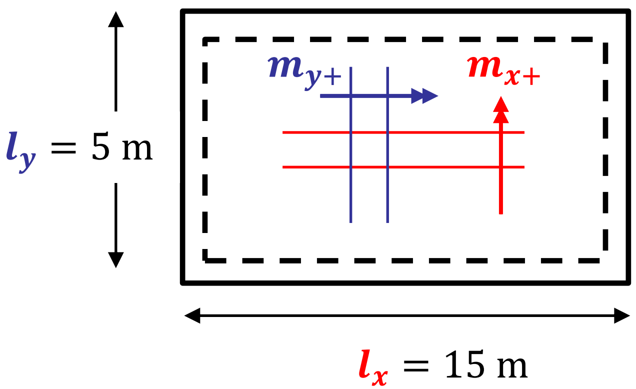
- **Por la geometría:**
  - Pudiendo trabajar en ambas direcciones, con el lado mayor (a) por lo menos 2 veces el lado menor (b): $a > 2b$.
  - La losa trabaja repartiendo casi exclusivamente las cargas en la dirección de la luz corta

- **Art.: 55.1**

Para losas rectangulares en una dirección se dispondrá, en cualquier caso, una armadura transversal paralela a la dirección de los apoyos calculada para resistir un momento igual al 25% del momento principal.

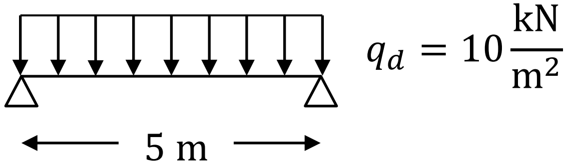
Ejemplo

- **Diseñar una losa, de 5 m × 15 m, simplemente apoyada en todo su perímetro.**
  - Materiales: $f_{ck} = 25$ MPa; $f_{yk} = 500$ MPa; Rec. geo = 2 cm; $q_d = 10$ kN/m^2(PP inc)



$$\frac{l_x}{l_y} = \frac{15}{5} = 3 > 2 \Rightarrow \text{unidireccional}$$

Viga de luz = lado corto ($L = l_y = 5$ m)

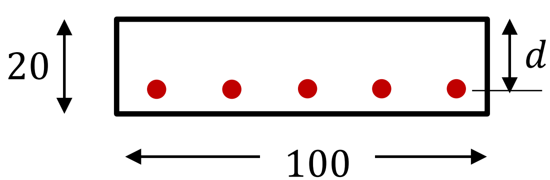


$$m_{y+} = \frac{q_d l_y^2}{8} = \frac{10 \times 5^2}{8} = 31{,}25\ \text{kNm/m}$$

$$m_{x+} = 0{,}25 \times m_{y+} = 7{,}81\ \text{kNm/m}$$

Espesor sugerido según EHE (para no tener que verificar ELS):

$$\frac{L}{20} = \frac{500}{20} = 20\ \text{cm} \Rightarrow \text{elijo } h = 20\ \text{cm}$$



$\boldsymbol{d_1 = 17{,}5}$ **cm**
$\boldsymbol{d_2 = 16{,}5}$ **cm** (asumo $\phi 10$)

Diseño como una viga de ancho 1 m:

(1) Dirección principal ($M_d = m_{y+} = 31{,}25$ kN. m y $d = d_1 = 17{,}5$ cm)

$$\mu = \frac{M_d}{bd_1^2 f_{cd}} = \frac{3125}{100 \times 17{,}5^2 \times 2{,}5/1{,}5} = 0{,}061$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0{,}063 > 0{,}045 \text{ (ok cuantía mecánica)}$$

$$A_{s,nec} = \frac{\omega b d_1 f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}063 \times 100 \times 17{,}5 \times \frac{25/1{,}5}{500/1{,}15} = 4{,}20 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,geo} = A_c \times \frac{1{,}8}{100} = 100 \times 20 \times \frac{1{,}8}{100} = 3{,}60 \text{ cm}^2 < 4{,}20 \text{ cm}^2 \text{(ok cuantía geométrica)}$$

Tabla ⇒ $\boxed{\text{coloco } \phi 10/18}$

O hago la cuenta: $A_{s,tot} = \frac{100}{sep} \times A_{s,1\phi 10} = \frac{100}{18} \times 0{,}785 \text{ cm}^2 = 4{,}36 \text{ cm}^2 \geq 4{,}20 \text{ cm}^2$ (OK)

(2) Dirección secundaria ($M_d = m_{x+} = 7{,}81$ kN. m y $d = d_2 = 16{,}5$ cm)

$$\mu = \frac{M_d}{b d_1^2 f_{cd}} = \frac{781}{100 \times 16{,}5^2 \times 2{,}5/1{,}5} = 0{,}017$$

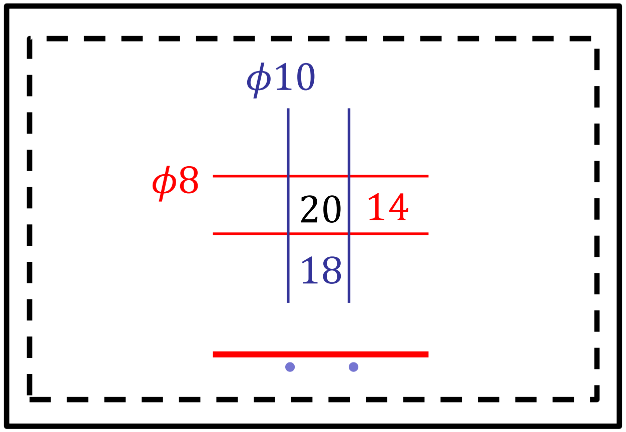
$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0{,}017 \text{ (no es necesario cumplir cuantía mecánica mínima)}$$

$$A_{s,nec} = \frac{\omega b d_1 f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}017 \times 100 \times 16{,}5 \times \frac{25/1{,}5}{500/1{,}15} = 1{,}1 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,geo} = A_c \times \frac{1{,}8}{100} = 100 \times 20 \times \frac{1{,}8}{100} = 3{,}60 \text{ cm}^2 > 1{,}1 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Debo colocar } A_{s,geo}$$

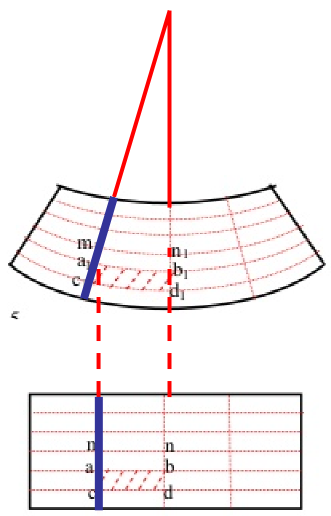
Tabla $\Rightarrow$ $\boxed{\text{coloco } \phi 8/14}$

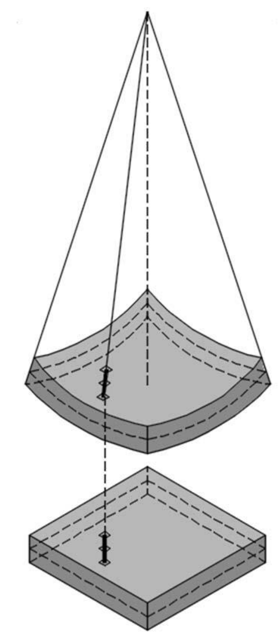
O hago la cuenta: $A_{s,tot} = \frac{100}{sep} \times A_{s,1\phi 8} = \frac{100}{14} \times 0{,}503 \text{ cm}^2 = 3{,}6 \text{ cm}^2 \geq 3{,}6 \text{ cm}^2$ (OK)



Ecuación de losas (Solución elástica-lineal)

	Teoría de Vigas	**Teoría de Losas**
Desplazamientos:	Del eje. Descensos: *v(x)*	Del plano medio: Descensos: *v(x,y)*
Hipótesis de deformación	**Navier-Bernoulli**: *Las secciones planas perpendiculares al eje permanecen planas y perpendi-culares al eje deformado de la viga.*	**Kirchhoff**: *Las rectas normales al plano medio permanecen rectas y normales al plano medio deformado de la losa.*





– Con estas reglas, y la ley de comportamiento del material, se pueden relacionar: Desplazamientos, deformaciones, tensiones y solicitaciones en el elemento.

Ecuación de losas (Solución elástica-lineal)

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

Teorema Fundamental de Vigas:

$$-q = \frac{dV}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2}$$

Ecuación de la elástica:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

$$\frac{d^2M}{dx^2}\frac{1}{EI} = \frac{d^4w}{dx^4} \Rightarrow$$

$$-\frac{q}{EI} = \frac{d^4w}{dx^4}$$

$$\frac{\delta v_x}{\delta x} + \frac{\delta v_y}{\delta y} + q(x,y) = 0$$

$$m_x = -D\left(\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + \nu \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta y^2}\right)$$ = Momento flector en dirección x (alrededor del eje y).

$$m_y = -D\left(\frac{\delta^2 w}{\delta y^2} + \nu \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x^2}\right)$$ = Momento flector en dirección y (alrededor del eje x).

$$m_{xy} = -D\,(1-\nu)\frac{\delta^2 w}{\delta x \cdot \delta y}$$ = Momento torsor.

$$\Delta\Delta w = \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} + 2\frac{\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 w}{\delta y^4} = \frac{q}{D}$$ ecuación de Lagrange

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1-\nu^2)}$$ = rigidez a flexión de la placa, equivalente a la rigidez $E \cdot I$ de las vigas.

E = Módulo de elasticidad longitudinal del hormigón.
h = Canto total de la placa.
ν = Coeficiente de Poisson del hormigón (normalmente, $\nu \approx 1/6$).

Ecuación de losas - Resolución

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– **Normalmente no es posible encontrar soluciones exactas** que satisfagan las condiciones de contorno y de carga q(x,y).

– Para resolver, **se procede a métodos numéricos aproximados**:

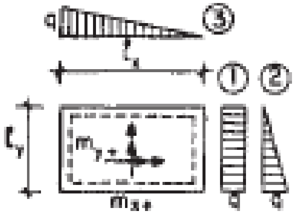
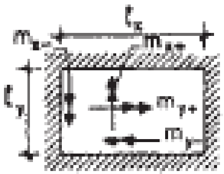
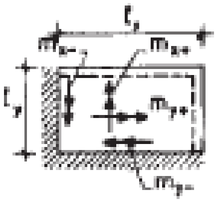
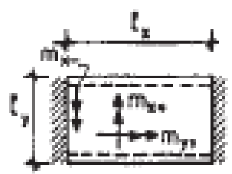
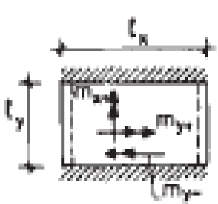
- cálculo por diferencias finitas (simplificación de la solución), o el
- cálculo por elementos finitos (simplificación del problema).

– **Tablas para el cálculo**:

- Calculadas por algún método clásico. (ν=0,15)
- Incluyen cargas y flechas.
- Apoyadas en 3 o 4 bordes. (¿Por qué no hay tablas para losas apoyadas en 2 bordes?)
- Varios valores para la relación entre lados l_x/l_y
  - *Se puede interpolar para valores intermedios (normalmente no es necesario)*

l_x, l_y = Dimensiones de la placa en las direcciones x e y, en m.
q = Carga uniforme o valor máximo de la carga triangular, en kN/m².
E = Módulo de elasticidad del hormigón, en kN/m².
h = Espesor de la placa, en m.
m_{x+} = Valor máximo positivo del momento flector unitario en la dirección x (alrededor del eje y), en kN · m/m.
m_{x+o} = Valor de m_{x+} en el centro de la placa, cuando ésta tiene un borde libre.
m_{x+b} = Valor de m_{x+} en el borde libre de la placa.
m_{x-} = Valor máximo negativo del momento flector unitario en la dirección x (momento de empotramiento en un borde paralelo al eje y), en kN · m/m.
m_{y+}, m_{y+0}, m_{y+b}, m_{y-} = Momentos flectores unitarios en la dirección y .
w = Flecha máxima de la placa, en m.

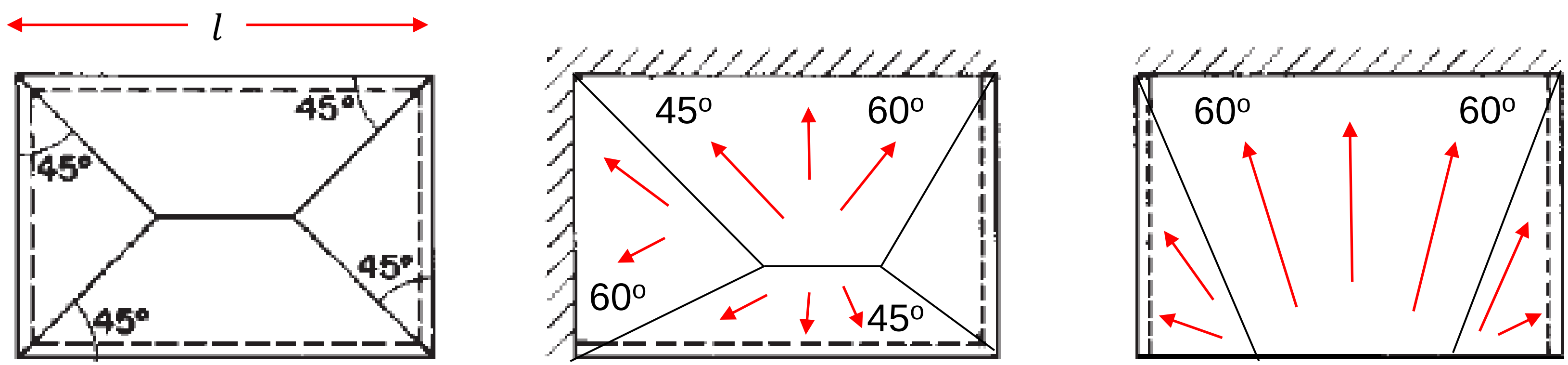
= borde empotrado.
= borde simplemente apoyado.
= borde libre.

		CARGA UNIFORME ①						CARGA TRIANGULAR ②					
	l_y/l_x	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
	$w = 0{,}001 \cdot q \cdot l_x^4 / Eh^3 \cdot$	119	102	85	71	58	48	59	51	43	35	29	24
	$m_{y+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	99	86	73	61	51	42	51	45	39	34	29	24
	$m_{x+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	32	37	40	42	43	42	16	19	20	21	22	22
	$w = 0{,}001 \cdot q \cdot l_x^4 / Eh^3 \cdot$	30	28	25	22	18	15	15	14	13	11	9	8
	$m_{y+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	41	38	34	29	25	21	21	19	17	16	14	12
	$m_{x+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	10	13	17	18	20	21	8	8	9	10	10	11
	$m_{y-} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	84	80	74	67	59	52	50	48	45	41	37	33
	$m_{x-} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	58	58	58	57	55	52	30	30	30	29	29	27
	$w = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	55	49	43	36	30	25	26	23	20	17	15	12
	$m_{y+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	57	52	45	39	33	27	27	24	21	18	14	12
	$m_{x+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	16	20	24	26	27	27	8	9	10	11	11	12
	$m_{y-} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	119	111	101	91	80	70	64	60	57	52	47	42
	$m_{x-} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	82	82	80	78	74	70	37	37	37	36	34	33
	$w = 0{,}001 \cdot q \cdot l_x^4 / Eh^3 \cdot$	99	76	57	42	31	23	50	38	28	21	16	12
	$m_{y+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	84	65	49	37	27	20	45	36	28	23	19	15
	$m_{x+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	36	38	39	37	34	31	18	20	20	19	18	17
	$m_{x-} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	119	111	102	91	80	70	62	57	53	48	43	38
	$w = 0{,}001 \cdot q \cdot l_x^4 / Eh^3 \cdot$	30	30	29	28	25	23	16	15	14	14	13	12
	$m_{y+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	42	41	39	37	34	31	22	21	20	19	18	16
	$m_{x+} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	8	10	13	16	18	20	7	8	9	10	10	11
	$m_{y-} = 0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	84	83	82	78	74	70	52	51	50	48	46	44

Cálculo de la reacciones sobre apoyos

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Puede suponerse, para carga uniforme, que las cargas se reparten según la "ley de sobres".**
  - Determinar "áreas tributarias" de forma triangular o trapezoidal, según la siguiente regla:
    - En las esquinas en las que concurren bordes del mismo tipo: ángulo a 45º
    - En las esquinas en las que concurren un borde apoyado y uno empotrado, el ángulo es de 60º, llevando más carga el borde empotrado.
  - La carga que se apoya sobre cada una de estas áreas se reparte uniformemente sobre el apoyo que vincula dicha área.
  - Ejemplos:

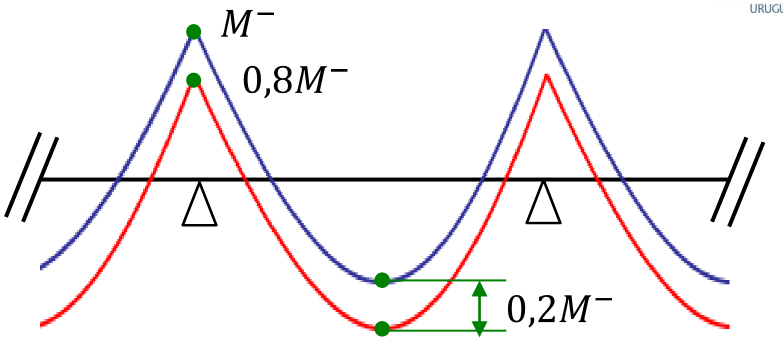


$F_{d,trib} = q_d \times A_{trib}$ (da una fuerza en N)

$V_d = \dfrac{F_{d,trib}}{l}$ (da una fuerza por unidad de longitud)

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Salvo que sea preciso evitar la fisuración, se pueden redistribuir un 20% de los momentos negativos a los positivos.**
  - De todos modos, continuar al menos el 50% de la armadura de negativos hasta el punto de momento nulo de la ley original.
  - (Ojo! No confundir distribución de momentos con decalaje de la ley de momentos!)



- **Para asegurar la resistencia del hormigón al cortante es importante la colaboración del efecto arco:**
  - Se recomienda llevar hasta los apoyos, y anclar suficientemente, por lo menos la mitad de la armadura correspondiente al momento máximo.

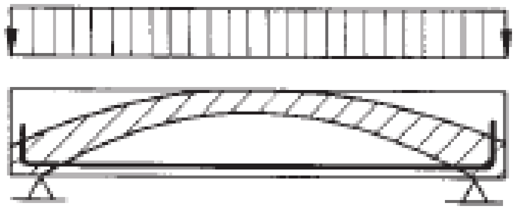
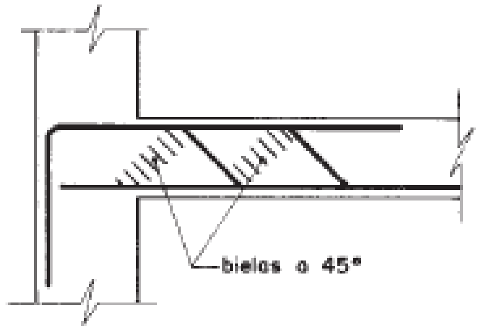


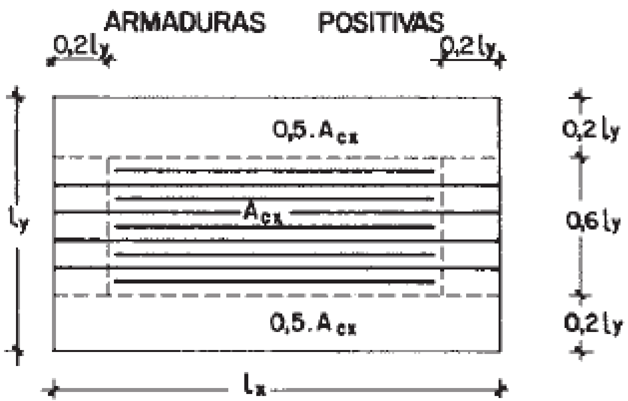
Figura 26.16 Efecto arco

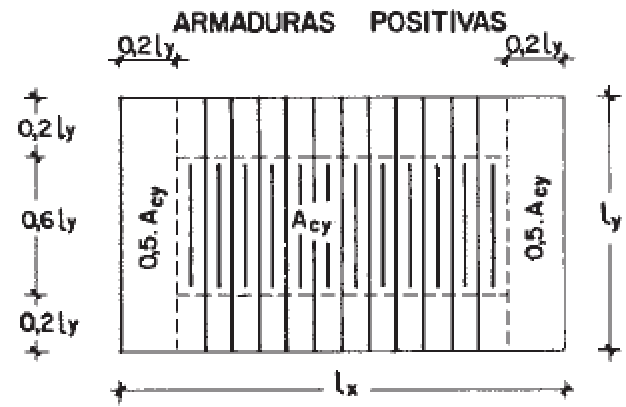
- **En losas empotradas, cuidar los anclajes de las armaduras negativas**

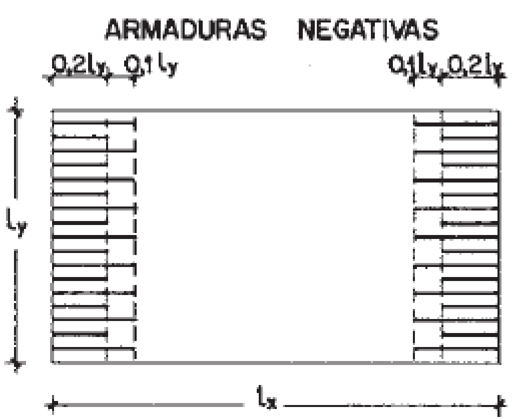


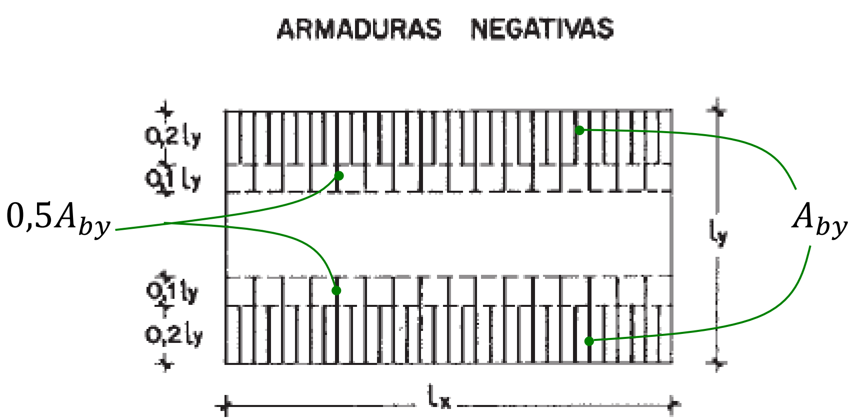
Disposiciones constructivas

- **Armadura de compresión:** (Es muy raro que se tenga que armar doblemente una losa.)
- **Disposición de las armaduras:**
  - Si no se tienen los puntos de momento nulo, se puede seguir las siguientes recomendaciones de armado: (Anclar bien los negativos!)









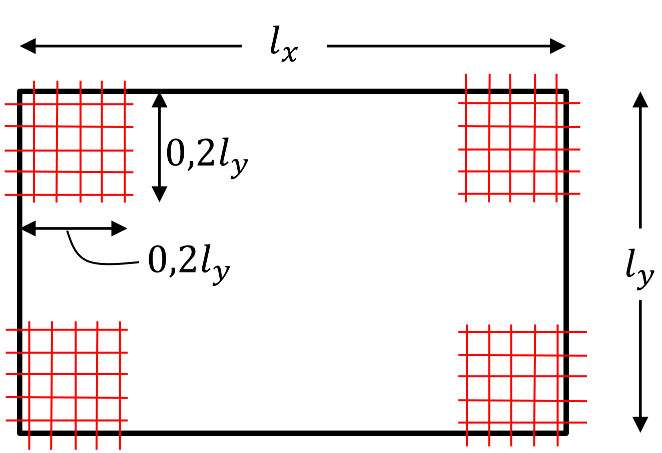
A_{cx} = Sección de armadura positiva, por unidad de longitud, paralela al lado l_x.
A_{bx} = Sección de armadura negativa, por unidad de longitud, paralela al lado l_x.

A_{cy} = Sección de armadura positiva, por unidad de longitud, paralela al lado l_y.
A_{by} = Sección de armadura negativa, por unidad de longitud, paralela al lado l_y.

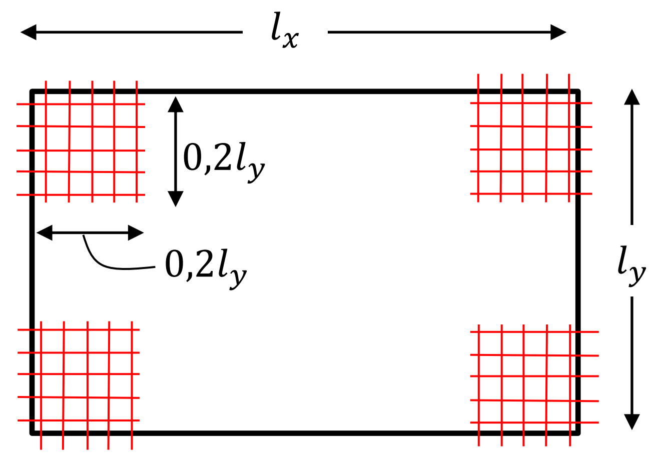
Disposiciones constructivas

- **Esquinas**
  - Deben disponerse armaduras para absorber los esfuerzos de torsión.
  - En zona cuadrada de $0{,}2 \times l_{menor}$ se suplementará la armadura principal por dos mallas ortogonales iguales (una en la cara superior y la otra en la inferior) que tengan, en cada malla en cada dirección, por lo menos el 75% de la cuantía de la mayor armadura principal de la losa.

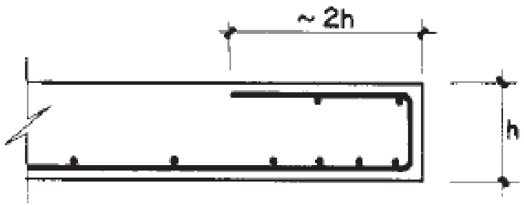
•Sup.:



•Inf.:



- **Bordes Libres**
  - Disponer armadura longitudinal para resistir: posibles cargas de borde, y tensiones de retracción y térmicas. Continuar la armadura perpendicular al borde para envolver a la longitudinal.



Fin