

Curso: HORMIGÓN ESTRUCTURAL 1

MÓDULO 3b: FLEXIÓN PURA EN VIGA DOBLEMENTE ARMADA

Agustin Spalvier (aspalvier@fing.edu.uy)

1^{er} Semestre – 2023

Universidad de la República - Uruguay



- **Diseño en flexión pura con armadura doble**
- **Resolución mediante ecuaciones adimensionales**
- **Otra forma práctica de resolución**
- **Ejemplo de viga doblemente armada**

ACLARACIÓN: Estas transparencias se preparan únicamente como una guía para las clases, las cuales cumplen la función de ser una presentación de los temas que el estudiante debe aprender para aprobar el curso, indicados en la bibliografía.

Bibliografía: Jiménez Montoya – 15^a Ed. – Cap. 14 y 15. (Estos capítulos abarcan temas de los módulos referidos a dimensionado ante sollicitaciones normales)

Viga Doblemente Armada en Flexión Pura



Diseño en flexión pura con armado doble

• Ejemplo particular: Sección rectangular ($b \times h$)

– Planteo las ecuaciones de equilibrio del caso.

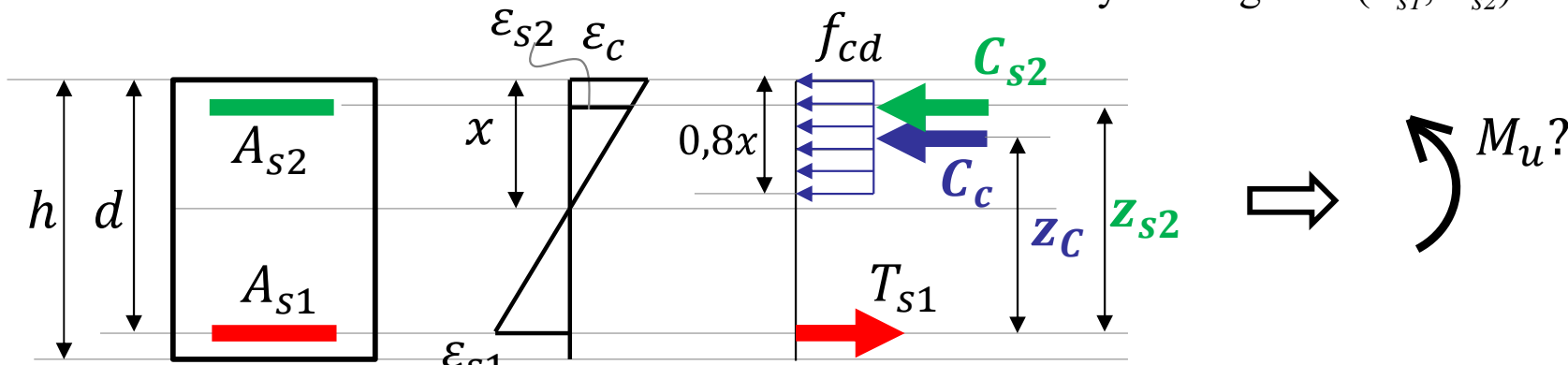
- En el caso general tengo ahora 3 incógnitas: (x, A_{s1}, A_{s2})

– Forma de resolución:

- Como vimos, con armado simple podemos cubrir ~~la sección~~ hasta un momento máximo ($M_{u,p}$).
- Para diseñar una viga para que resista un momento mayor, debemos usar armadura superior.
- Impondremos una condición para aprovechar al máximo la capacidad del hormigón. Esto es, diseñar con el valor límite que nos habíamos impuesto: $x_p = 0,45.d$
- Con esta condición tenemos un sistema de 2 ecuaciones y 2 incógnitas (A_{s1}, A_{s2})

Nota: Para recubrimientos habituales tendremos : $\sigma_{s2} = f_{yd}$
¿De lo contrario?

sin modificar la sección



$$M_u = 0,8bx f_{cd} (d - 0,4x) + f_{yd} A_{s2} (d - d')$$

$$A_{s1} f_{yd} = 0,8bx f_{cd} + f_{yd} A_{s2}$$

Resolución con ecuaciones adimensionales

• Ecuaciones adimensionales

- Nuevamente, podemos plantear el sistema en forma adimensional.
 - Las Ec. así planteadas son válidas para los dominios 2 y 3 (asumiendo A_{s2} fluye).
- Al diseñar, impongo: $x_{lim} = 0,45d$
 - $\Rightarrow \xi = 0,45 \Rightarrow \mu_c = 0,295$

Momento reducido proporcionado por el hormigón:

$$\mu_c = 0,8\xi(1 - 0,4\xi)$$

Cuantía mecánica de A_{s2} :

$$\omega_2 = \frac{A_{s2} \cdot f_{yd}}{bd \cdot f_{cd}}$$

Recubrimiento relativo:

$$\delta_2 = \frac{d_2 \equiv d'}{d}$$

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{cd}} = \frac{0,8bx f_{cd}}{bd f_{cd}} \frac{(d - 0,4x)}{1 \cdot d \cdot \xi} + \frac{f_{yd} A_{s2}}{bd f_{cd}} \frac{(d - d')}{1 \cdot d \cdot \delta_2} \Rightarrow$$

Recordar tabla del módulo anterior

$$\mu = 0,8\xi(1 - 0,4\xi) + \omega_2(1 - \delta_2)$$

$$\Rightarrow \mu = \mu_c + \omega_2(1 - \delta_2)$$

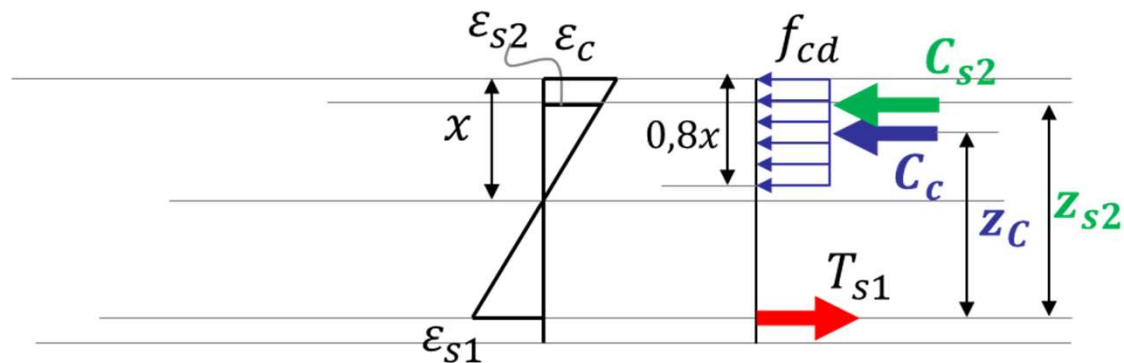
$$\frac{A_{s1} f_{yd}}{bd f_{cd}} = \frac{0,8bx f_{cd}}{bd f_{cd}} + \frac{f_{yd} A_{s2}}{bd f_{cd}} \Rightarrow$$

$$\omega_1 = 0,8\xi + \omega_2$$

AL DISEÑAR:

$$\xi = 0,45 \quad (x = 0,45d)$$

Interpretación



$$\frac{M_u}{bd^2 f_{cd}} = \left(\frac{0,8bx f_{cd}}{bd f_{cd}} \frac{(d - 0,4x)}{d} + \frac{f_{yd} A_{s2}}{bd f_{cd}} \frac{(d - d')}{d} \right) \Rightarrow$$

Parte del M_u que "se lleva" el hormigón: el par C_c y parte de A_{s1} .

$$\mu = \mu_c + \omega_2(1 - \delta_2)$$

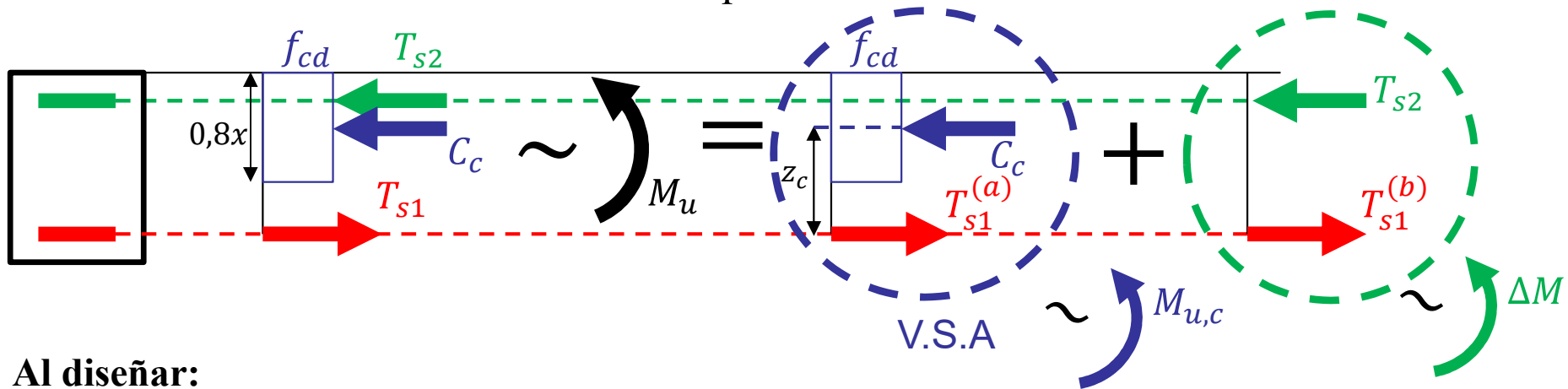
Parte del M_u que "se lleva" la arm. de compresión: el par A_{s2} y parte de A_{s1} .

$$\frac{A_{s1} f_{yd}}{bd f_{cd}} = \frac{0,8bx f_{cd}}{bd f_{cd}} + \frac{f_{yd} A_{s2}}{bd f_{cd}} \Rightarrow \omega_1 = 0,8\xi + \omega_2$$

Parte de la fuerza del acero traccionado se equilibra con el **hormigón** y otra con el **acero comprimido**.

Otra forma práctica de resolución

- La idea es ver el problema como la suma de dos situaciones:
 - Por un lado tenemos una sección simplemente armada de momento último $M_{u,c}$
 - Por otro lado tenemos las armaduras que resisten un momento último ΔM



Al diseñar:

Conocemos A_{s1} y A_{s2} tomamos $M_{u,c} = M_u$ y luego calculamos μ_{s2} si $\mu_{s2} > 0,295 \Rightarrow$ no

podemos usar VSA \Rightarrow fijamos $x = x_p = 0,45d$ y usamos VDA \Rightarrow

De la situación (b) sabemos que $A_{s2} = A_{s1}^{(b)}$ \Rightarrow calculamos $\Delta M = A_{s2} f_{vd} (d - d_2)$

Dividimos el análisis en dos situaciones (a) y (b). En donde $M_{(a)} = M_{(b)} + \Delta M$. Para cada situación de la suma de situaciones (de momentos) sabemos que $A_{s1} = A_{s1}^{(a)} + A_{s1}^{(b)} \Rightarrow A_{s1}^{(a)} = A_{s1} - A_{s2}$ por separado, calculamos $A_{s1}^{(a)}, A_{s2}^{(a)} = 0, A_{s1}^{(b)}, A_{s2}^{(b)} = A_{s2}$, tal que $A_{s1} = A_{s1}^{(a)} + A_{s1}^{(b)}$.

Conocido $A_{s1}^{(a)}$, basta con calcular $M_{u,c}$ como en una comprobación de una VSA (situación a).

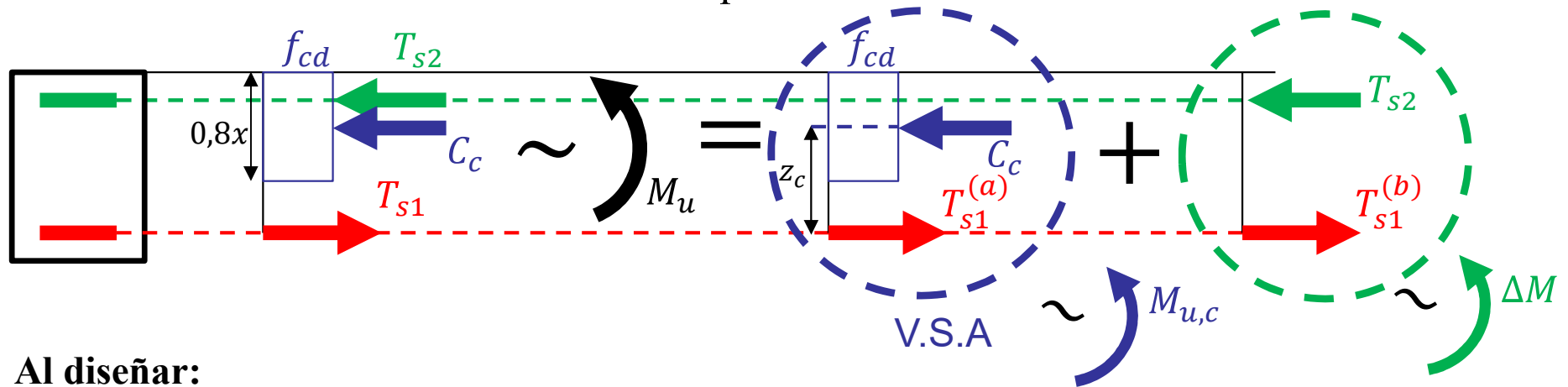
(a): VSA, $\xi = 0,45 \Rightarrow \omega_1^{(a)} = 0,360 \Rightarrow$ hallo $A_{s1}^{(a)}$ y $\mu^{(a)} = 0,295 \Rightarrow$ hallo $M_{u,c}$.

Finalmente $M_u = M_{u,c} + \Delta M$
 Ahora se $M_u = M_{u,c} + \Delta M \Rightarrow$ hallo $\Delta M = M_u - M_{u,c} \Rightarrow$ (b): $\Delta M = T_{s2} (d - d_2) \Rightarrow$ hallo T_{s2} y $T_{s1}^{(b)} = T_{s2}$
 hallo A_{s2} y $A_{s1}^{(b)} = A_{s2}$

verificar que A_{s1} y A_{s2} estén en la frecuencia

Otra forma práctica de resolución

- La idea es ver el problema como la suma de dos situaciones:
 - Por un lado tenemos una sección simplemente armada de momento último $M_{u,c}$
 - Por otro lado tenemos las armaduras que resisten un momento último ΔM



Al diseñar:

Conocemos $M_d \Rightarrow$ tomamos $M_d = M_u$. Luego calculamos μ y si $\mu > 0,295 \Rightarrow$ no podemos usar VSA \Rightarrow fijamos $x = x_p = 0,45d$ y usamos VDA \Rightarrow

Dividimos el análisis en dos situaciones (a) y (b). En donde $M_u = M_{c,u} + \Delta M$. Para cada situación por separado, calculamos $A_{s1}^{(a)}, A_{s2}^{(a)} = 0, A_{s1}^{(b)}, A_{s2}^{(b)} = A_{s2}$, tal que $A_{s1} = A_{s1}^{(a)} + A_{s1}^{(b)}$.

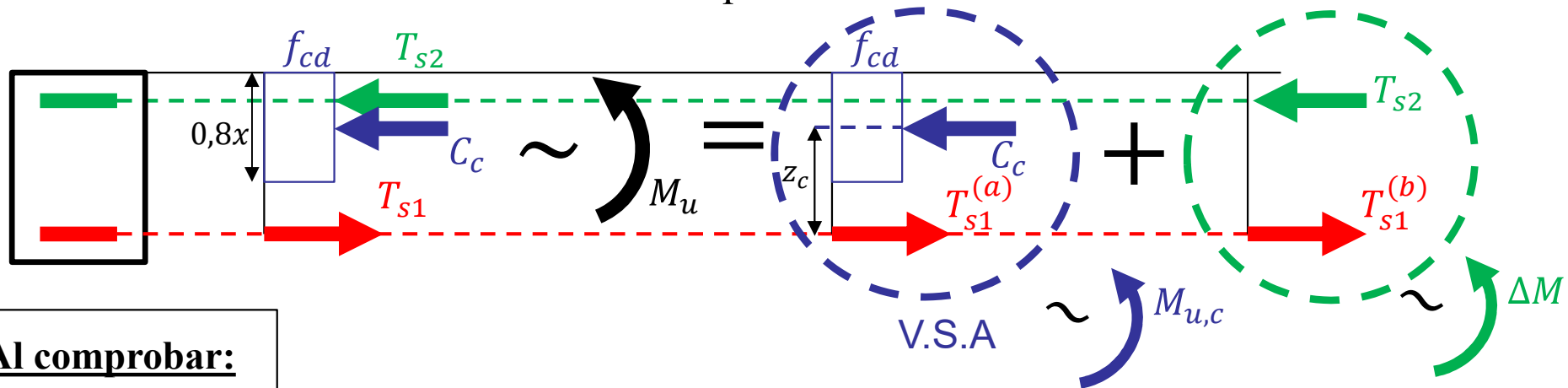
(a): VSA, $\xi = 0,45 \Rightarrow \omega_1^{(a)} = 0,360 \Rightarrow$ hallo $A_{s1}^{(a)}$ y $\mu^{(a)} = 0,295 \Rightarrow$ hallo $M_{u,c}$.

Ahora sé M_u y $M_{u,c} \Rightarrow$ hallo $\Delta M = M_u - M_{u,c} \Rightarrow$ (b): $\Delta M = T_{s2}(d - d_2) \Rightarrow$ hallo T_{s2} y $T_{s1}^{(b)} = T_{s2}$
hallo A_{s2} y $A_{s1}^{(b)} = A_{s2}$

verificar que A_{s2} esté en fluencia

Otra forma práctica de resolución

- La idea es ver el problema como la suma de dos situaciones:
 - Por un lado tenemos una sección simplemente armada de momento último $M_{u,c}$
 - Por otro lado tenemos las armaduras que resisten un momento último ΔM



Al comprobar:

Conocemos A_{s1} y $A_{s2} \Rightarrow$ queremos calcular M_u . Asumimos A_{s2} en fluencia.

De la situación (b) sabemos que $A_{s2} = A_{s1}^{(b)} \Rightarrow$ calculamos $\Delta M = A_{s2} f_{yd} (d - d_2)$

De la suma de situaciones (de momentos) sabemos que $A_{s1} = A_{s1}^{(a)} + A_{s1}^{(b)} \Rightarrow A_{s1}^{(a)} = A_{s1} - A_{s2}$

Conocido $A_{s1}^{(a)}$, basta con calcular $M_{u,c}$ como en una comprobación de una VSA (situación a).

Finalmente $M_u = M_{u,c} + \Delta M$.

verificar que A_{s1} y A_{s2} estén en fluencia

– Ejemplo:

- Se considera una sección rectangular de $b=0,3$ m x $h=0,5$ m, con hormigón y acero de resistencias características de 25 MPa y 500 MPa, respectivamente, y recubrimiento mecánico de 5 cm.
- Determinar armado y posición de la línea neutra para un momento de diseño de 400 kNm.

(lo resolveremos en clase)