ELU: Tensiones normales

Primera parte:

1. Práctica de laboratorio 1 - Tema 5: Rotura de una viga a flexión simple. UIB Universitat de les Illes Balears. Dr. Caldera Bohigas. https://www.youtube.com/watch?v=Q4FBeJ0l2Lc
2. Bending failure of an under reinforced concrete beam: Materials Lab on-line, https://www.youtube.com/watch?v=0NCKo_CTiVw&t=5s
3. Bending failure of an over reinforced concrete beam: Materials Lab on-line, https://www.youtube.com/watch?v=3xw9_33uNJA

ELU: Tensiones normales

UNE-EN 1990:

(3)P Al considerar un estado límite de rotura o deformación excesiva de una sección, elemento o conexión (STR y/o GEO), se debe verificar que:

$$E_d \leq R_d \tag{6.8}$$

donde

E_d es el valor de cálculo de los efectos de las acciones tales como fuerza interna, momento o un vector que represente varias fuerzas internas o momentos;

R_d es el valor de cálculo de la resistencia correspondiente.

ELU: Tensiones normales

Hipótesis

1. Comportamiento solidario de los materiales
2. Navier – Bernoulli hasta la rotura para piezas con $l_0/h \geq 2$
3. Diagramas tensión – deformación del acero y del hormigón
4. No se considera la resistencia a tracción del hormigón
5. En el agotamiento, los dominios de deformación relativos al hormigón y al acero, según las distintas solicitaciones, serán los indicados.
6. Las deformaciones totales de las armaduras activas adherentes deben considerar, además de la deformación que se produce en la fibra correspondiente en el plano de deformación de agotamiento (ε_0), la deformación producida por el pretensado y la deformación de descompresión.
7. Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos. De esta forma podrá calcularse la capacidad resistente última mediante la integración de las tensiones en el hormigón y en las armaduras activas y pasivas.

ELU: Tensiones normales

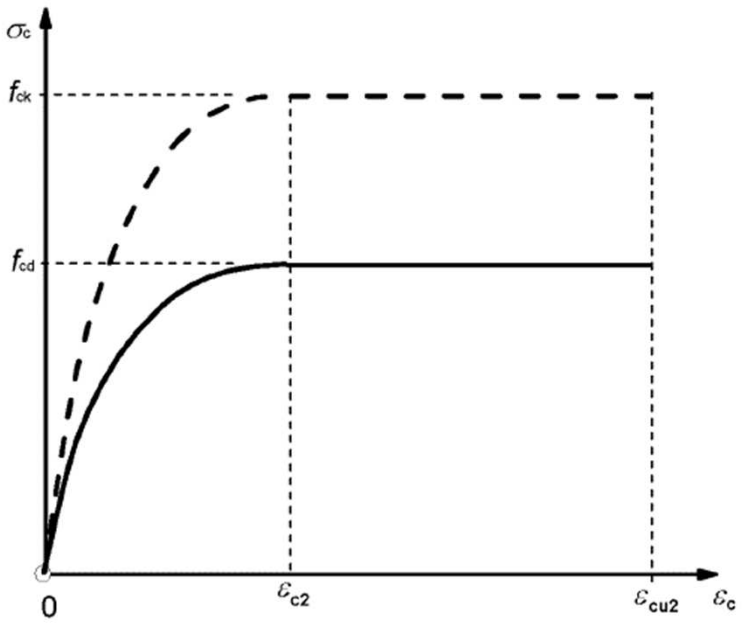
Hipótesis

1. Comportamiento solidario de los materiales
2. Navier – Bernoulli hasta la rotura para piezas con $l_0/h \geq 2$
3. Diagramas tensión – deformación del acero y del hormigón
4. No se considera la resistencia a tracción del hormigón
5. En el agotamiento, los dominios de deformación relativos al hormigón y al acero, según las distintas solicitaciones, serán los indicados.
6. Las deformaciones totales de las armaduras activas adherentes deben considerar, además de la deformación que se produce en la fibra correspondiente en el plano de deformación de agotamiento (ε_0), la deformación producida por el pretensado y la deformación de descompresión.
7. Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos. De esta forma podrá calcularse la capacidad resistente última mediante la integración de las tensiones en el hormigón y en las armaduras activas y pasivas.

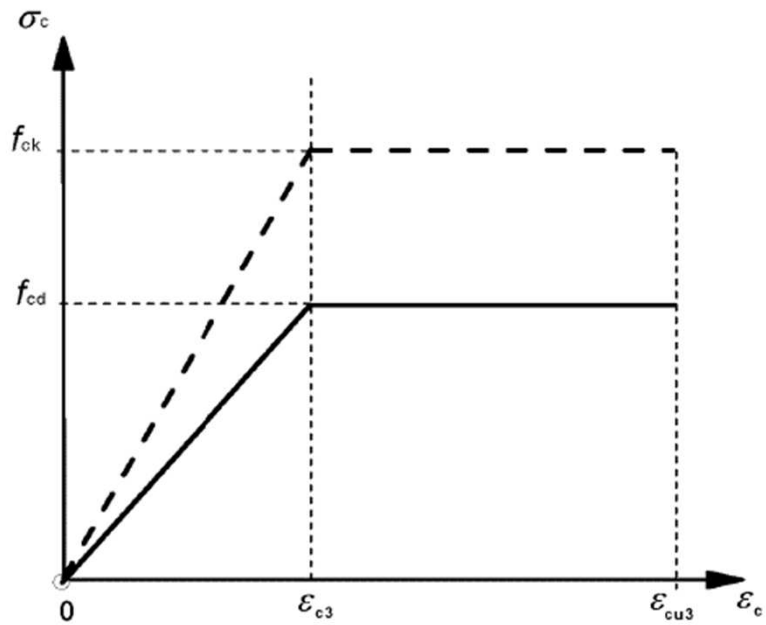
ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº3: diagrama tensión – deformación del hormigón EC2

a) Diagrama parábola - rectángulo



b) Diagrama bi-lineal



$$\sigma_c = f_{cd}\left[1-\left(1-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right] \text{ para } 0 \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{c2}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \text{ para } \varepsilon_{c2} \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{cu}$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº3: diagrama tensión – deformación del hormigón EC2

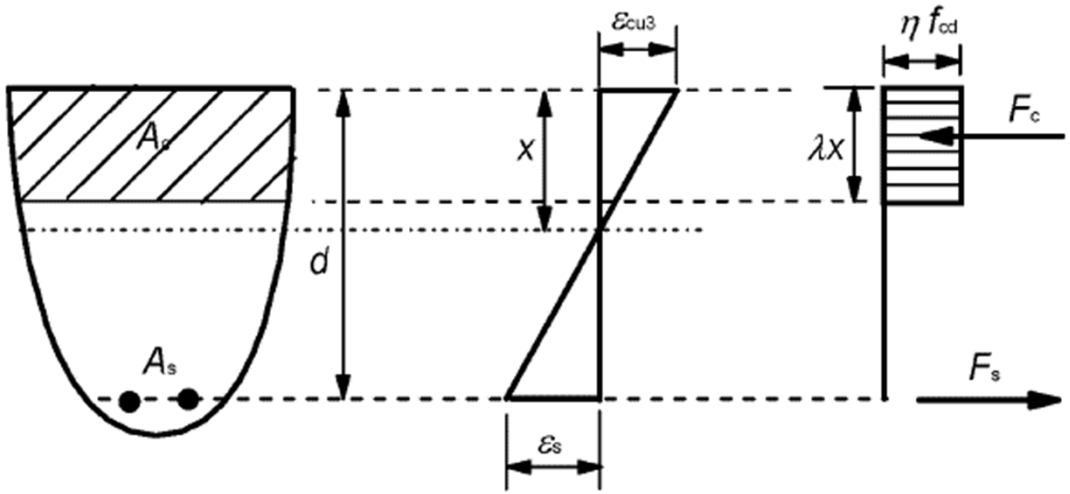
Clases resistentes del hormigón															Relación analítica/Explicación
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2 5	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	véase la figura 3.2 ε_{c1} ($^0/_{00}$) = 0,7 $f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$
ε_{cu1} (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	véase la figura 3.2 para $f_{ck} \geq 50$ Mpa ε_{cu1}($^0/_{00}$)=2,8+27[(98 - f_{cm})/100]^4
ε_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2, 5	2,6	véase la figura 3.3 para $f_{ck} \geq 50$ Mpa ε_{c2}($^0/_{00}$) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}
ε_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	véase la figura 3.3 para $f_{ck} \geq 50$ Mpa ε_{cu2}($^0/_{00}$)= 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	para $f_{ck} \geq 50$ Mpa n = 1,4+23,4[(90 - f_{ck})/100]^4
ε_{c3} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	véase la figura 3.4 para $f_{ck} \geq 50$ Mpa ε_{c3}($^0/_{00}$) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]
ε_{cu3} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	véase la figura 3.4 para $f_{ck} \geq 50$ Mpa ε_{cu3}($^0/_{00}$) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4

Tabla 3.1. Propiedades de resistencia y deformación para el hormigón (EC2).

ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº3: diagrama tensión – deformación del hormigón EC2

c) Diagrama rectangular



$\lambda = 0.8$ para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$\lambda = 0.8 - \left(\frac{f_{ck}-50}{400}\right)$ para $50 < f_{ck} \leq 90$ MPa

$\eta = 1.0$ para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$\lambda = 1.0 - \left(\frac{f_{ck}-50}{200}\right)$ para $50 < f_{ck} \leq 90$ MPa

ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº3: diagrama tensión – deformación del acero pasivo EC2

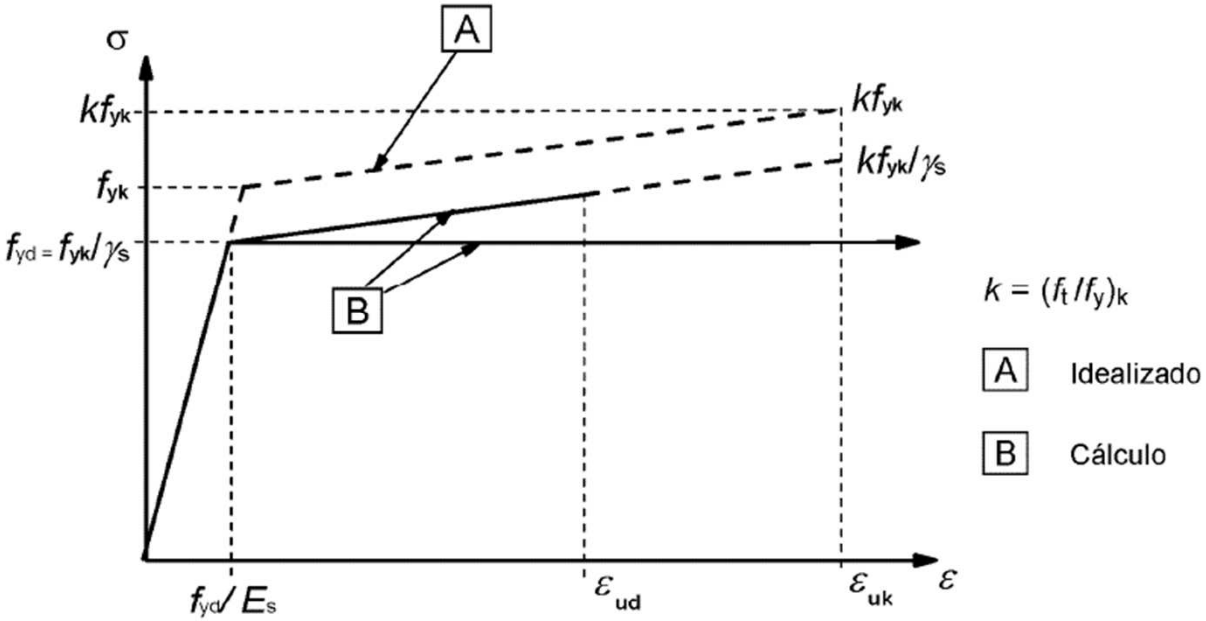


Diagrama de cálculo bi-lineal:

1) Comportamiento elástico lineal hasta f_{yd}/E_s seguido de una rama inclinada con límite de alargamiento $\varepsilon_{ud} = 0.9 \cdot \varepsilon_{uk}$
2) Comportamiento elástico lineal hasta f_{yd}/E_s seguido de una rama horizontal sin límite de alargamiento.

ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº3: diagrama tensión – deformación del acero pasivo EC2

Forma del producto		Barras y redondos desenrollados			Mallas electrosoldadas			Requisito o cuantil (%)
Clase		A	B	C	A	B	C	-
Límite elástico característico f_{yk} o $f_{0,2k}$ (MPa)		400 a 600						5,0
Valor mínimo de $k = (f_t/f_y)_k$		≥1,05	≥1,08	≥ 1,15 < 1,35	≥ 1,05	≥ 1,08	≥ 1,15 < 1,35	10,0
Deformación unitaria característica a fuerza máxima, ε_{uk} (%)		≥ 2,5	≥ 5,0	≥ 7,5	≥ 2,5	≥ 5,0	≥ 7,5	10,0
Capacidad de doblado		Ensayo de doblado / desdoblado			–			
Resistencia a cortante		–			0,3 $A f_{yk}$ (A es el área del alambre)			Mínimo
Desviación máxima de la masa nominal (barra o alambre individual) (%)	Tamaño nominal de barra (mm) ≤ 8	± 6,0						5,0
	> 8	± 4,5						

Para el acero ADN 500:

$$f_t/f_y = 1.10$$

ε_{uk}: sin datos disponibles por el momento

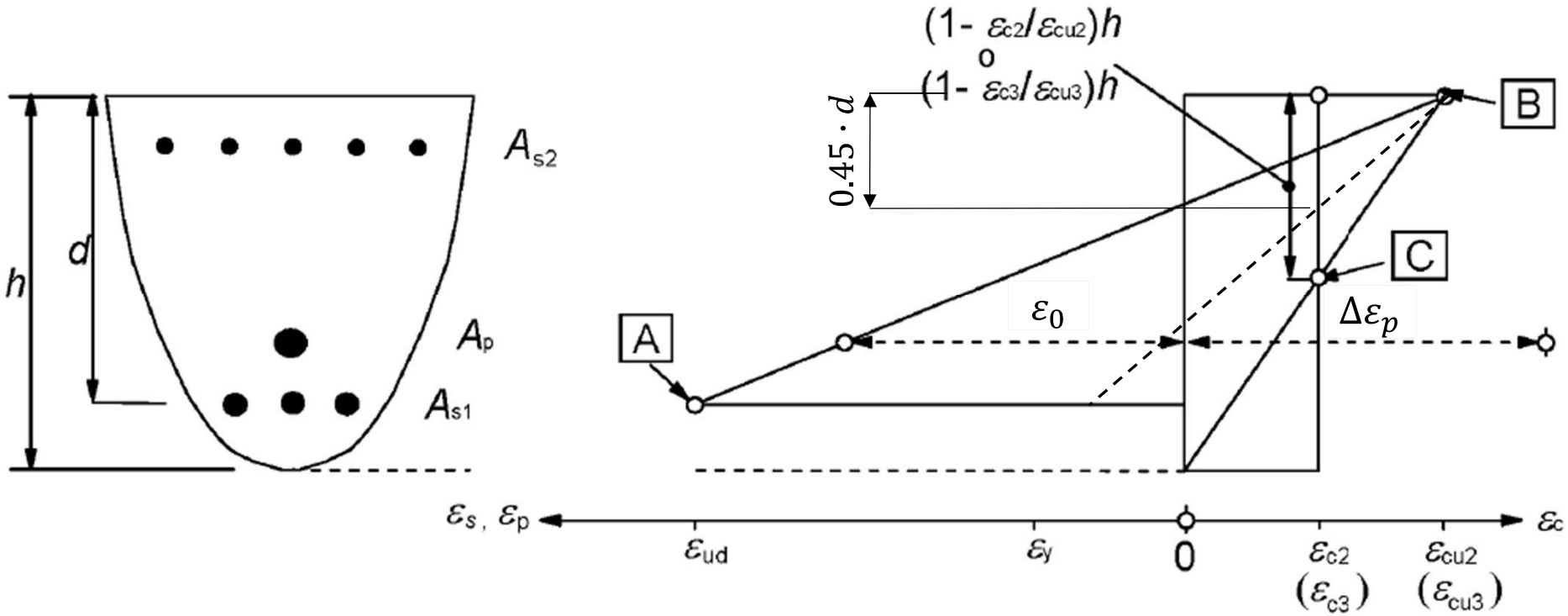
ELU: Tensiones normales

Hipótesis

1. Comportamiento solidario de los materiales
2. Navier – Bernoulli hasta la rotura para piezas con $l_0/h \geq 2$
3. Diagramas tensión – deformación del acero y del hormigón
4. No se considera la resistencia a tracción del hormigón
5. En el agotamiento, los dominios de deformación relativos al hormigón y al acero, según las distintas solicitaciones, serán los indicados.
6. Las deformaciones totales de las armaduras activas adherentes deben considerar, además de la deformación que se produce en la fibra correspondiente en el plano de deformación de agotamiento (ε_0), la deformación producida por el pretensado y la deformación de descompresión.
7. Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos. De esta forma podrá calcularse la capacidad resistente última mediante la integración de las tensiones en el hormigón y en las armaduras activas y pasivas.

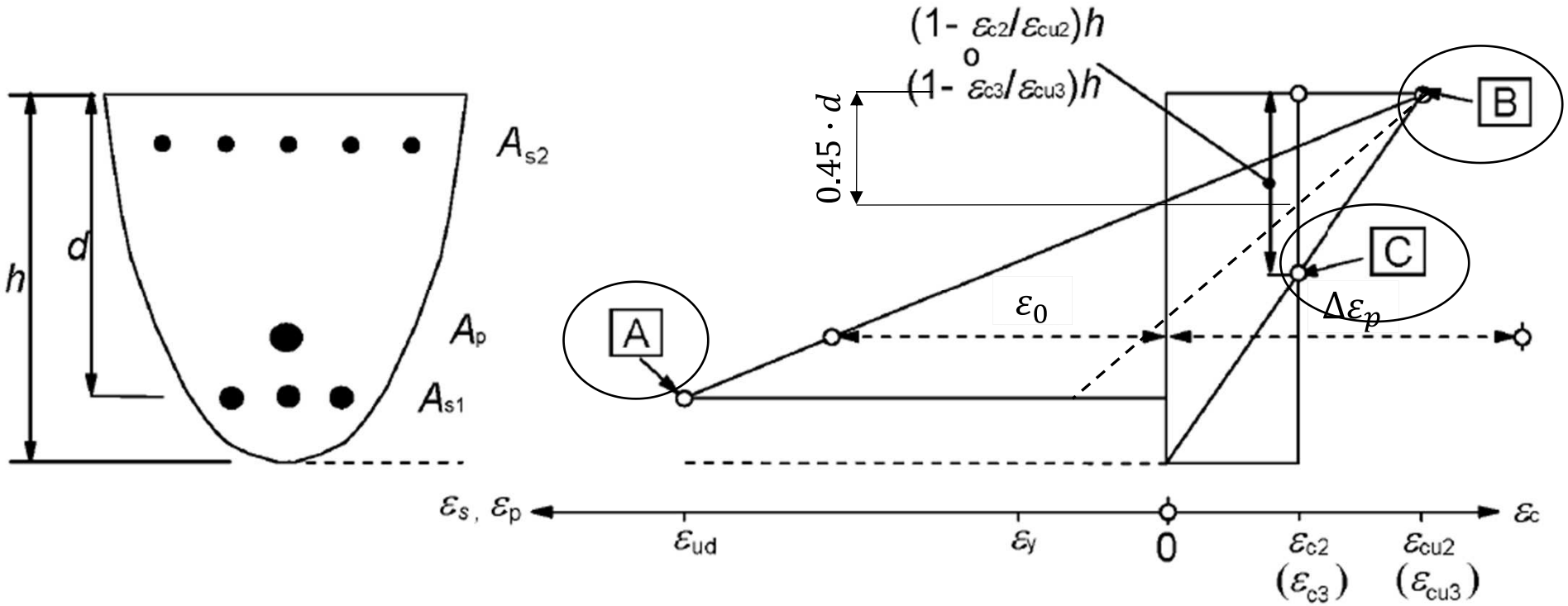
ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº5



ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº5



A: límite de alargamiento por tracción de la armadura pasiva
B: límite de deformación unitaria del hormigón a compresión
C: límite de deformación unitaria del hormigón a compresión pura

ELU: Tensiones normales

Hipótesis

1. Comportamiento solidario de los materiales
2. Navier – Bernoulli hasta la rotura para piezas con $l_0/h \geq 2$
3. Diagramas tensión – deformación del acero y del hormigón
4. No se considera la resistencia a tracción del hormigón
5. En el agotamiento, los dominios de deformación relativos al hormigón y al acero, según las distintas solicitaciones, serán los indicados.
6. Las deformaciones totales de las armaduras activas adherentes deben considerar, además de la deformación que se produce en la fibra correspondiente en el plano de deformación de agotamiento (ε_0), la deformación producida por el pretensado y la deformación de descompresión.
7. Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos. De esta forma podrá calcularse la capacidad resistente última mediante la integración de las tensiones en el hormigón y en las armaduras activas y pasivas.

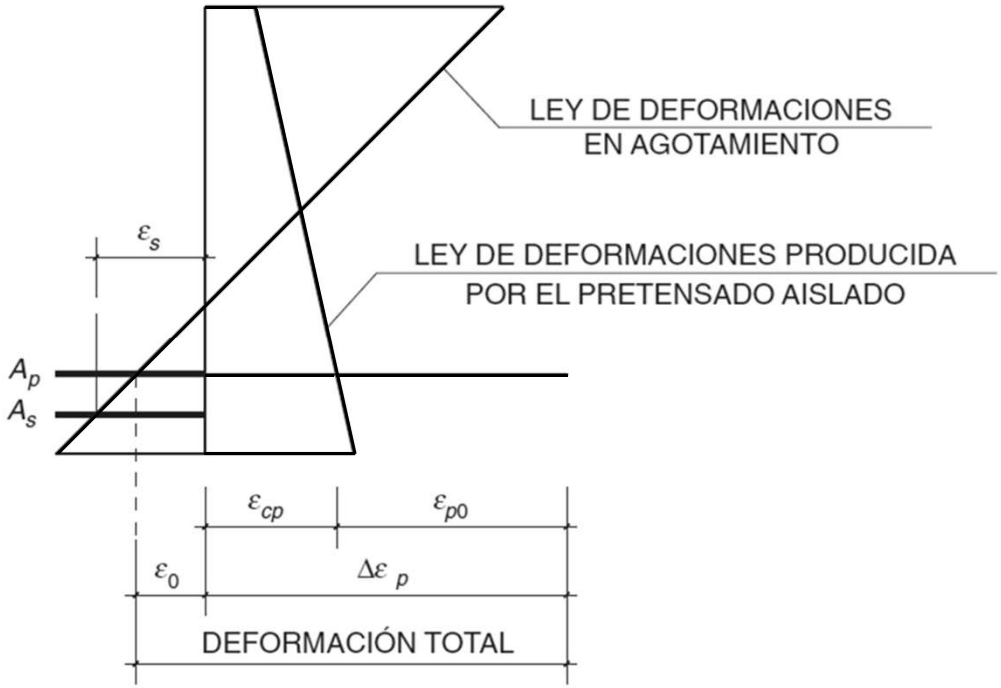
ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº6

Las deformaciones totales de las armaduras activas adherentes deben considerar, además de la deformación que se produce en la fibra correspondiente en el plano de deformación de agotamiento (ε_0), la deformación producida por el pretensado y la deformación de descompresión.

ε_{p0}: predeformación de la armadura activa debida a la acción del pretensado en la fase considerada, teniendo en cuenta las pérdidas que se hayan producido.

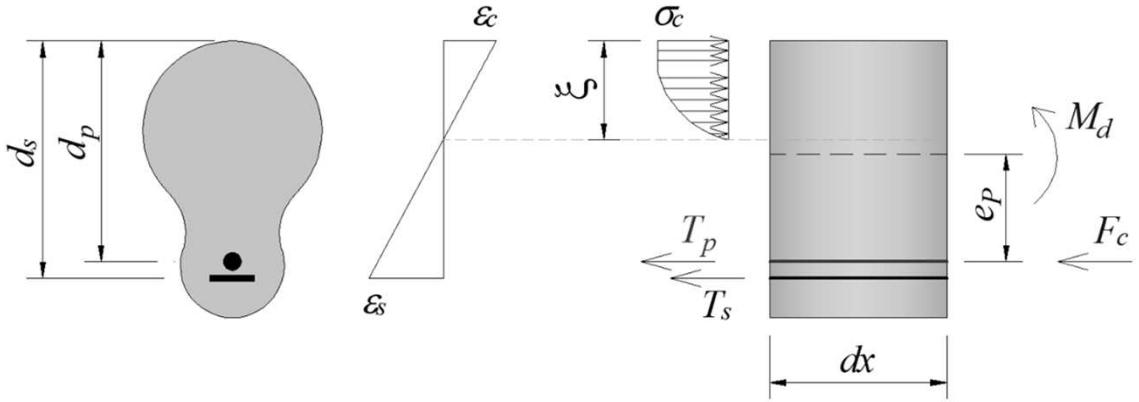
ε_{cp}: deformación de descompresión del hormigón a nivel de la fibra de armadura considerada.

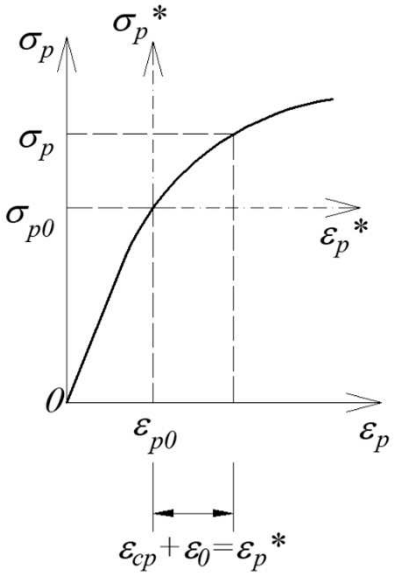


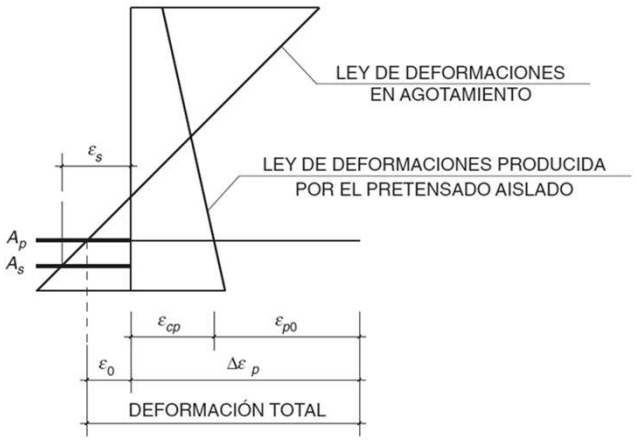
ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº7

Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos. De esta forma podrá calcularse la capacidad resistente última mediante la integración de las tensiones en el hormigón y en las armaduras activas y pasivas.







$$R_c - T_p - T_s = F_c \tag{1}$$

$$R_c \cdot z - T_p \cdot (d_s - d_p) = F_c \cdot (d_s - d_p) + M_d \tag{2}$$

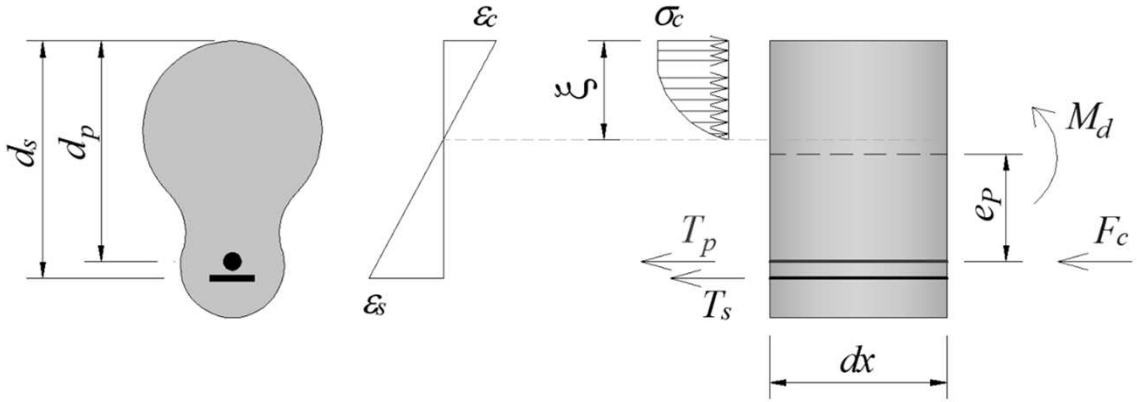
$$T_p = \sigma_p^*(\varepsilon_0 + \varepsilon_{cp}) \cdot A_p \tag{3}$$

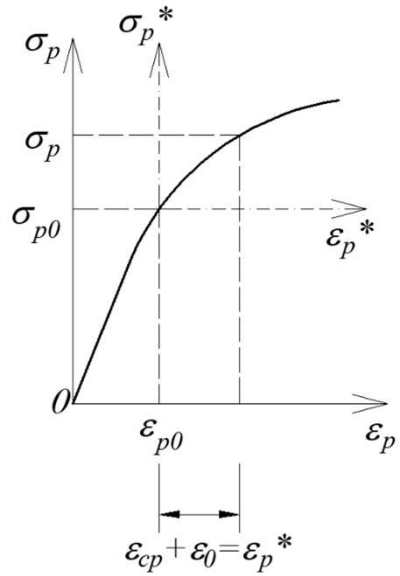
$$F_c = \sigma_p(\varepsilon_{p0}) \cdot A_p \tag{4}$$

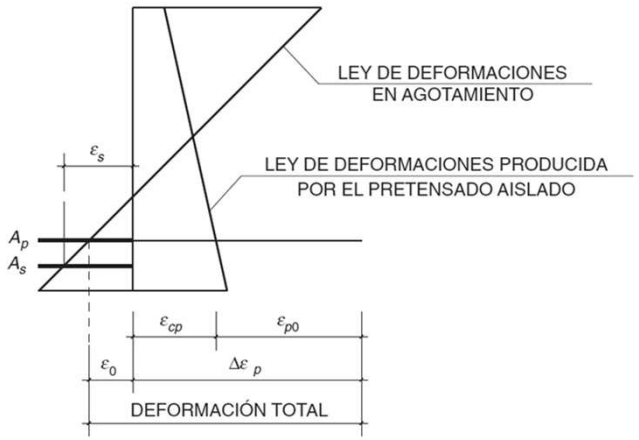
ELU: Tensiones normales

Hipótesis Nº7

Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos. De esta forma podrá calcularse la capacidad resistente última mediante la integración de las tensiones en el hormigón y en las armaduras activas y pasivas.







$$0 = -R_c + \sigma_p^*(\varepsilon_0 + \varepsilon_{cp}) \cdot A_p + \sigma_p(\varepsilon_{p0}) \cdot A_p + T_s \tag{5}$$

$$M_d = R_c \cdot z - \sigma_p^*(\varepsilon_0 + \varepsilon_{cp}) \cdot A_p \cdot (d_s - d_p) + \cdots$$

$$\cdots - \sigma_p(\varepsilon_{p0}) \cdot A_p \cdot (d_s - d_p) \tag{6}$$

$$0 = -R_c + \sigma_p(\varepsilon_0 + \varepsilon_{cp} + \varepsilon_{p0}) \cdot A_p + \sigma_s(\varepsilon_s) \cdot A_s \tag{7}$$

$$M_d = R_c \cdot z - \sigma_p(\varepsilon_0 + \varepsilon_{cp} + \varepsilon_{p0}) \cdot A_p \cdot (d_s - d_p) \tag{8}$$

ELU: Tensiones normales

Cuantías mecánicas mínimas: flexión simple o compuesta

UNE-EN 1992-2: 6.1. (109)

a) Comprobación de la capacidad de carga utilizando un área reducida de pretensado. Esta comprobación debería realizarse de la forma siguiente:

i) Se calcula el momento flector aplicado debido a la combinación frecuente de acciones.

ii) Se determina el área reducida de pretensado que hace que la tensión máxima de tracción alcance f_{ctm} en la fibra extrema traccionada cuando la sección está sometida al momento flector calculado en el punto i) anterior.

iii) Se calcula la capacidad última a flexión a partir de área reducida de pretensado anterior. Se debería asegurar que dicho momento último es mayor que el momento flector producido por la combinación frecuente. Para esta comprobación puede realizarse una redistribución de esfuerzos en la estructura, y el momento resistente último debería calcularse utilizando los coeficientes parciales de seguridad del material correspondientes a situaciones de proyecto accidentales, según la tabla 2.1N del apartado 2.4.2.4.

i) M_{frec}

ii) $A_{p,red} = \frac{(M_{frec} - W_t f_{ctm})}{\left(\frac{W_t}{A_c} + e\right)} \frac{1}{\sigma_p(x,t_0)}$

ii) $M_{u(A_{p,red})} = z f_{pd} A_{p,red}$

Es $M_{u(A_{p,red})} \geq M_{frec}$? Si, entonces Ok.

NOTA:
En el enfoque del BOE (diapositiva 18) se calcula el momento de fisuración para una fuerza de pretensado dada. La pieza debe ser capaz de soportar en ELU dicho momento.

ELU: Tensiones normales

Cuantías mecánicas mínimas: flexión simple o compuesta

BOE-A-2021-13681 (109):

(109) Para estructuras pretensadas, se puede satisfacer el punto 5 del apartado 5.10.1 si se proporciona un área mínima de armadura pasiva, de acuerdo con la expresión (6.101a).

Este método garantiza que la rotura no es frágil si se cumple la siguiente ecuación, es decir, si se garantiza que la armadura a tracción proporciona un momento último igual al de fisuración de la sección.

$$A_p \cdot f_{pyd} \cdot \frac{d_p}{d_s} + A_S \cdot f_{yd} \geq \frac{W_1}{z} \cdot f_{ctm} + \frac{P}{z} \cdot \left(\frac{W_1}{A} + e\right) \qquad (6.101a)$$

donde:

A_p	área de la armadura activa adherente
A_S	área de la armadura pasiva
f_{pyd} f_{pd}	resistencia de cálculo del acero de la armadura activa adherente en tracción
f_{yd}	resistencia de cálculo del acero de la armadura pasiva en tracción
f_{ctm}	resistencia media a flexotracción del hormigón
W_1	módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más traccionada
d_p	profundidad de la armadura activa desde la fibra más comprimida de la sección
d_s	profundidad de la armadura pasiva desde la fibra más comprimida de la sección
P	fuerza de pretensado descontadas las pérdidas instantáneas
A	área de la sección bruta de hormigón
e	excentricidad del pretensado respecto del centro de gravedad de la sección bruta
z	brazo mecánico de la sección. A falta de cálculos más precisos puede adoptarse $z = 0{,}8\,h$.

ELU: Tensiones normales

Cuantías mecánicas mínimas: flexión simple o compuesta

BOE-A-2021-13681 (110):

(110) Además, serán de aplicación las siguientes reglas:

i) La armadura pasiva mínima debe disponerse en las zonas donde aparezcan tensiones de tracción en el hormigón bajo la combinación característica de acciones. En esta comprobación, se deben considerar únicamente los efectos hiperestáticos del pretensado, ignorando los efectos isostáticos del mismo.

ii) En el caso de piezas con armadura pretesa, la expresión (6.101a) se empleará utilizando una de las alternativas, a) o b) siguientes:

a) Las armaduras activas que tengan un recubrimiento de hormigón de al menos $k_{cm} = 2$ veces el mínimo especificado en el apartado 4.4.1.2 se considerarán como efectivas en $A_{s,min}$. Se utilizará un valor de z_s basado en la posición efectiva de los cordones y se sustituirá f_{yk} por $f_{p0,1k}$.

b) Las armaduras activas sometidas a tensiones inferiores a 0,6 f_{pk} tras las pérdidas bajo la combinación característica de acciones, se considerarán como totalmente activas. En este caso la expresión (6.101a) se sustituye por:

$$A_{s,min} f_{yk} + A_p \Delta\sigma_p \geq \frac{M_{rep}}{z} \qquad (6.101b)$$

donde:

$\Delta\sigma_p$ es el mínimo de los dos valores siguientes: $0{,}4 f_{ptk}$ y 500 N/mm^2.

M_{rep} es el momento de fisuración calculado utilizando una resistencia a tracción adecuada, f_{ctx} en la fibra extrema traccionada de la sección, sin tener en cuenta ningún efecto del pretensado. En las juntas de dovelas prefabricadas se debería suponer M_{rep} igual a 0;

ELU: Tensiones normales

Cuantías mecánicas mínimas: flexión simple o compuesta

UNE-EN 1992-1-1: 9.2.1.1 Cuantías máximas y mínimas de armadura

(1) El área de la armadura longitudinal de tracción no debe ser inferior a

$$A_{s,min} = 0.26\frac{f_{ctm}}{f_{yk}}b_t d \quad \text{pero no menor que } 0.0013 b_t d$$

(2) Las secciones que contengan una cuantía de armadura inferior a $A_{s,min}$ se considerarán como secciones sin armar.

(3) El área de la sección de la armadura de tracción o de compresión no debe superar $A_{s,max} = 0.04 \cdot A_c$ fuera de las zonas de solape

(4) Para elementos pretensados con armaduras activas no adherentes de forma permanente, o con cables exteriores de pretensado, se debe comprobar que el momento último resistente es superior al momento de fisuración a flexión. Será suficiente un momento resistente de 1.15 veces el momento de fisuración.

ELU: Tensiones normales

Diapositiva en blanco

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

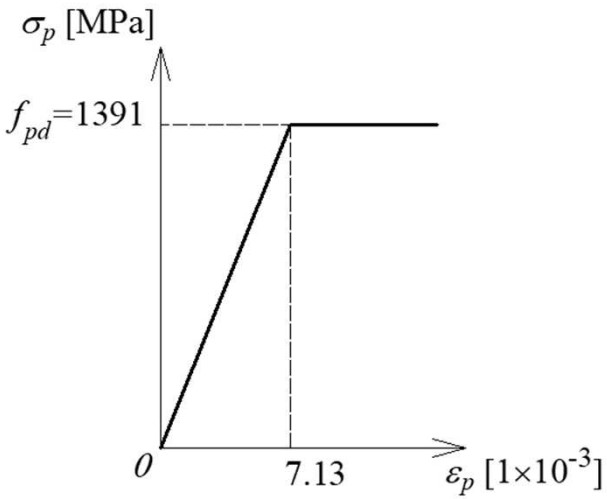
Cordones	Norma	Grado f_{pk}	Diámetro nominal [mm]	Sección nominal [mm²]	Masa [g/m]	Carga mínima de rotura F_{pk} [kN]	Relajación en 1000h al 70% de F_{pk}	Carga mínima al 0,1% de deformación [kN]
0,6" (15mm)	EN-10138-3	1860 MPa	15,2	140	1095	260	2,50%	224
	ASTM A416M-99	270 ksi	15,24	140	1102	260,7	2,50%	234,6
	BS 5896:1980	1770 MPa	15,7	150	1180	265	2,50%	225
	EN-10138-3	1860 MPa	16	150	1170	279	2,50%	240
0,5" (13mm)	ASTM A416M-99	270 ksi	12,7	98,71	775	183,7	2,50%	165,3
	BS 5896:1980	1860 MPa	12,9	100	785	186	2,50%	158
	EN-10138-3	1860 MPa	13	100	781	186	2,50%	160

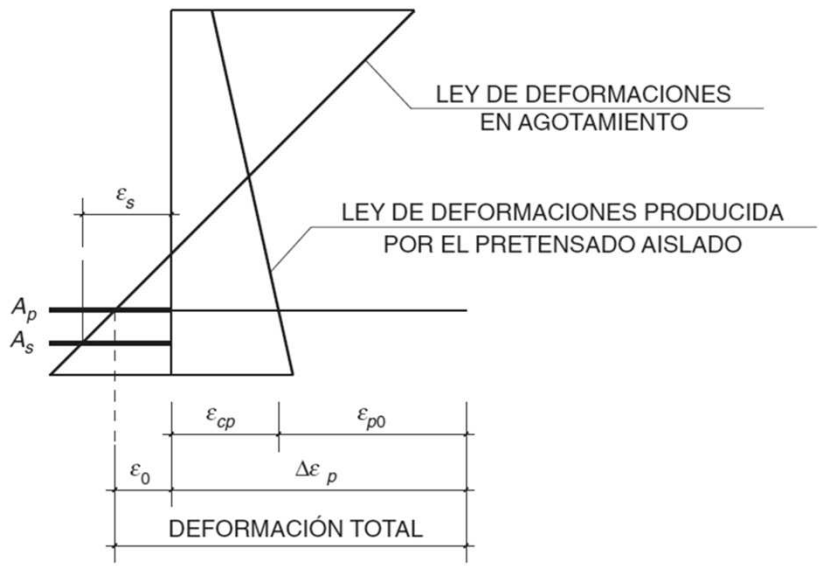
ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

Analizaremos la sección central de la viga, esto es $x = 9.0$ m.

Tanto para el acero activo como para el pasivo utilizaremos diagramas tensión – deformación bi-lineales sin límite de alargamiento.



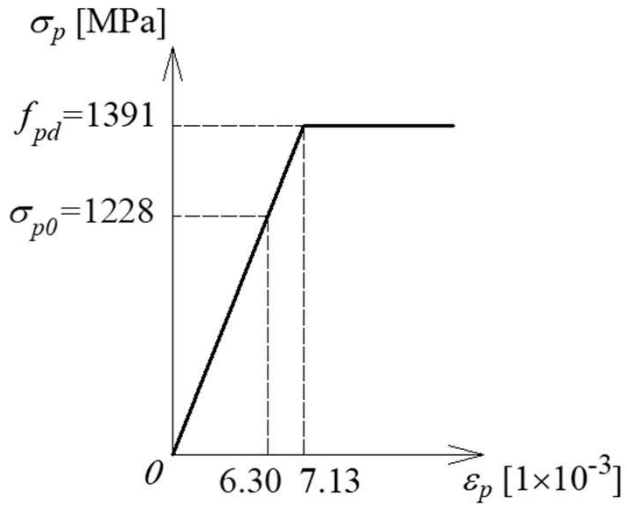


La fuerza de pretensado en la sección central descontadas las pérdidas instantáneas es 2.210×10^6 N. Luego:

$$\varepsilon_{p0} = \frac{2.210 \times 10^6}{1800 \times 195000} = 6.30 \times 10^{-3}$$

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1



$$\varepsilon_{p0} = \frac{2.210 \times 10^6}{1800 \times 195000} = 6.30 \times 10^{-3}$$

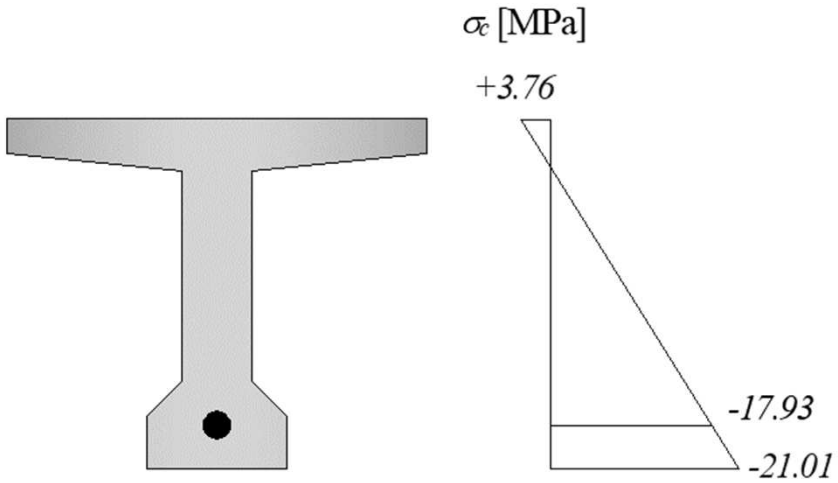
ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

Obtención de ε_{cp}:

$$\sigma_c(9000, z) = -\frac{2.210 \times 10^6}{3.650 \times 10^5} - \frac{2.210 \times 10^6 \cdot 481}{4.306 \times 10^{10}} z$$

$$\sigma_{cp}(9000{,}481) = -\frac{2.210 \times 10^6}{3.650 \times 10^5} - \frac{2.210 \times 10^6 \cdot 481}{4.306 \times 10^{10}} 481 = -17.93$$



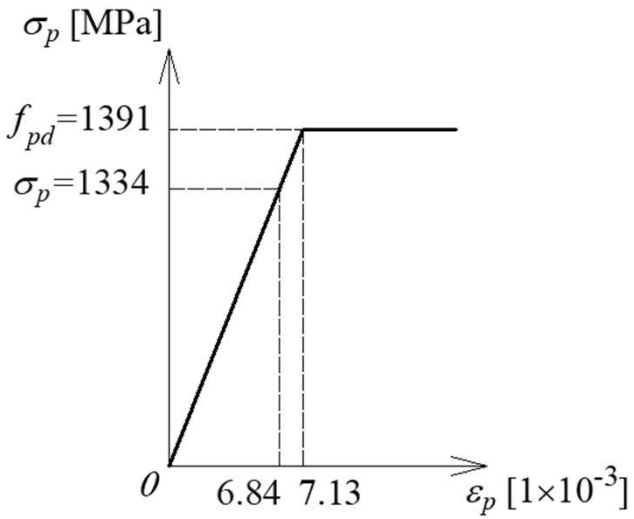
$$\varepsilon_{cp} = \frac{-17.93}{33154} = -0.54 \times 10^{-3}$$

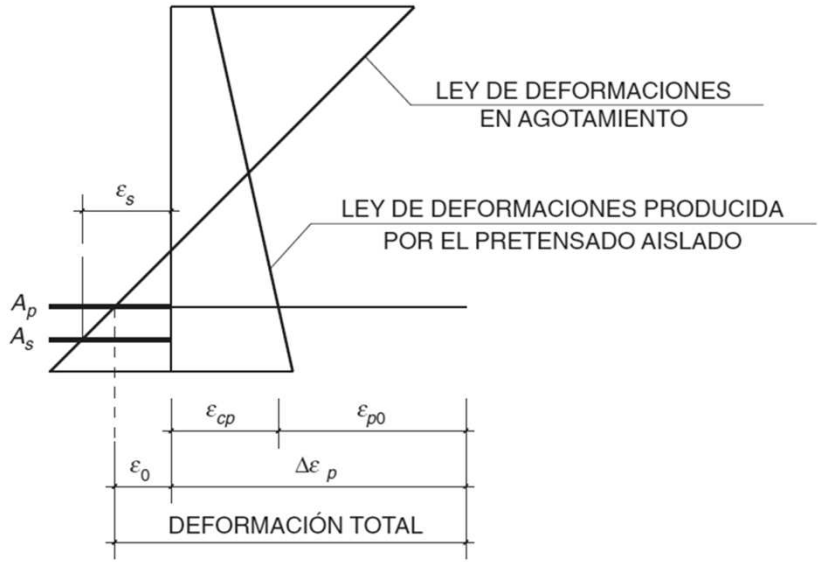
$$E_{cm}(15 \text{ días}) = 33154$$

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

$$\Delta\varepsilon_p = 6.30 \times 10^{-3} + 0.54 \times 10^{-3} = 6.84 \times 10^{-3}$$





ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

Primer tanteo:

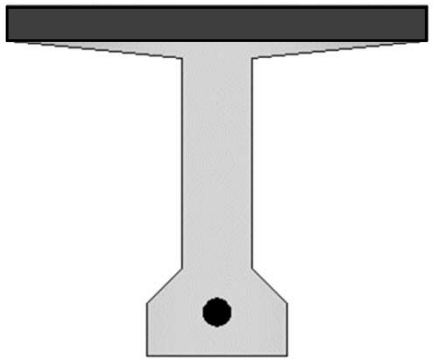
Asumo que el acero de pretensado está fluyendo y pivoteo en 3.5 ‰:

$$T_p = 1391 \times 1800 = 2.504 \times 10^6 \text{ N}$$

$$f_{cd} = 1\frac{35}{1.5} = 23.33 \text{ MPa}$$

¿Cuánto es el valor de R_c si el bloque de compresiones está en el rectángulo de 1200×100 mm del ala comprimida?

$$R_c = 1200 \times 100 \times 23.33 = 2.800 \times 10^6 \text{ N}$$



Luego:

$$R_c = 2.504 \times 10^6 = 1200 \times 0.8 \times \xi \times 23.33$$

$$\xi = 111.80 \text{ mm}$$

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

Primer tanteo:

$$M_{R,d} = 2.504 \times 10^6 (875 - 0.4 \times 111.8) = 20.79 \times 10^8 \text{ Nmm}$$

$$\frac{3.5}{111.80} = \frac{\varepsilon_0}{875 - 111.80} \Rightarrow \varepsilon_0 = 23.89 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_p = 23.89 \times 10^{-3} + 6.84 \times 10^{-3} = 30.74 \times 10^{-3}$$

Nota: tener presente que elegimos utilizar el diagrama tensión deformación sin límite de alargamiento y por lo tanto no es necesario verificar la deformación de rotura ε_{ud}.

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

Primer tanteo:

Solicitaciones:

$$M_{pp} = 3.70 \times 10^8 \text{Nmm}$$

$$M_{CM} = 1.03 \times 10^8 \text{ Nmm}$$

$$M_{Q,ELU} = 3.85 \times 10^8 \text{ Nmm}$$

El momento de diseño en la sección central es:

$$M_{E,d} = 1.35 \times (3.70 \times 10^8 + 1.03 \times 10^8) + 3.85 \times 10^8 = 10.24 \times 10^8$$

Luego:

$M_{E,d} \leq M_{R,d}$: la sección está en buenas condiciones.

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

Armaduras mínimas:

$$A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{3.21}{500} \cdot 300 \cdot (1000 - 60) = 471 \nless 0.0013 \cdot 300 \cdot 940 = 367$$

Nota: considero simplificadamente que la anchura media (b_t) es 300 mm.

Con la armadura mínima calculada verifico la Ecuación (6.101a) de BOE-A-2021-13681 (109):

$$¿1800 \cdot 1391 \cdot \frac{875}{940} + 471 \cdot 435 = 25.355 \times 10^5 \geq$$

$$\frac{7.106 \times 10^7}{800} \cdot 3.21 + 2.210 \times 10^6 \left(\frac{7.106 \times 10^7}{3.650 \times 10^5} + 481\right) = 21.517 \times 10^5 ?$$ Verifica.

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

UNE-EN 1992-2: 6.1. (109)

i) M_{frec}

ii) $A_{p,red} = \frac{(M_{frec} - W_t f_{ctm})}{\left(\frac{W_t}{A_c} + e\right)} \frac{1}{\sigma_p(x,t_0)}$

ii) $M_{u(A_{p,red})} = z f_{pd} A_{p,red}$

Es $M_{u(A_{p,red})} \geq M_{frec}$? Si, entonces Ok.

i) $M_{frec} = 3.70 \times 10^8 + 1.03 \times 10^8 + 1.14 \times 10^8 = 5.87 \times 10^8$ Nmm

ii) $A_{p,red} = \frac{(5.87 \times 10^8 - 7.106 \times 10^7 \cdot 2.93)}{\left(\frac{7.106 \times 10^7}{3.650 \times 10^5} + 481\right)} \frac{1}{1228} = 457 \text{ mm}^2$

ii) $M_{u(A_{p,red})} = 800 \cdot 1600 \cdot 457 = 5.85 \times 10^8$ Nmm.

Es $M_{u(A_{p,red})} \geq M_{frec}$? No, NO CUMPLE.

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1

UNE-EN 1992-2: 6.1. (109)

Agrego armadura pasiva (utilizo la armadura pasiva mínima ya calculada):

ii) $M_{u(A_{p,red})} = 800 \cdot (1600 \cdot 457 + 500 \cdot 471) = 7.73 \times 10^8$ Nmm.

Es $M_{u(A_{p,red})} \geq M_{frec}$? Si, verifica.

Nota: asumo simplificadamente igual brazo mecánico para ambas armaduras.

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 1 - comentarios finales

1) Es recomendable agregar en la zona de compresión un 30% de la armadura mínima de la cara traccionada;

2) Es recomendable agregar armadura de piel cuya cuantía mínima por cara sea:

$$\frac{A_{s,\text{piel/cara}}}{b_w d} \geq 0.5 \times 10^{-3}$$

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: motivamos a los alumnos a completar el ejemplo!!!

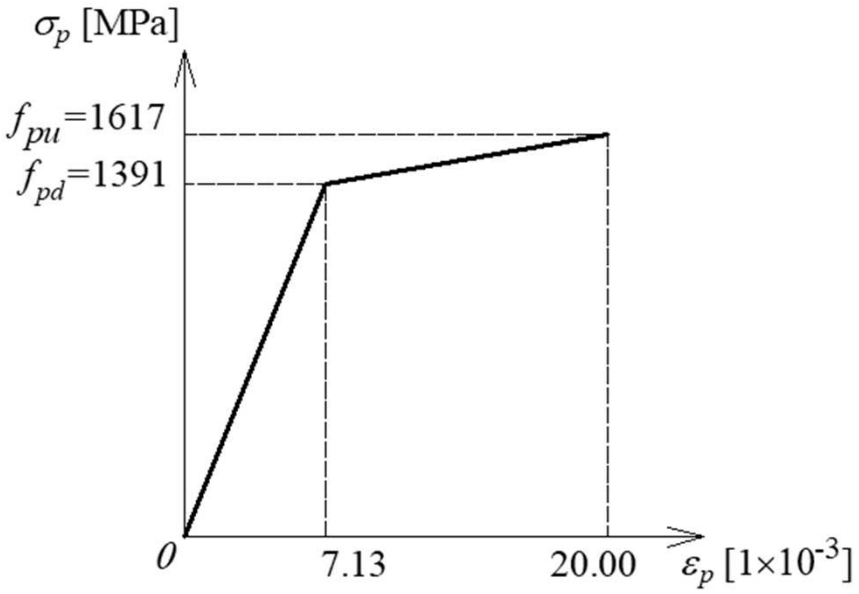
1) Proponer el armado de la viga;

2) obtener el momento resistente de la viga a partir del armado definitivo (el propuesto).

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 2

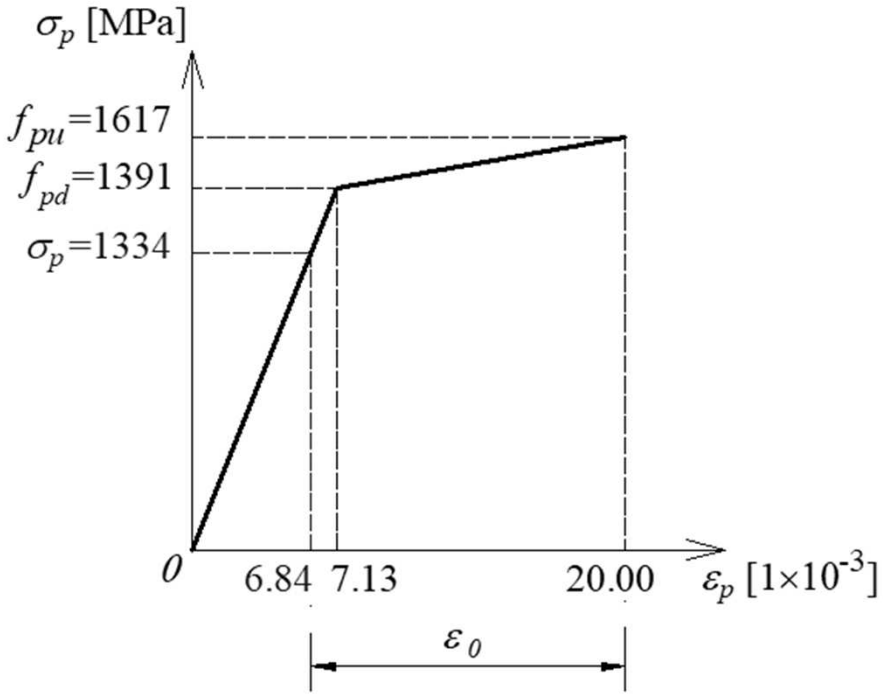
Para el acero pasivo utilizaremos el diagrama tensión – deformación bi-lineal sin límite de alargamiento y para el acero activo utilizaremos el diagrama tensión – deformación bi-lineales con endurecimiento.



ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 2

Para el acero pasivo utilizaremos el diagrama tensión – deformación bi-lineal sin límite de alargamiento y para el acero activo utilizaremos el diagrama tensión – deformación bi-lineal con endurecimiento.

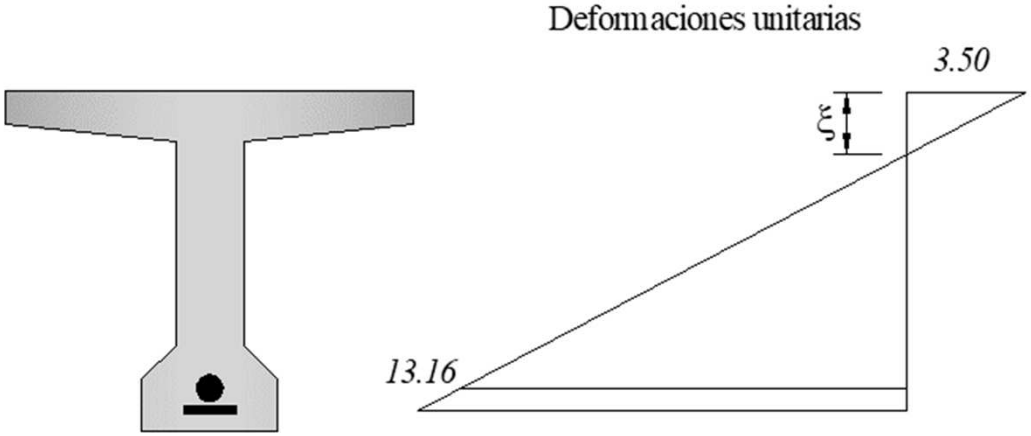


$$\varepsilon_0 = 20.00 - 6.84 = 13.16\ ‰$$

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 2

$$\xi = \frac{3.5}{16.66} \cdot 875 = 183.82$$



Luego de algunas operaciones…

$$R_c = 23.33 \times 1200 \times 100 + 23.33 \times (1200 + 258.80)\frac{47.06}{2} = 3.600 \times 10^6 \text{ N}$$

$$T_p + T_s = 1800 \times 1617 + 471 \times 435 = 3.115 \times 10^6 \text{ N}$$

NO HAY EQUILIBRIO DE FUERZAS HORIZONTALES!

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 2

POSIBLES CAMINOS:

1) Para continuar trabajando con el diagrama rectangular, la deformación unitaria en el hormigón debe ser 3.5 ‰. En ese caso el equilibrio de fuerzas horizontales requiere que la armadura pasiva inferior sea de 1585 mm^2. En efecto:

$$T_p + T_s = 1800 \times 1617 + 1585 \times 435 = 3.600 \times 10^6 \text{ N}$$

2) Manteniendo la deformación unitaria en el acero activo podemos disminuir la profundidad de la línea neutra. En dicho caso no podemos seguir trabajando con el diagrama rectangular.

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 2

2) Manteniendo la deformación unitaria en el acero activo podemos disminuir la profundidad de la línea neutra. Utilizamos el diagrama parábola rectángulo.

$$\sigma_c = 23.33\left[1-\left(1-\frac{\varepsilon_c}{2\times10^{-3}}\right)^2\right] \text{MPa para } 0 \leq \varepsilon_c \leq 2\times10^{-3}$$

$$\sigma_c = 23.33 \text{ MPa para } 2\times10^{-3} < \varepsilon_c \leq 3.5\times10^{-3}$$

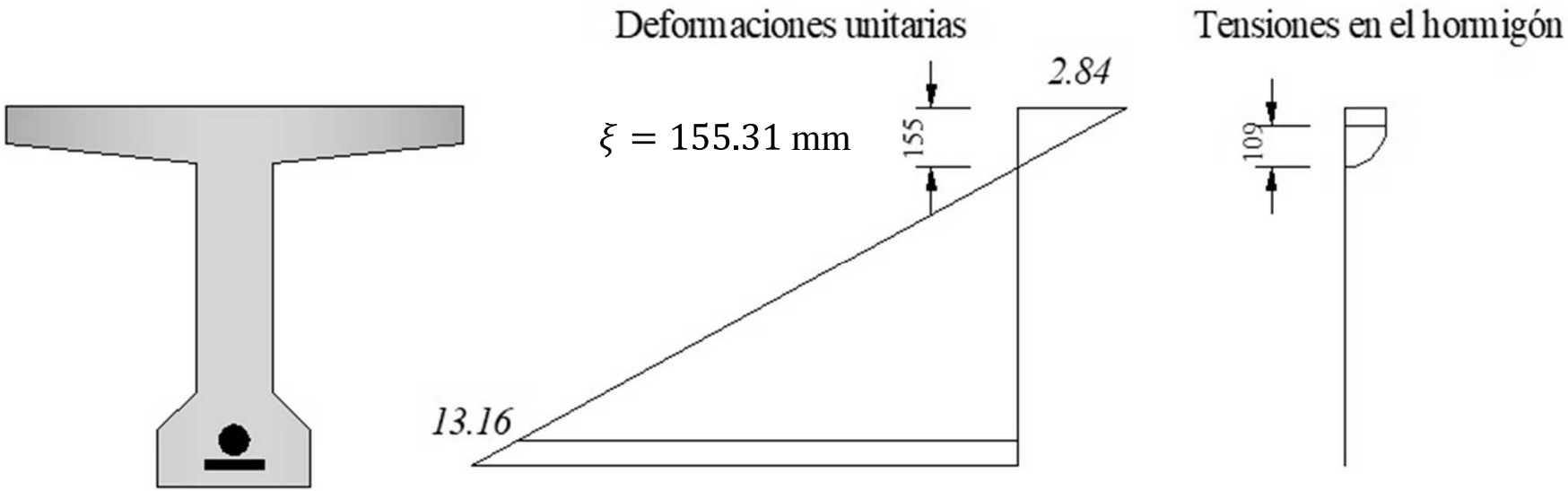
Procedemos como ya se ha visto en los cursos de hormigón:

1. Se elige un valor de ε_c;
2. escribimos ε_c en función de z;
3. mediante integración calculamos R_c;
4. finalizamos cuando $\left|R_c - T_p - T_s\right| \leq$ error;
5. verificamos que $M_{E,d} \leq M_{R,d}$.

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 2

2) Manteniendo la deformación unitaria en el acero activo podemos disminuir la profundidad de la línea neutra. A los efectos de encontrar la pareja de deformaciones límite voy a dejar fija la deformación unitaria del acero activo (el acero pasivo no tiene límite de alargamiento). Luego de algunas iteraciones:



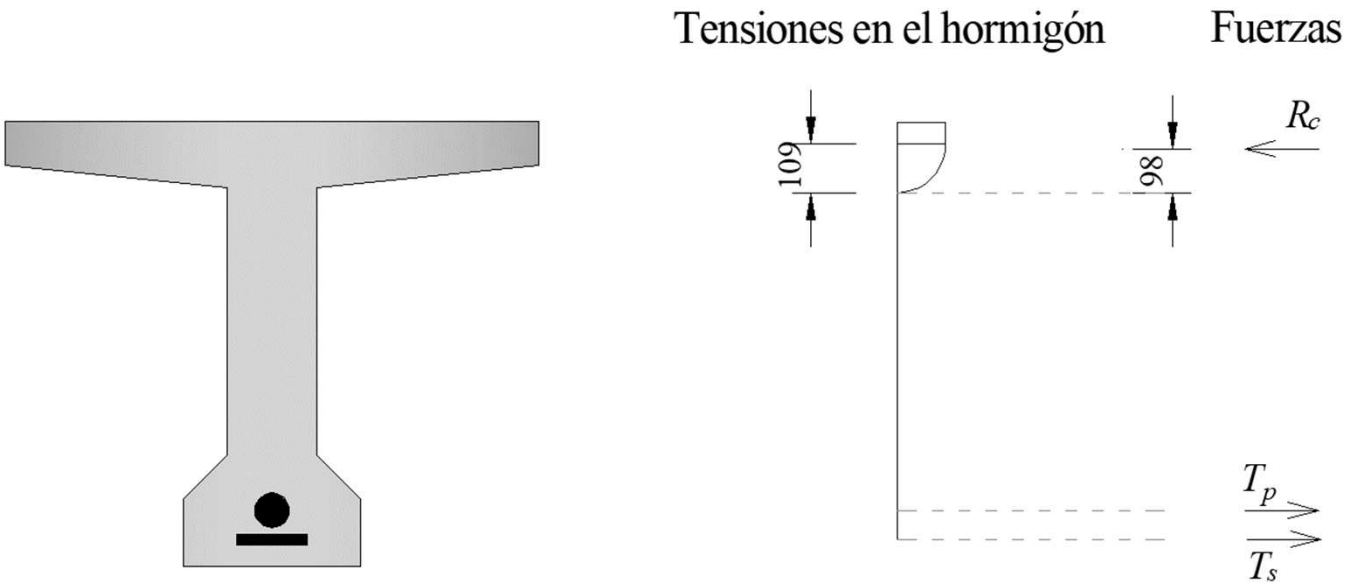
$$R_c = \int_0^{5.31} \sigma_c(z) \cdot 200 \cdot dz + \int_{5.31}^{55.31} \sigma_c(z) \cdot b(z) \cdot dz + \int_{55.31}^{109.38} \sigma_c(z) \cdot 1200 \cdot dz + \int_{109.38}^{150} 23.33 \cdot 1200 \cdot dz$$

$$R_c = 3.117 \times 10^6 \text{ N}$$

ELU: Tensiones normales

Ejemplo: parte 2

2) Manteniendo la deformación unitaria en el acero activo podemos disminuir la profundidad de la línea neutra. A los efectos de encontrar la pareja de deformaciones límite voy a dejar fija la deformación unitaria del acero activo (el acero pasivo no tiene límite de alargamiento).



$$M_{Ed} = 3.117 \times 10^6 \cdot (940 - 155.31 + 97.55) - 1617 \cdot 1800 \cdot (940 - 875) = 25.61 \times 10^8 \text{ Nmm}$$

Nota: $\left|R_c - T_p - T_s\right| \leq 0.002 \times 10^6$ N

ELU: Tensiones normales

Para finalizar:

1. Bending failure of a prestressed concrete beam: Materials Lab on-line.
   https://www.youtube.com/watch?v=TrWBxJJ7loY

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Primera parte:

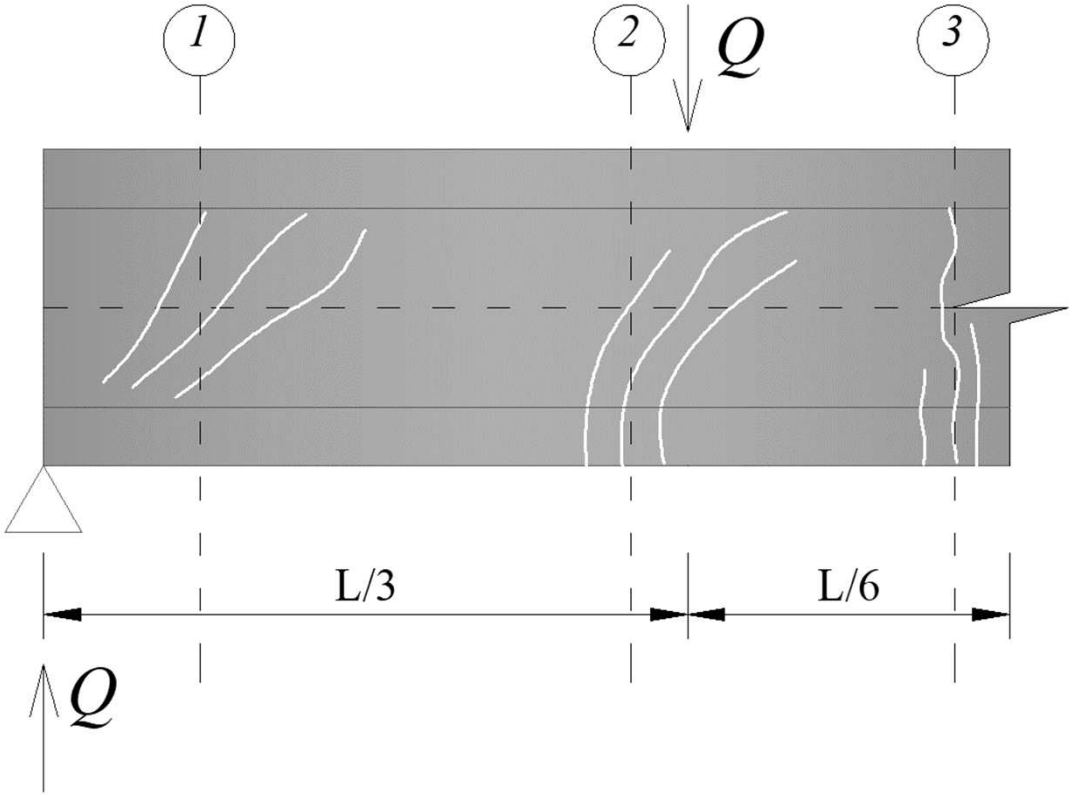
1. Práctica de laboratorio 2 - Tema 8: Rotura de una viga a cortante (viga SIN armadura a cortante). UIB Universitat de les Illes Balears. Dr. Caldera Bohigas. https://www.youtube.com/watch?v=-ZP7N9xC0sE
2. Práctica de laboratorio 3 - Tema 8: Rotura de una viga a cortante (viga CON armadura a cortante). UIB Universitat de les Illes Balears. Dr. Caldera Bohigas. https://www.youtube.com/watch?v=IFAO2rY0m50
3. Experimental Comparison between Flexure and Shear Behavior. https://www.youtube.com/watch?v=2VPCc5wtQ9o

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Diapositiva en blanco

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Introducción:



1. Fisuras de cortante (fisuras de alma)
2. Fisuras de flexión – cortante
3. Fisuras de flexión

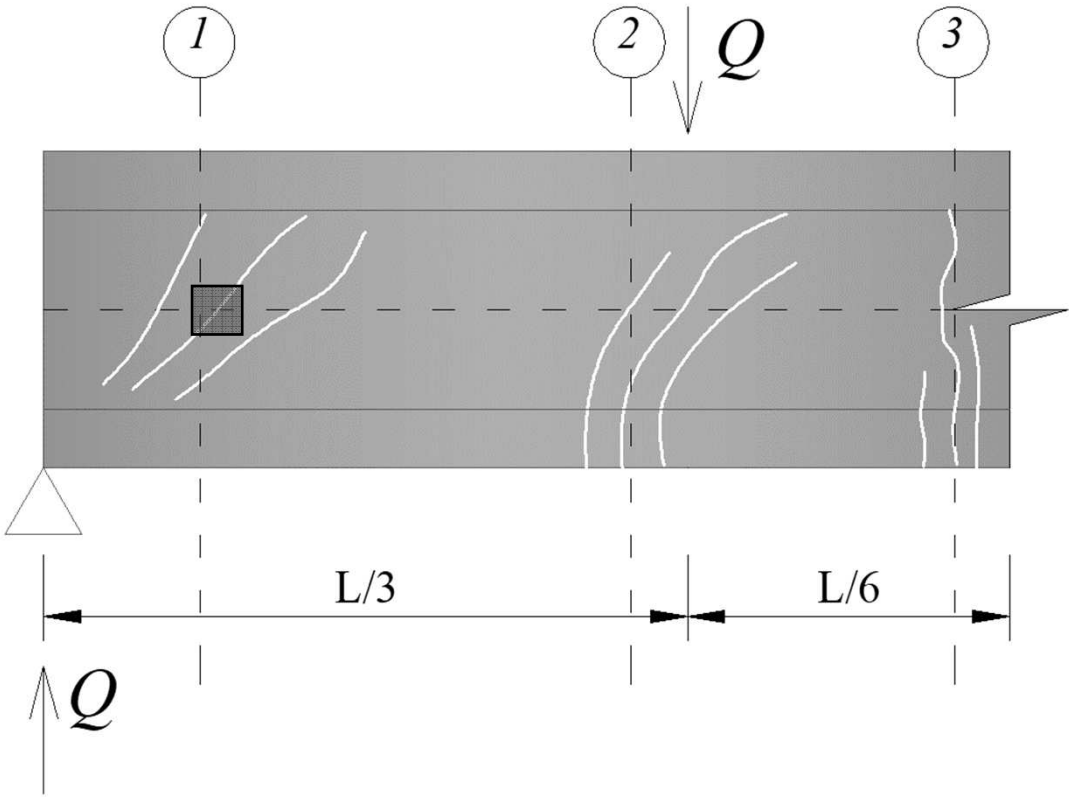
ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Cortante en elementos pretensados:

1. El esfuerzo de pretensado modifica la dirección de las tensiones principales.
2. El esfuerzo de pretensado modifica la contribución del hormigón en la resistencia a la fuerza cortante.
3. Los cables inclinados, colocados adecuadamente, reducen el valor de la fuerza cortante aplicada en el hormigón.
4. La compresión transversal contribuye en retrasar la aparición de las fisuras por cortante.

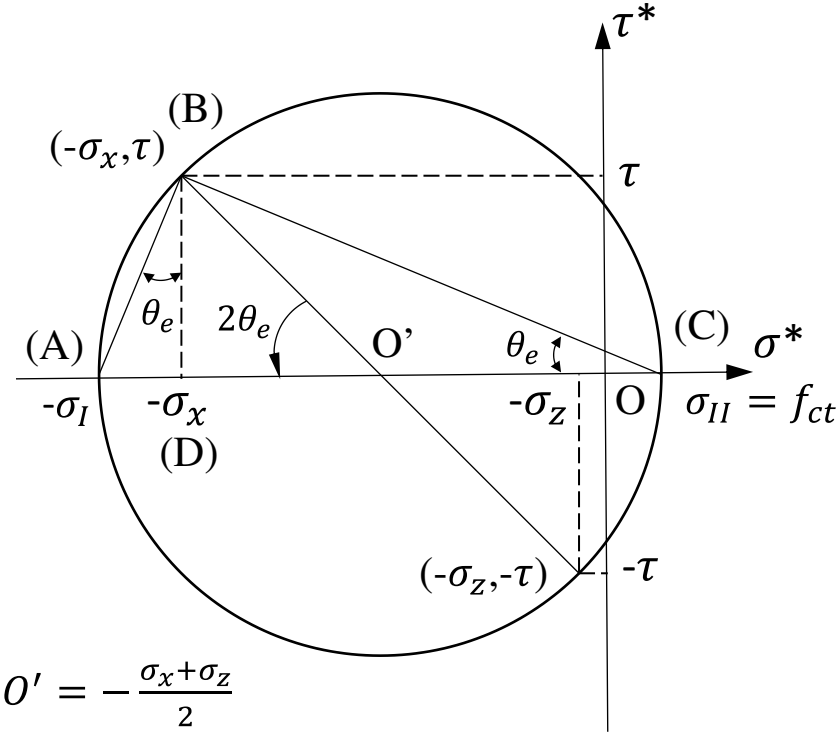
ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

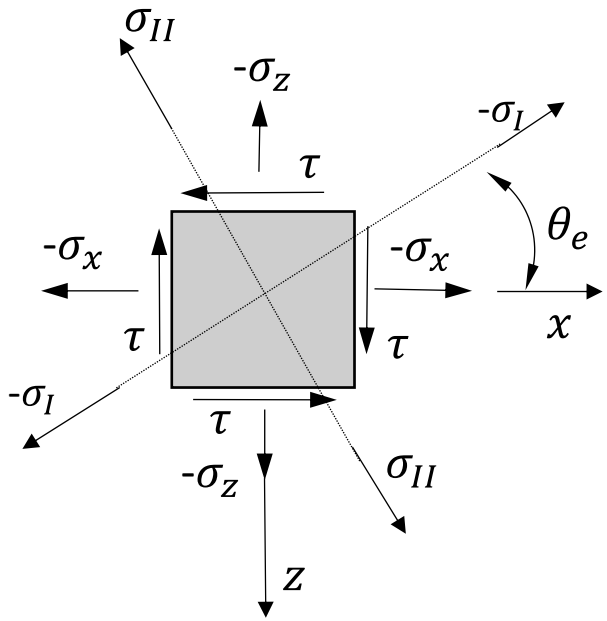
Tensiones principales: elementos no fisurados a cortante ni a flexión



ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tensiones principales: elementos no fisurados a cortante ni a flexión





1) $OO' = -\frac{\sigma_x+\sigma_z}{2}$

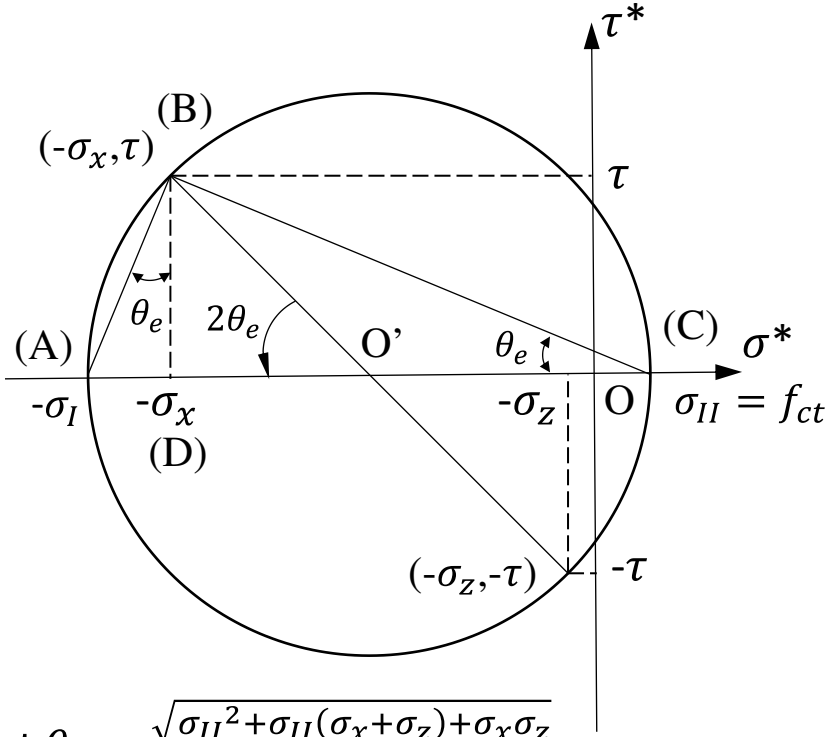
2) $R = \sqrt{\frac{(\sigma_x-\sigma_z)^2}{4} + \tau^2} = OO' - (-\sigma_I) = \sigma_{II} - OO'$

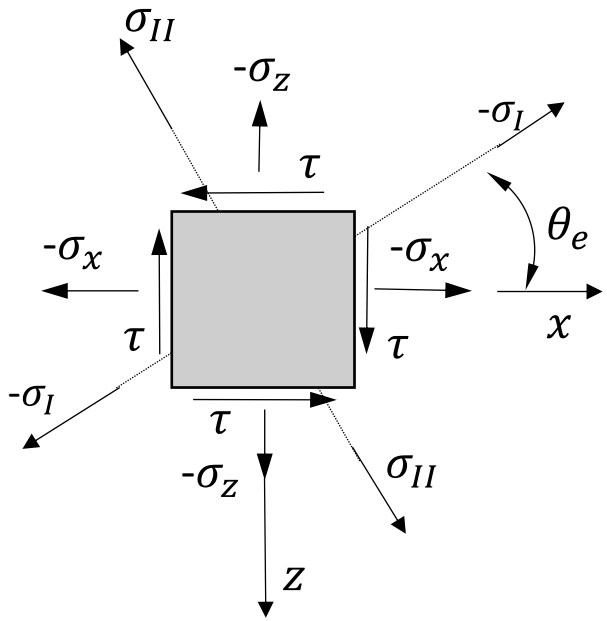
3) Plantear semejanza de triángulos ABD y DBC $\left(\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BD}} = \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}}\right)$:

4) $\tau^2 = \sigma_x\sigma_{II} + \sigma_x\sigma_z + {\sigma_{II}}^2 + \sigma_z\sigma_{II}$

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tensiones principales: elementos no fisurados a cortante ni a flexión





5) $\cot\theta_e = \frac{\sqrt{\sigma_{II}{}^2+\sigma_{II}(\sigma_x+\sigma_z)+\sigma_x\sigma_z}}{\sigma_{II}+\sigma_z}$

6) $OO' - (-\sigma_I) = R$: $-\sigma_I = -\frac{\sigma_x+\sigma_z}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_x-\sigma_z)^2}{4}+\tau^2}$

7) $\sigma_{II} - OO' = R$: $\sigma_{II} = -\frac{\sigma_x+\sigma_z}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x-\sigma_z)^2}{4}+\tau^2}$

Nota: las compresiones se colocan positivas.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tensiones principales: elementos no fisurados a cortante ni a flexión

Si $\sigma_z = 0$ y $\sigma_{II} = f_{ct}$:

$$\cot\theta_e = \frac{\sqrt{{f_{ct}}^2 + f_{ct}\sigma_x}}{f_{ct}}$$

$$\tau = \sqrt{{f_{ct}}^2 + f_{ct}\sigma_x}$$

$$\frac{V \cdot S}{b \cdot I} = \sqrt{{f_{ct}}^2 + f_{ct}\sigma_x}$$

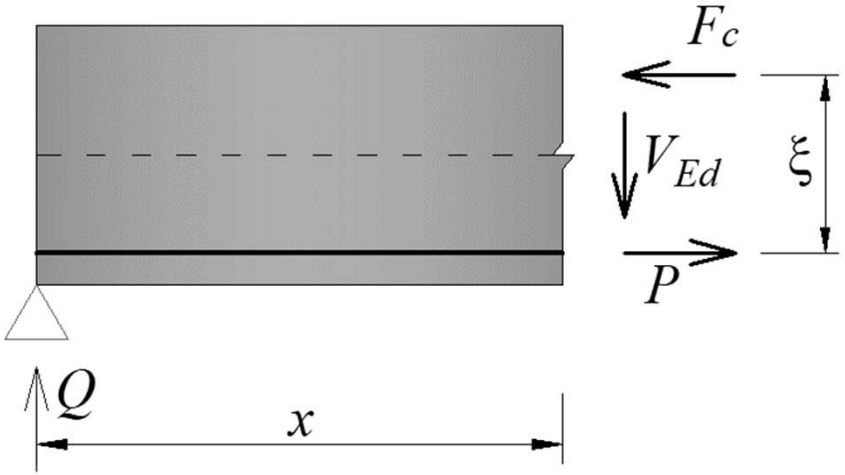
$$\boxed{V = \frac{b \cdot I}{S}\sqrt{{f_{ct}}^2 + f_{ct}\sigma_x}}$$

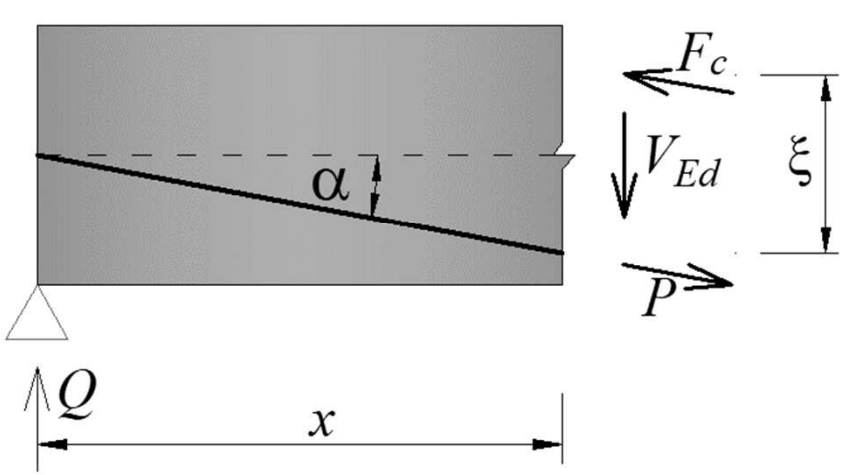
Nota: el valor de la resistencia a tracción depende del tipo de verificación.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Esfuerzo cortante efectivo:

$$V_{Ed} = V_d + \boxed{V_{pd}}$$





$$V_{Ed} = V_d = Q$$

$$V_{Ed} = V_d + V_{pd}$$

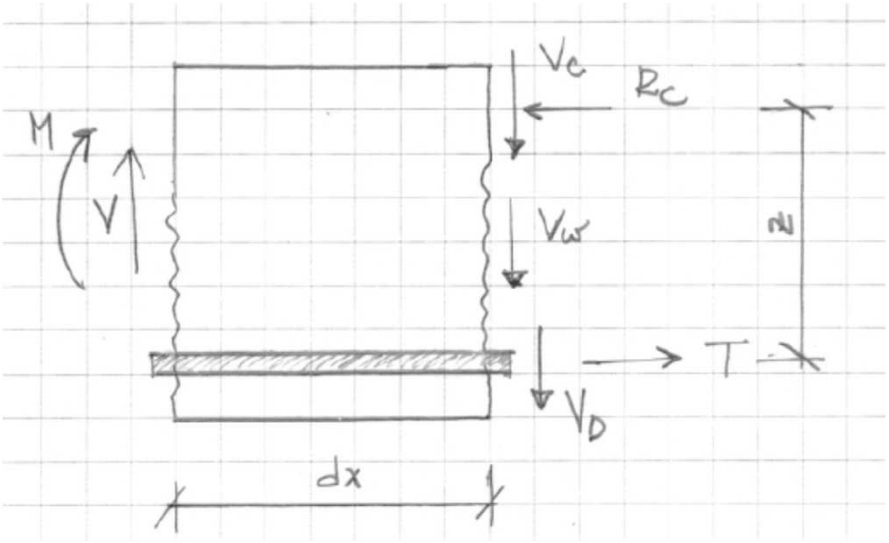
$$V_{Ed} = Q - F_c \sin\ \alpha$$

$$V_{Ed} = Q - P \sin\ \alpha$$

V_{Ed}: es el esfuerzo cortante de cálculo en la sección analizada resultante de la aplicación de las cargas externas y del pretensado (adherente o no), UNE-EN 1992-1-1.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Piezas sin armadura de cortante en regiones fisuradas a flexión:



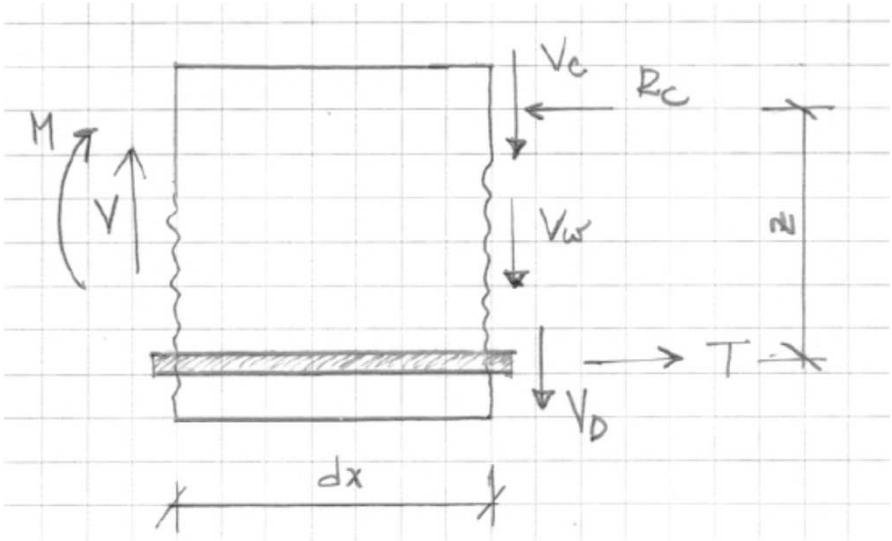
V_c: cortante resistido por el hormigón en la zona no fisurada (zona comprimida).

V_w: cortante transferido a través de la fisura.

V_D: cortante transferido por efecto pasador.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Piezas sin armadura de cortante en regiones fisuradas a flexión:

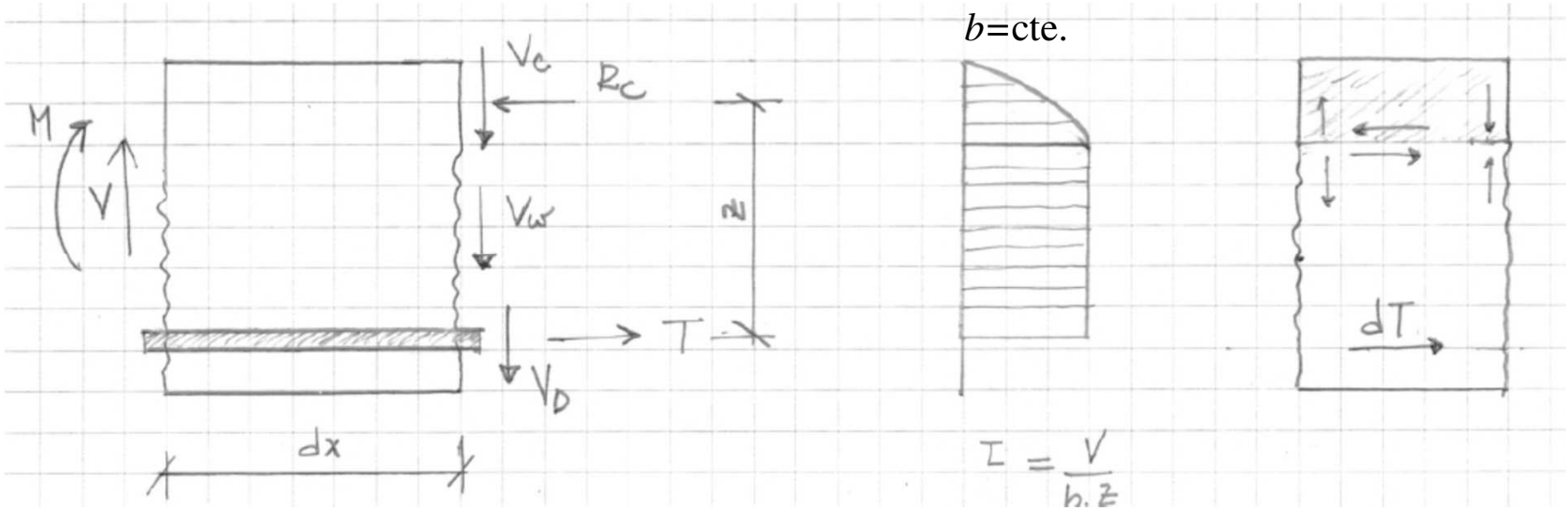


$$V(x) = \frac{dM(x)}{dx} = \frac{dT(x)}{dx} \cdot z(x) + T(x) \cdot \frac{dz(x)}{dx}$$

$$M(x) = T(x) \cdot z(x)$$

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Piezas sin armadura de cortante en regiones fisuradas a flexión:



EFECTO DE VIGA: $\frac{dz(x)}{dx} = 0$, el brazo mecánico es constante

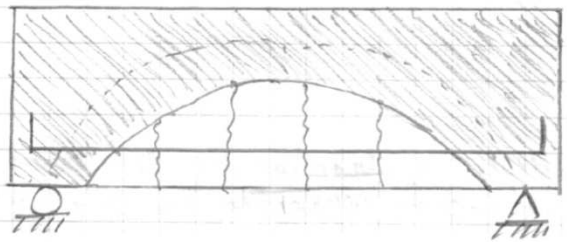
Los modelos de Ritter (1899) y Morsch (1902) de reticulado.

Posteriormente Kani (1964) sugirió la teoría del “peine”.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

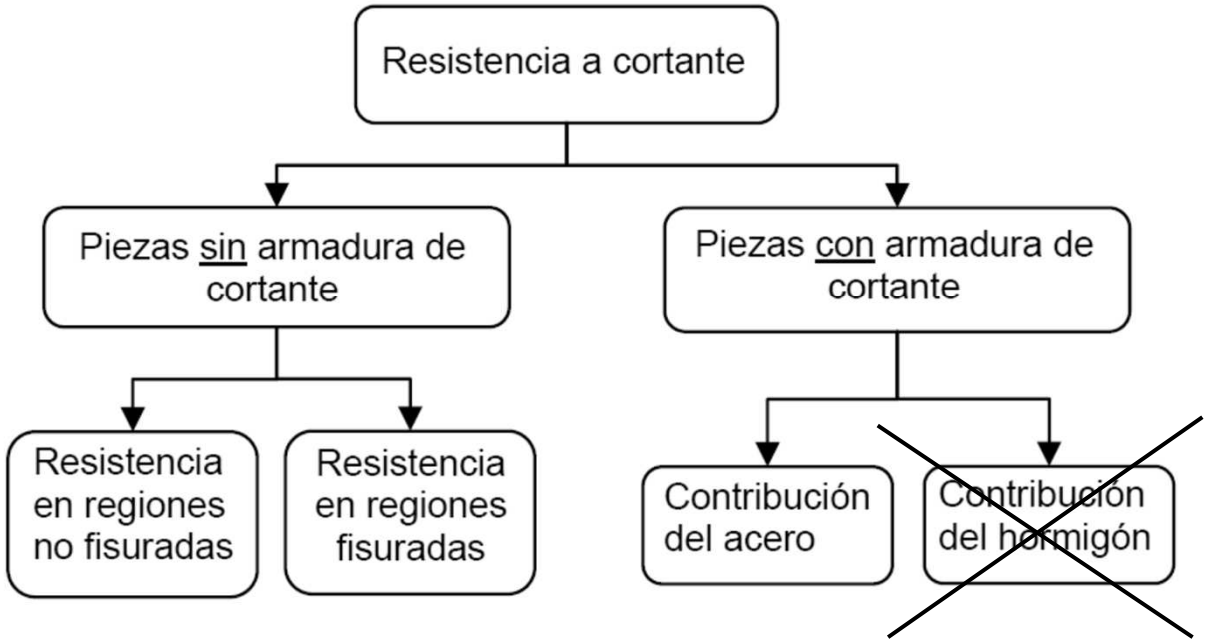
Piezas sin armadura de cortante en regiones fisuradas a flexión:

EFECTO DE ARCO: $\frac{dT(x)}{dx} = 0$



ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tratamiento normativo: UNE-EN 1992-1-1



Adaptado de E. Hernández, L. Gil. Hormigón armado y pretensado, 2007.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tratamiento normativo: UNE-EN 1992-1-1

Piezas sin armadura de cortante

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

Resistencia en regiones no fisuradas a flexión

$$\sigma_t \leq f_{ctd} = {f_{ctk,0.05}}/{\gamma_C}$$

$$V_{Rd,c} = \frac{b_w \cdot I}{S}\sqrt{{f_{ctd}}^2 + \alpha_1 f_{ctd}\sigma_{cp}}$$

$$\alpha_1 = {l_x}/{l_{pt2}} \leq 1$$

$$\sigma_{cp} = {N_{Ed}}/{A_c}$$

b_w: es el ancho de la sección en el eje baricéntrico, teniendo en cuenta la presencia de vainas.

6.2.2 (3): secciones de verificación

Nota: secciones con ancho variable.

Resistencia en regiones fisuradas a flexión

$$\sigma_t > f_{ctd} = {f_{ctk,0.05}}/{\gamma_C}$$

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c}k(100\rho_1 f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp}\right]b_w \cdot d$$

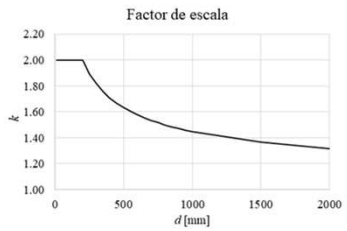
$$\geq \left(v_{min} + k_1\sigma_{cp}\right)b_w \cdot d$$

$$\sigma_{cp} = {N_{Ed}}/{A_c} < 0.2 \cdot f_{cd}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0.02$$

$$C_{Rd,c} = 0.12$$

$$v_{min} = 0.035k^{1.5}fck^{0.5}$$



b_w: es el espesor mínimo de la sección en la zona de tracción [mm] (UNE-EN 1992-2).

6.2.2 (5): decalaje de la ley de momentos flectores

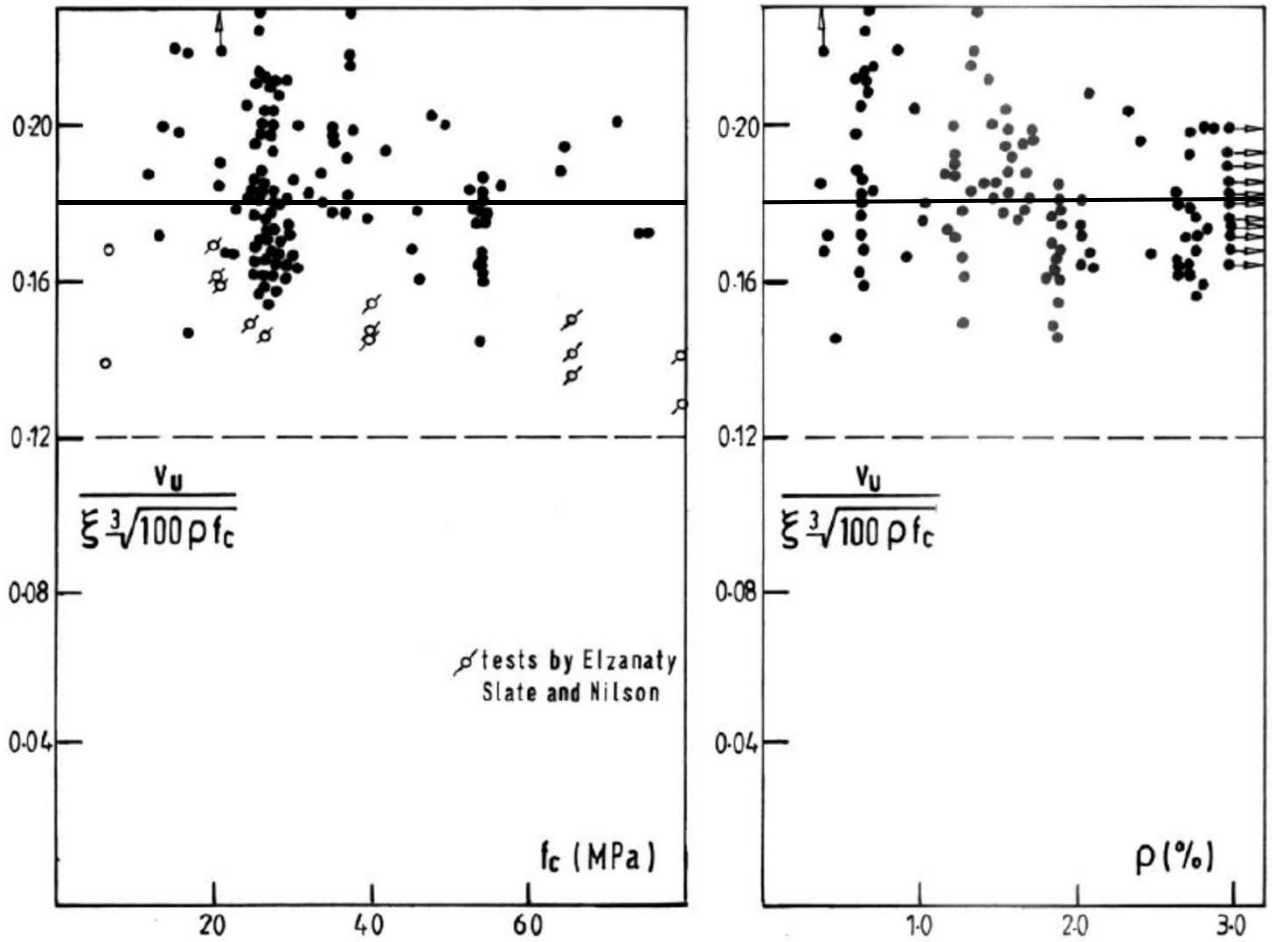
ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Piezas sin armadura de cortante en regiones fisuradas a flexión:

En caso de piezas compuestas por elementos prefabricados y hormigón in situ, V_{u2} se calculará considerando como tensión σ'_{cd}, la compresión media que genera el pretensado en la sección compuesta una vez descontadas las pérdidas diferidas en la pieza prefabricada.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Piezas sin armadura de cortante en regiones fisuradas a flexión:



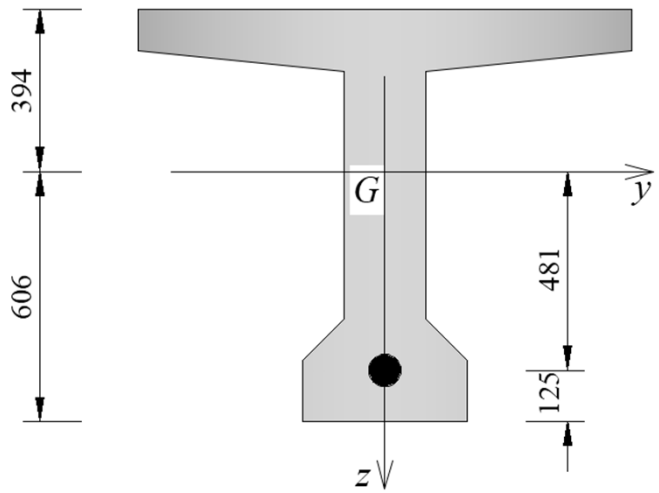
CEB-FIP, 2010.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Diapositiva en blanco

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Ejemplo:



$A_c = 3.650 \times 10^5$ mm^2

$I_c = 4.306 \times 10^{10}$ mm^4

$S = 5.687 \times 10^7$ mm^3

$b_{w,\text{nom}} = 200 - 0.50 \cdot 67 = 166.5$ mm

$f_{ctd} = 1.50$ MPa

$M_{Ed}(x = 606) = 1.33 \times 10^8$ Nmm

$\sigma_{c,\text{inf}}(x = 606) = -4.75$ MPa

$\sigma_{c,\text{sup}}(x = 606) = -5.19$ MPa

$P_2(x = 606, t = 10000) = 1831 \times 10^3$ N

$\alpha(x = 606) = 5.693$ º

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Ejemplo:

$M_{Ed}(x = 606) = 1.33 \times 10^8$ Nmm

$\sigma_{c,\inf}(x = 606) = -4.75$ MPa

$\sigma_{c,\sup}(x = 606) = -5.19$ MPa

$P_2(x = 606, t = 10000) = 1831 \times 10^3$ N

$\alpha(x = 606) = 5.693$ º

$V_{d,PP+CM}(x = 606) = 1.35 \cdot (105.1 - (9.125 + 2.55) \cdot 0.61) \times 10^3 = 132 \times 10^3$ N

$V_{d,SC}(x = 606) = 80 \times 10^3$ N

$V_{Ed}(x = 606) = 132 \times 10^3 + 80 \times 10^3 - 1831 \times 10^3 \cdot \sin(5.693) = 30 \times 10^3$ N

$$\sigma_{cp}(x = 606) = -\frac{1831 \times 10^3}{3.650 \times 10^5} = -5.02 \text{ MPa}$$

$\alpha_1 = 1$

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S}\sqrt{{f_{ctd}}^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}} = \frac{4.306 \times 10^{10} \cdot 166.5}{5.687 \times 10^7}\sqrt{1.50^2 + 5.02 \cdot 1.50}$$

$V_{Rd,c} = 394 \times 10^3$ N

$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \Rightarrow$ Ok.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Ejemplo:

Cometario final:

Posiblemente la geometría de la sección en la que hemos realizado la verificación a cortante se vea afectada debido a la introducción del pretensado.

Ejercicio: verificar si la viga fisura por flexión en otra sección.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Diapositiva en blanco

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tratamiento normativo: UNE-EN 1992-1-1

Piezas con armadura de cortante
$V_{Ed} > V_{Rd,c}$

Para elementos con armadura vertical de cortante, la resistencia a cortante, $V_{Rd} = \min\{V_{Rd,s}; V_{Rd,\text{máx}}\}$:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta$$

$$V_{Rd,\text{máx}} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1}{\cot\theta + \tan\theta} f_{cd}$$

donde:

$1 \leq \cot\theta \leq 2.5$ (El anexo de España toma $0.5 \leq \cot\theta \leq 2.0$)

$v_1 = 0.6\left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right]$: es un coeficiente de reducción de la resistencia del hormigón fisurado por el efecto del cortante.

α_{cw}: coeficiente que tiene en cuenta el estado de tensiones en el cordón comprimido

$\alpha_{cw} = 1$ para estructuras sin pretensado

$$\alpha_{cw} = \begin{cases} 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \text{ para } 0 < \sigma_{cp} \leq 0.25 f_{cd} \\ 1.25 \text{ para } 0.25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0.50 f_{cd} \\ 2.5\left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) \text{ para } 0.50 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1.00 f_{cd} \end{cases}$$

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tratamiento normativo: UNE-EN 1992-1-1

Piezas con armadura de cortante
$V_{Ed} > V_{Rd,c}$

σ_{cp}: es la tensión media de compresión en el hormigón, medida positiva, debida al esfuerzo axil de cálculo. Debe obtenerse mediante el promedio de toda la sección de hormigón teniendo en cuenta la armadura. No será necesario el cálculo del valor de σ_{cp} para una distancia inferior a $0.5d\cot\theta$ desde el borde del apoyo.

6.2.1 (8): Para elementos sometidos principalmente a una carga uniformemente distribuida, no será necesaria la comprobación del esfuerzo cortante de cálculo para los puntos situados a una distancia inferior a d desde el borde del apoyo. Debe darse continuidad hasta el apoyo a toda la armadura de cortante necesaria. Además deberá comprobarse que el cortante en el apoyo no supera el valor $V_{Rd,\text{máx}}$.

6.2.3 (5): En las regiones en las que no hay discontinuidad de V_{Ed} (por ejemplo para el caso de cargas uniformemente distribuidas en la parte superior), la armadura de cortante en una longitud básica $l = z\cot\theta$ puede calcularse utilizando el menor valor de V_{Ed} en dicha longitud.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tratamiento normativo: UNE-EN 1992-1-1

Piezas con armadura de cortante
$V_{Ed} > V_{Rd,c}$

6.2.3 (6): Para el caso de un alma que contiene vainas metálicas inyectadas, con un diámetro $\phi > b_w/8$, la resistencia a cortante, $V_{Rd,\text{máx}}$, debe calcularse partiendo de un espesor nominal del alma, establecido mediante la siguiente expresión:

$$b_{w,nom} = b_w - 0.5 \sum \phi$$

Para vainas metálicas inyectadas con $\phi \leq b_w/8$:

$$b_{w,nom} = b_w$$

Para vainas no inyectadas, vainas plásticas inyectadas y armadura activa no adherente, el espesor nominal del alma es:

$$b_{w,nom} = b_w - 1.2 \sum \phi$$

En la expresión anterior se dispone el valor 1.2 para tener en cuenta el hendimiento de las bielas de hormigón debido a la tracción transversal. Si se dispone una armadura transversal adecuada, este valor puede reducirse a 1.0.

ϕ: es el diámetro exterior de la vaina.

$\sum \phi$: se determina en el nivel más desfavorable.

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tratamiento normativo: UNE-EN 1992-1-1

Piezas con armadura de cortante
$V_{Ed} > V_{Rd,c}$

9.2.1.3 (2): Para los elementos con armadura de cortante, la fuerza adicional de tracción, ΔF_{td}, debe calcularse de acuerdo con el apartado 6.2.3 (7). Para los elementos sin esta armadura de cortante, ΔF_{td} se puede estimar desplazando la ley de momentos una distancia $a_l = d$ de acuerdo con el apartado 6.2.2 (5). Esta "regla de decalaje" puede emplearse como alternativa para los elementos con armadura de cortante donde:

$$a_l = 0.5z \cot\theta$$

9.2.2 (5): La cuantía de armadura de cortante se establece mediante la expresión:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w} \geq \rho_{w,min} = \frac{0.08\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

9.2.2 (6): La separación longitudinal máxima entre los diferentes tipos de armaduras de cortante no debe exceder, $s_{l,max}$:

$$s_{l,max} = 0.75d$$

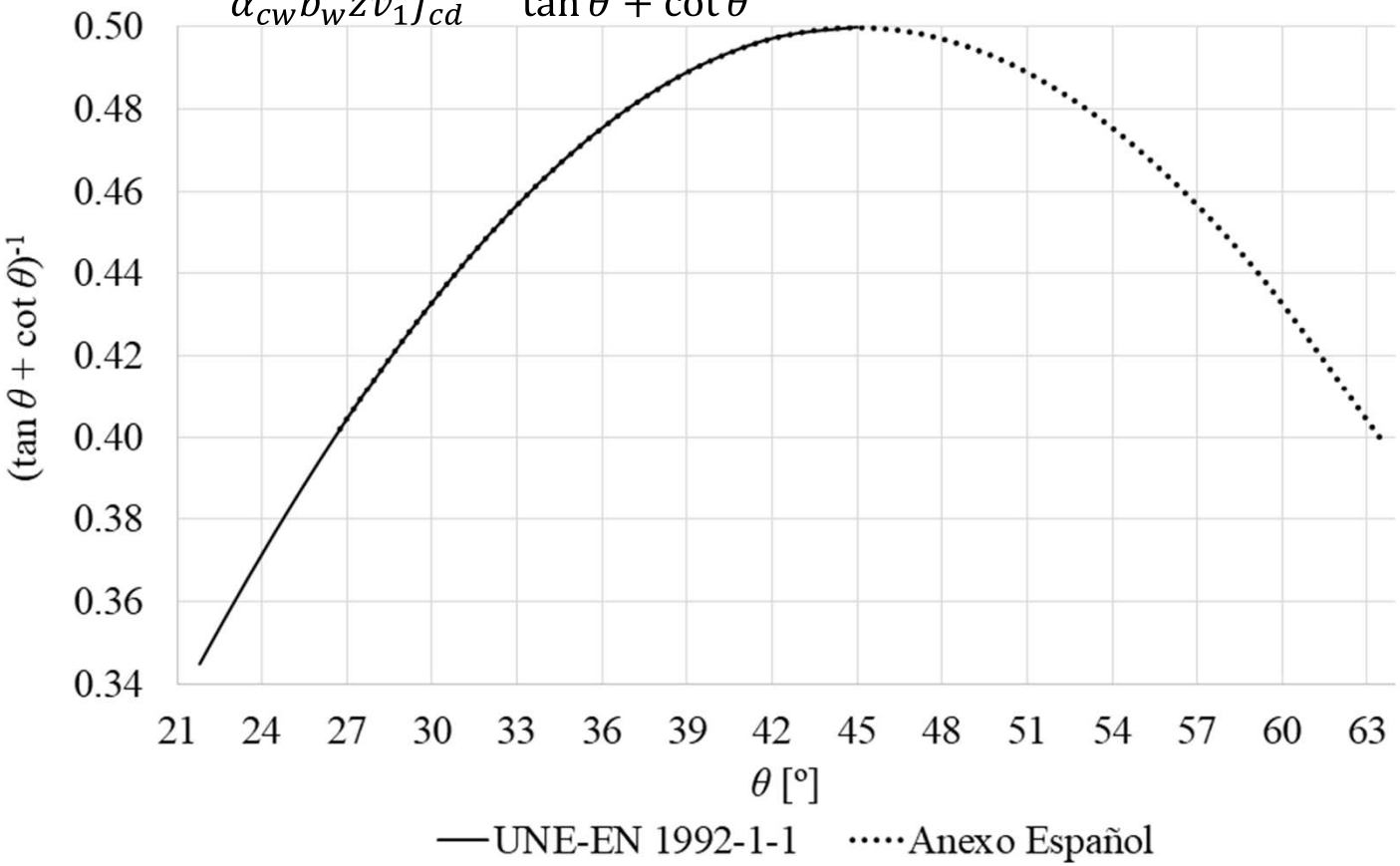
9.2.2 (8): La separación transversal de las ramas en una serie de cercos no debe exceder el valor, $s_{t,max}$:

$$s_{t,max} = 0.75d \leq 600 \text{ mm}$$

ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tratamiento normativo: UNE-EN 1992-1-1:

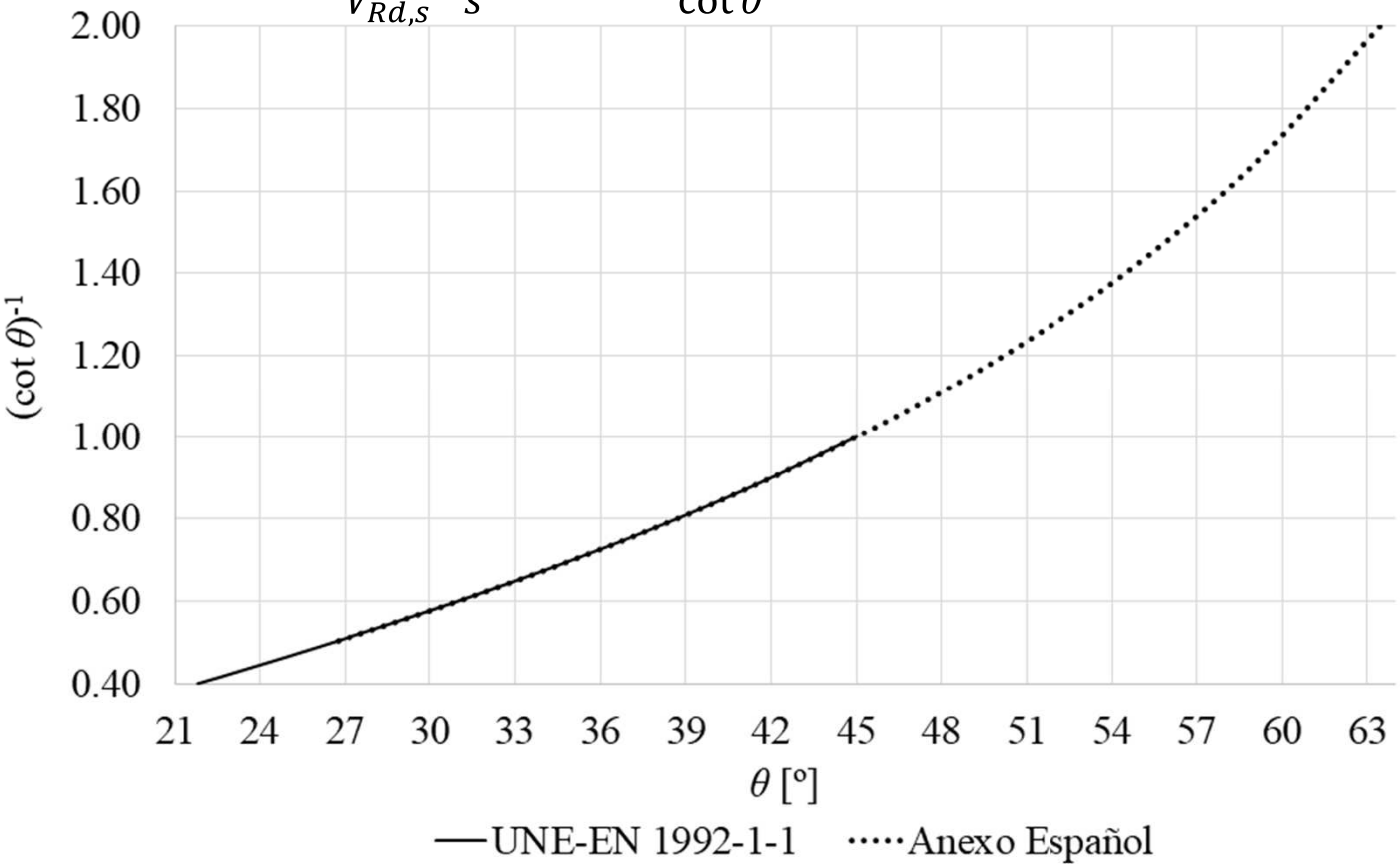
$$\frac{V_{Rd,\text{máx}}}{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}} = \frac{1}{\tan\theta + \cot\theta}$$



ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Tratamiento normativo: UNE-EN 1992-1-1:

$$\frac{1}{V_{Rd,s}}\frac{A_{sw}}{s}zf_{ywd} = \frac{1}{\cot\theta}$$



ELU: Agotamiento frente a fuerza cortante

Comentarios finales:

1. Secciones en las que debo evaluar el cortante
2. Valor de la fuerza de pretensado es piezas pretensas (anclaje por adherencia)
3. Valor de la fuerza de pretensado a utilizar en la evaluación ELU por cortante
4. Efecto de arco producido por el pretensado