



**2<sup>do</sup> Parcial -26 de Noviembre de 2010- 2a parte**

- No se podrá utilizar ningún tipo de material (apuntes, libro, calculadora, etc). Apague su teléfono celular.
- **Sólo** se contestarán preguntas sobre interpretación de la letra hasta 20 minutos antes de la finalización del mismo.
- Escriba las hojas de un sólo lado.
- Las partes no legibles del examen se considerarán no escritas.
- En la primer hoja a entregar ponga con letra clara, en el ángulo superior derecho, su nombre, número de cédula de identidad y cantidad de hojas -en ese orden-; las demás hojas es suficiente con nombre, número de cédula y número de página.

**Problema 1 (13 puntos)**

Sea la siguiente operación, aplicable a cualquier entero positivo: si el número es par, se divide entre 2; si el número es impar, se multiplica por 3 y se suma 1. La conjetura de Collatz plantea que si se aplica esta operación de forma sucesiva siempre se llega al valor 1, para cualquier valor inicial.

Por ejemplo:  $f(6)=3, f(3)=10, f(10)=5, f(5)=16, f(16)=8, f(8)=4, f(4)=2$  y  $f(2)=1$ .

Se pide implementar la función *recursiva collatz* en MatLab que, dado un entero positivo  $N$ , devuelva un vector con todos los resultados de aplicar la operación hasta llegar a 1. Para controlar que la ejecución termine en algún momento (se trata de una conjetura, por lo que aún no se ha podido demostrar su veracidad o falsedad), la función debe recibir como segundo parámetro un contador que se decrementa con cada aplicación de la operación. Al llegar el contador a cero, la función debe devolver el vector con los resultados calculados hasta el momento. Ejemplos:

```
>> collatz(6, 100)          >> collatz(6, 5)
ans = [6 3 10 5 16 8 4 2 1]  ans = [6 3 10 5 16]
```

**Problema 2 (6, 6 y 5 puntos, respectivamente)**

Implementar en Matlab:

a) la función *iterativa binarioADecimal*, que recibe un número binario sin signo, representado como un vector de bits (ceros y unos), y devuelve el decimal correspondiente. Ejemplo:

```
>> binarioADecimal([1,0,0,1])
ans = 9
```

b) la función *iterativa excesoADecimal*, que recibe (como vector de bits) una representación en Exceso a M de un entero, y devuelve el decimal correspondiente. Ejemplos:

```
>> excesoADecimal([1,0,0,1])  >> excesoADecimal([0,0,0,0,0,1])
ans = 1                        ans = -31
```

**Nota:** El Exceso a M se calcula con  $M = 2^{n-1}$ , donde n es la cantidad de bits de la representación.

c) la función *iterativa flotanteADecimal* que recibe (como vector de bits) una representación en Punto Flotante de un número real, y un natural *exp* indicando la cantidad de bits del exponente, y devuelve el decimal correspondiente. La representación en Punto Flotante tiene las siguientes características:

- Solo considera valores “normalizados”.
- El exponente se encuentra en Exceso a M.
- El cero se representa con el exponente y la mantisa en cero.
- No hay representación para infinito ni para “not a number”.
- El orden en el vector de bits es signo, exponente y mantisa.

Ejemplos:

```
>> flotanteADecimal([1,0,0,1,0,0,1,0],4)  >> flotanteADecimal([0,0,1,0,0,1],2)
ans = -0.01953125 (igual a  $-10 \times 2^{-9}$ )  ans = 0.5625 (igual a  $9 \times 2^{-4}$ )
```

**Nota:** El Exceso a M se calcula con  $M = 2^{n-1}$ , donde n es la cantidad de bits de la representación.



**Problema 3 (6, 7 y 7 puntos, respectivamente)**

Un observatorio astronómico quiere utilizar Matlab para trabajar con fotografías a cielo abierto, tomadas por el telescopio. Las fotografías se almacenan como matrices de tamaño  $1024 \times 1024$ , donde cada coeficiente de la matriz se corresponde con un píxel de la imagen capturada. Debido a que la cámara solo captura la intensidad, o brillo, de la luz (no los colores), los coeficientes son valores enteros que varían de 0 a 255. El 0 representa el valor de menor intensidad (cielo oscuro) y el 255 el de mayor intensidad (cuerpo celeste muy luminoso).

El observatorio quiere hacer un conteo y una clasificación de los cuerpos celestes que aparecen en las imágenes, partiendo de la suposición de que estos jamás superan el tamaño de  $1 \times 1$  píxeles. Teniendo en cuenta que los cuerpos se clasifican según la escala de intensidad definida en la siguiente tabla, resuelva los problemas que se plantean a continuación:

Escala	Intensidad	Tipo de cuerpo
1	200-255	Muy brillante
2	150-199	Brillante
3	100-149	Normal
4	50-99	Poco brillante
5	0-49	Cielo oscuro

- Para realizar el conteo, implemente la función **recursiva** *contarCuerposCelestes* que cuente los cuerpos celestes que se encuentren dentro del rango 1-4 de la escala (es decir, que su intensidad sea mayor que 49 y menor o igual que 255).
- Debido a que la mayoría de los píxeles capturados son de cielo oscuro (escala 5) se quiere comprimir la imagen, convirtiéndola de matriz completa a una matriz dispersa que descarte estos valores de intensidad (es decir, los tome como si fueran iguales a cero). Implemente la función **iterativa** *comprimirImagen* que reciba una imagen y devuelva una matriz dispersa que descarte los cuerpos de escala 5.
- Para clasificar los cuerpos celestes, a partir de una imagen en su forma comprimida implemente la función **recursiva** *clasificarCuerposCelestes* que devuelva un vector de cuatro elementos, donde el elemento de la posición  $i$  cuente la cantidad de cuerpos celestes que corresponden al valor  $i$  de la escala.

**Notas:** - La matriz dispersa de la parte b) debe representarse en formato elemental.

- Para la parte c) interesa clasificar solamente los cuerpos celestes correspondientes a las escalas 1 a 4.