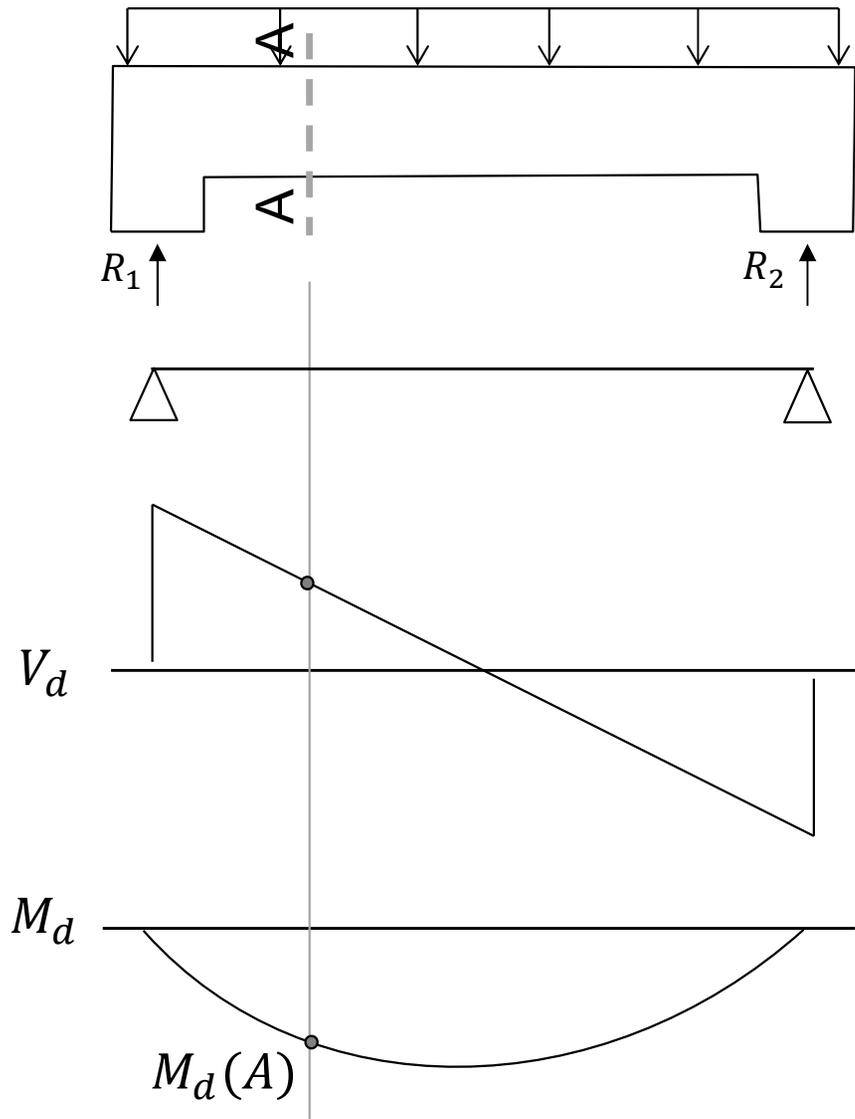


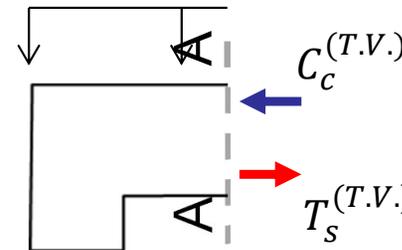
# Tracción adicional debido al cortante

## • Motivación



Dados los diagramas de sollicitación, queremos determinar la armadura longitudinal (ELU de sollicitaciones normales) en la sección A-A.

Elegimos utilizar el modelo de teoría de vigas  $\Rightarrow$

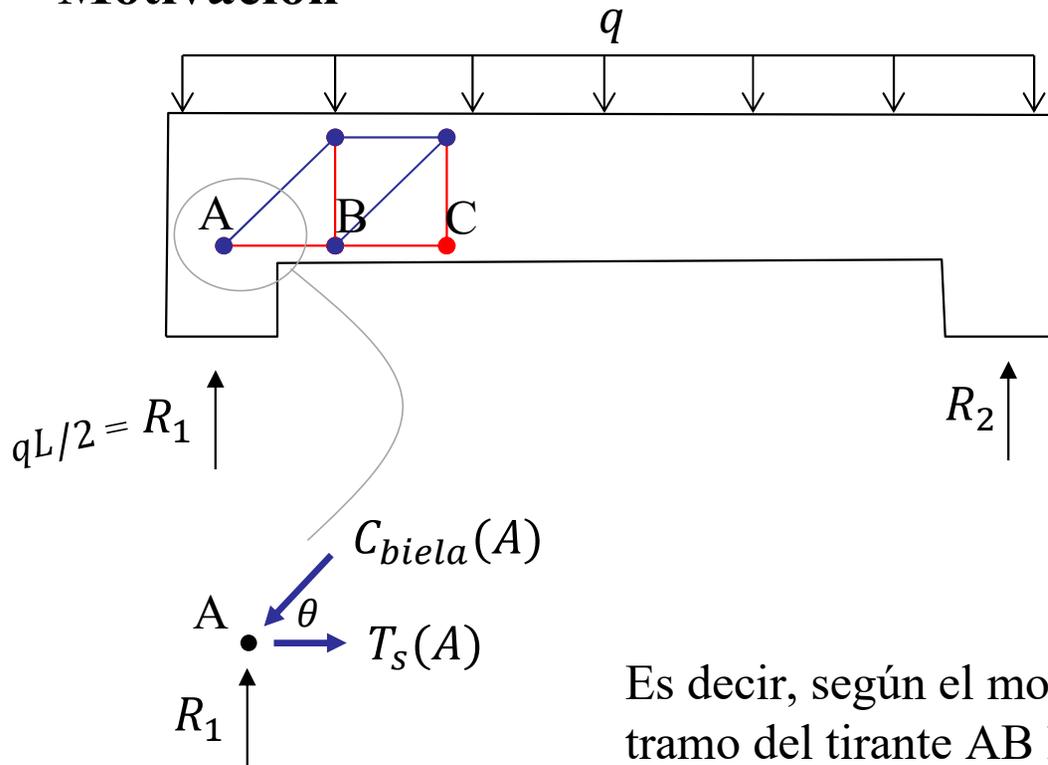


$$\Rightarrow T_s^{(TV)} = M_d(A)/z$$

$\Rightarrow$  si la sección A-A tiende a acercarse al apoyo, la fuerza de tracción  $T_s$  (según el modelo de teoría de vigas) tiende a ser nula, por lo que  $A_s = T_s/f_{yd}$  longitudinal tendería a ser nula sobre el apoyo.

Sin embargo, podemos analizar el mismo problema utilizando el reticulado de Ritter-Morsch, específicamente en el apoyo, donde teoría de vigas predice  $T_s = 0$ .

## • Motivación



Tenemos el mismo problema, pero ahora lo modelamos usando el reticulado de Ritter-Morsch (bielas y tirantes).

$$T_s(A) = C_{biela}(A) \cos \theta = C_{biela}(A) \cos 45^\circ$$

$$C_{biela}(A) \sin \theta = C_{biela}(A) \sin 45^\circ = R_1 \Rightarrow$$

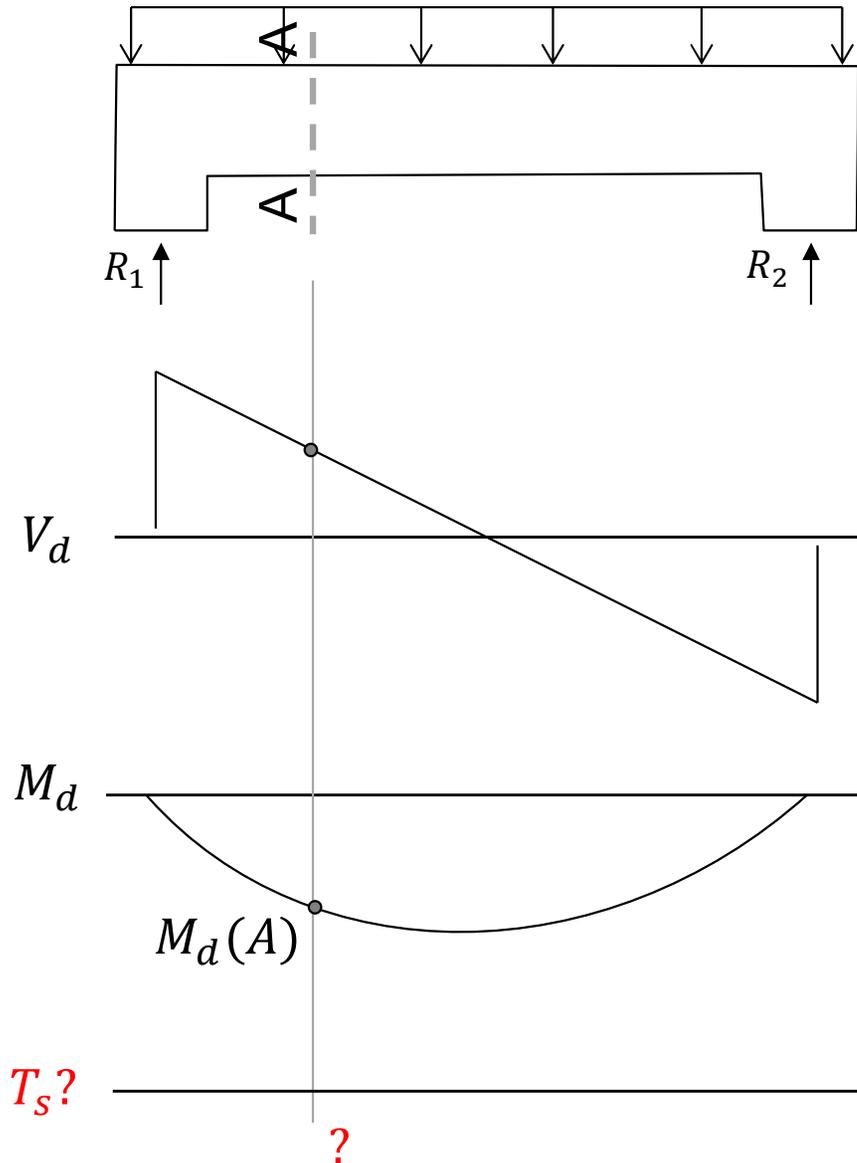
$$T_s(A) = R_1 \gg 0 = T_s^{(TV)}(A)$$

Es decir, según el modelo de bielas y tirantes, la armadura en el tramo del tirante AB lleva una fuerza igual a la reacción  $T_s = R_1 = qL/2$ , pero el modelo de teoría de vigas predice en ese tramo una fuerza en las armaduras que tiende a cero  $T_s \rightarrow 0$ .

Esta discrepancia ocurre por el efecto del cortante en ELU, que no fue incorporado cuando analizamos ELU de solicitaciones normales con teoría de vigas. Es decir, si queremos saber la fuerza de tracción que tiene armadura longitudinal en una sección cualquiera de la viga, no podemos simplemente utilizar teoría de vigas y hacer  $T_s = M_d/z$ , sino que debemos tener en cuenta este efecto del cortante que aumenta las tracciones. Este efecto NO existe en los puntos de máximo momento flector.

# Tracción adicional debido al cortante

## • Motivación



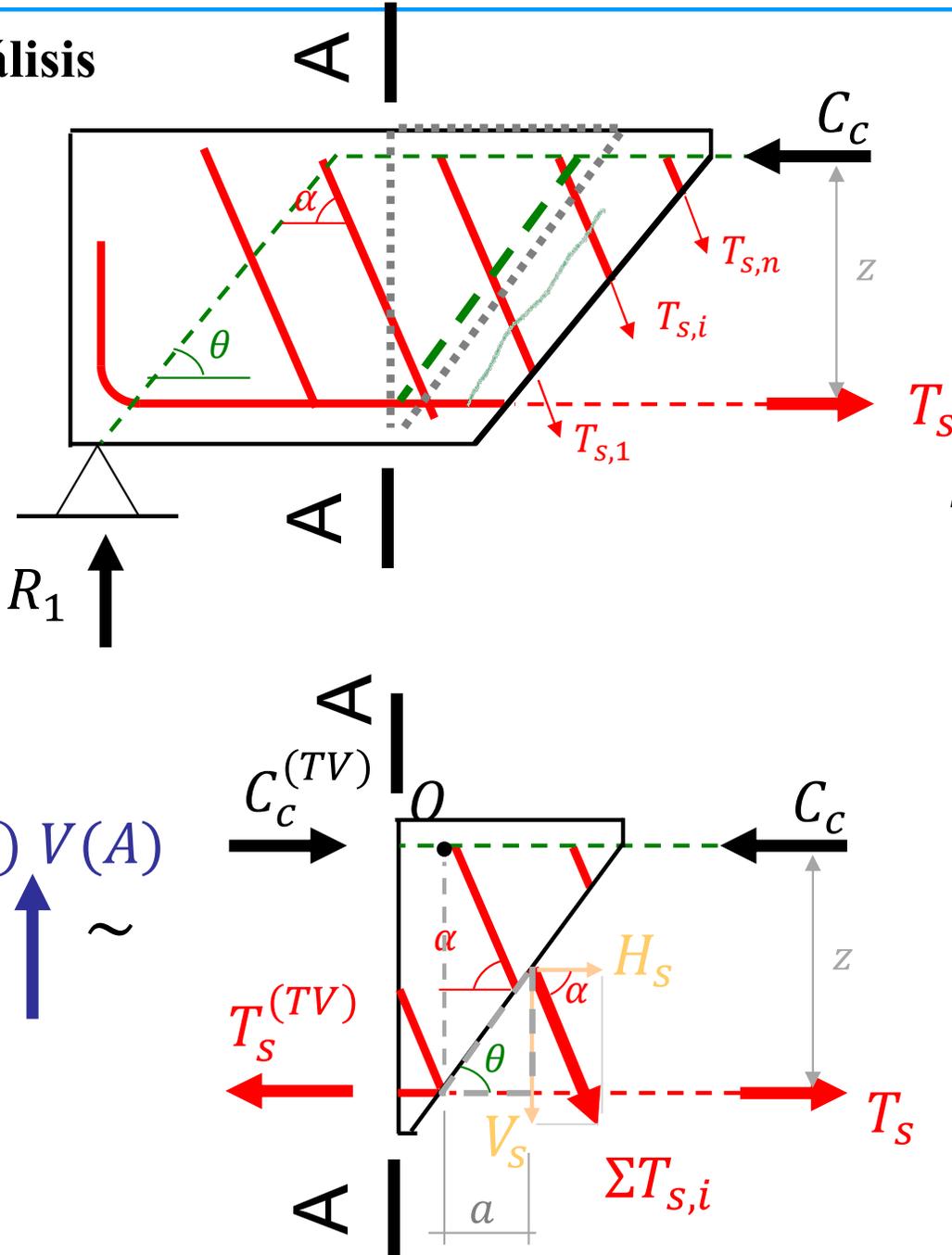
Surge entonces la necesidad de tener un “diagrama de tracciones internas” actuante sobre las armaduras traccionadas. A priori podríamos pensar que ese diagrama podría ser proporcional a  $M_d$ , ya que  $T_s^{(TV)} = M_d/z$ . Pero ya vimos que no es así. Necesitamos un diagrama que contemple el efecto de cortante.

La idea es poder utilizar los diagramas de sollicitación que surgen de teoría de vigas y adaptarlos para incorporar el efecto del cortante.

Para ello, tomaremos una porción de la viga y analizamos cómo se relacionan las sollicitaciones por teoría de vigas con las fuerzas internas que surgen de considerar las armaduras longitudinales, transversales y las bielas de compresión inclinadas.

# Tracción adicional debido al cortante

## • Análisis



Equilibrio de momento desde  $O$ :

$$T_s^{(TV)} z = T_s z + H_s \frac{z}{2} - V_s a \quad \text{¿valor de } a?$$

$$\tan \theta = \frac{z/2}{a} \Rightarrow \cot \theta = \frac{a}{z/2}$$

$$\tan \alpha = \frac{V_s}{H_s} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{H_s}{V_s}$$

$$T_s^{(TV)} z = T_s z + V_s \cot \alpha \frac{z}{2} - V_s \frac{z}{2} \cot \theta \Rightarrow$$

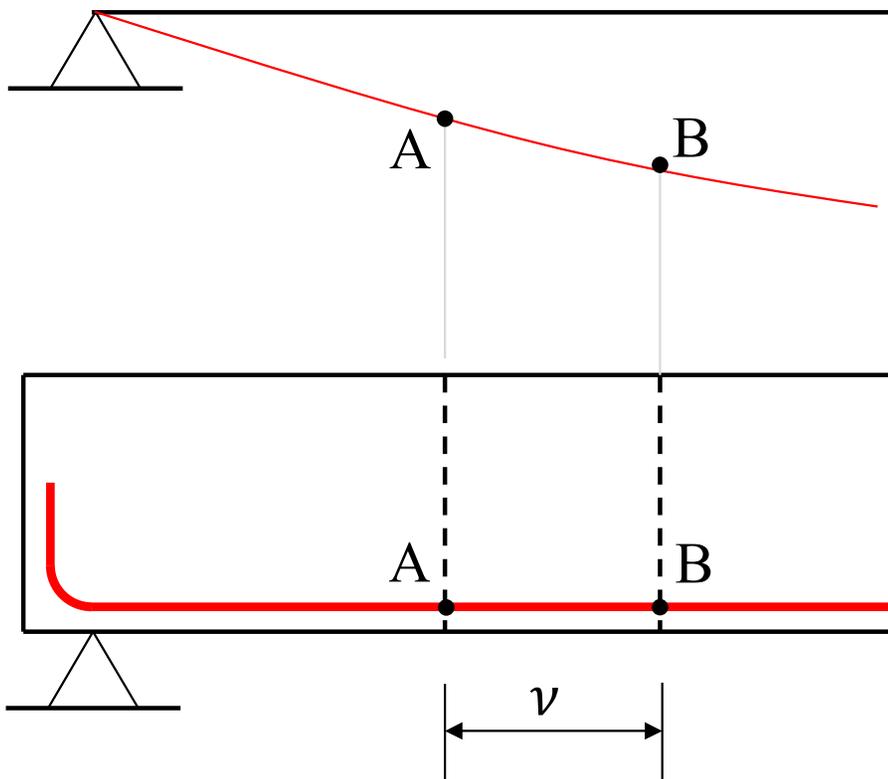
$$T_s = T_s^{(TV)} + \frac{V = V_s}{2} (\cot \theta - \cot \alpha) = \Delta T_s$$

La fuerza "real" ( $T_s$ ) que presenta la armadura es un  $\Delta T_s$  mayor que la que predice teoría de vigas.

# Decalaje de la ley de momentos

- ¿cómo hacemos entonces para obtener el “diagrama de tracción” interna de la armadura, a partir del diagrama de momentos de teoría de vigas?
- Respuesta: utilizamos un “diagrama de momento DECALADO”. ¿Qué es esto?

Diagrama de momento por T.de Vigas



La idea es calcular la fuerza de tracción (o lo que es lo mismo, la armadura) en el punto A utilizando el momento flector del punto B (por teoría de vigas), que es mayor que en A.

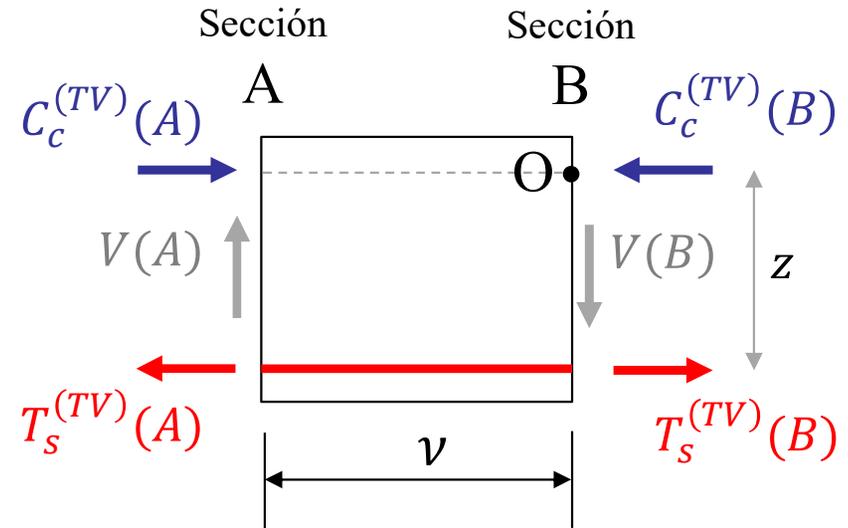
Pero dado A ¿dónde está B? debemos determinar la distancia  $v$ .

# Decalaje de la ley de momentos

$T_s^{(TV)}(A)$  y  $T_s^{(TV)}(B)$  son las fuerzas de tracción en las armaduras, en las secciones A, y B, respectivamente, obtenidas a partir de teoría de vigas, es decir:  $M_d(A)/z$  y  $M_d(B)/z$ , respectivamente.

Si hacemos equilibrio de momentos desde el punto O:

$$T_s^{(TV)}(A)z + V(A)v - T_s^{(TV)}(B)z = 0$$



Pero del análisis anterior sabemos que la fuerza “real” en A vale

$$T_s(A) = T_s^{TV}(A) + \frac{V(A)}{2}(\cot \theta - \cot \alpha) \Rightarrow T_s^{TV}(A) = T_s(A) - \frac{V(A)}{2}(\cot \theta - \cot \alpha) \Rightarrow$$

Sustituyendo  $\Rightarrow T_s(A)z - \frac{V(A)}{2}z(\cot \theta - \cot \alpha) + V(A)v = T_s^{(TV)}(B)z \Rightarrow T_s(A) = T_s^{(TV)}(B)$  si y solo si

$$\frac{V(A)}{2}z(\cot \theta - \cot \alpha) = V(A)v \Rightarrow v = \frac{z}{2}(\cot \theta - \cot \alpha)$$

Para saber la fuerza  $T_s$  que tiene la armadura en la sección A, basta con mirar una sección B, ubicada una distancia  $v$  desde A, hacia el lado donde crece el momento, y utilizar ese momento en B para calcular la fuerza  $T_s$  en A (y por ende el área de acero necesario  $A_s$  en la sección A).

# Decalaje de la ley de momentos

En la práctica, para secciones rectangulares con estribos verticales, con  $\theta = 45^\circ$  y  $\alpha = 90^\circ$ , tomamos  $v = d$ .

Ahora entonces, podemos conocer “diagrama de tracción” interna en la armadura. Construimos en su lugar, el diagrama de momento flector decalado, con el cual se puede hallar la tracción y armadura fácilmente con teoría de vigas:

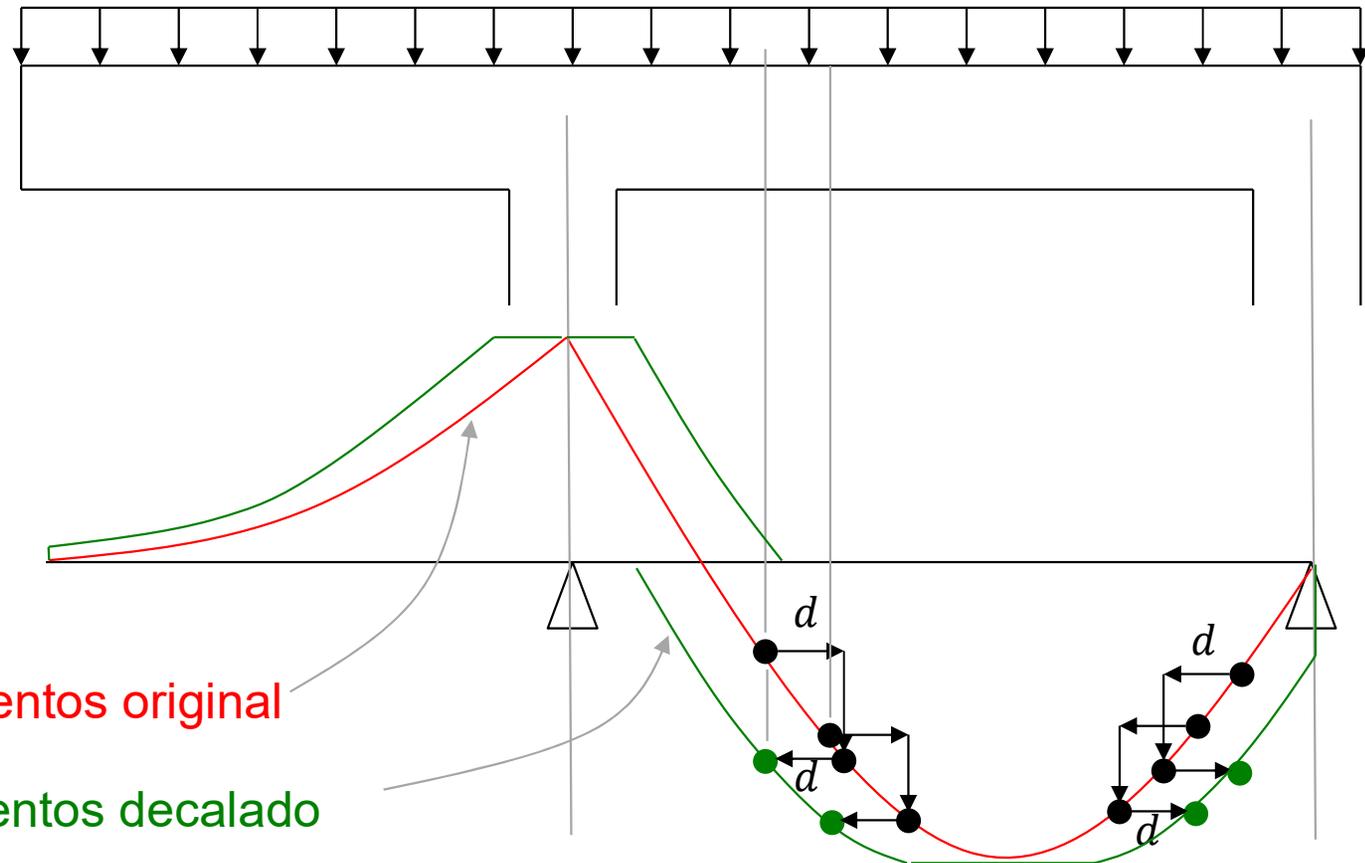
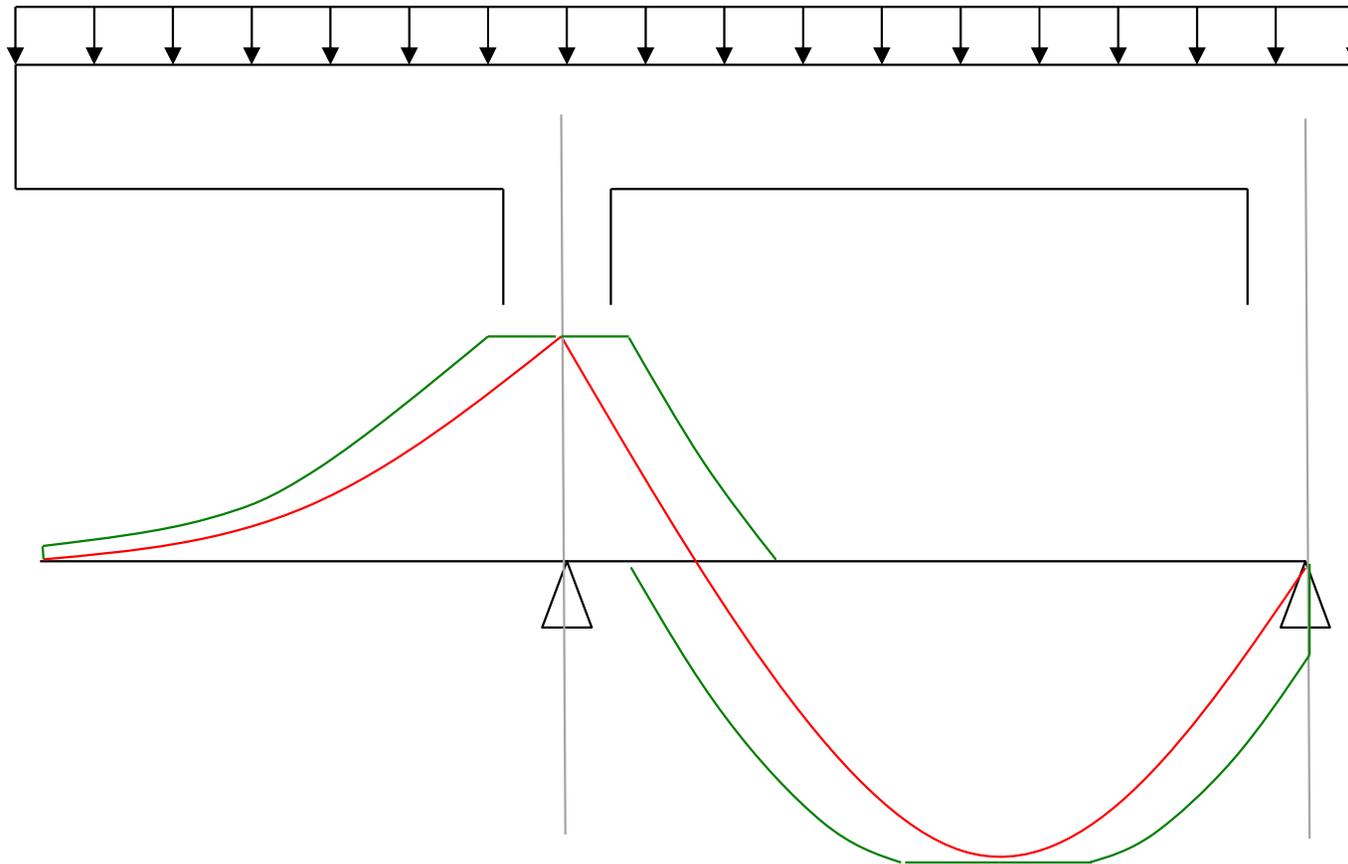


Diagrama de momentos original

Diagrama de momentos decalado

# Decalaje de la ley de momentos

- Ejemplo de colocación de armaduras



- **Art. 9.2.2 del CE 2022**

(5) La cuantía de armadura de cortante se establece mediante la expresión (9.4):

$$\rho_w = A_{sw} / (s \cdot b_w \cdot \text{sen } \alpha) \quad (9.4)$$

donde:

$\rho_w$  es la cuantía de armadura de cortante;  $\rho_w$  no debe ser inferior a  $\rho_{w,min}$ ,

$A_{sw}$  es el área de la armadura de cortante en la longitud  $s$ ,

$s$  es la separación entre las armaduras de cortante medidas a lo largo del eje longitudinal del elemento,

$b_w$  es el ancho del alma del elemento,

$\alpha$  es el ángulo entre la armadura de cortante y el eje longitudinal (véase el apartado 9.2.2 (1)).

$$\rho_{w,min} = \frac{0,08\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (9.5)$$

- **Art. 9.2.2 del CE 2022**

(6) La separación longitudinal máxima entre los diferentes tipos de armaduras de cortante no debe exceder  $s_{l,max}$ , cuyo valor se establece a continuación.

$$s_{l,max} = 0,75 d (1 + \cot g \alpha) \quad (9.6)$$

donde  $\alpha$  es la inclinación de la armadura de cortante respecto al eje longitudinal de la viga.

(7) La separación longitudinal máxima de las barras levantadas no debe exceder el valor de  $s_{b,max}$  establecido mediante la expresión (9.7).

$$s_{b,max} = 0,6 d (1 + \cot \alpha) \quad (9.7)$$

(8) La separación transversal de las ramas en una serie de cercos no debe exceder el valor  $s_{t,max}$ , definido en la expresión (9.8).

$$s_{t,max} = 0,75 \leq d \leq 600 \text{ mm} \quad (9.8)$$