Examen - Febrero de 2002 - 2ª parte

- Duración de esta etapa: 2 Hs.
- No se podrá utilizar ningún tipo de material (apuntes, libro, calculadora, etc).
- **Sólo** se contestarán preguntas sobre interpretación de la letra hasta 30 minutos antes de la finalización del mismo.
- Escriba las hojas de un solo lado
- Las partes no legibles del examen se considerarán no escritas
- En la primer hoja a entregar ponga con letra clara, en el ángulo superior derecho, salón en el cual desarrolló la prueba, su nombre, número de cédula de identidad y cantidad de hojas -en ese orden-; las demás hojas es suficiente con nombre, número de cédula y número de página.
- Al entregar su prueba recuerde firmar la planilla correspondiente

Problema 1	30 ptos	

Sea el polinomio $P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \cdots + a_1 \cdot x + a_0$, que lo representaremos en Matlab mediante un vector (por ejemplo A) de *n* elementos, donde cada elemento es un coeficiente de dicho polinomio, por ej. A(n-2) corresponde al coeficiente a_{n-2} del término x^{n-2}

$$>> A = [a_0 \,, a_1 \,, \cdots \,, a_{n-1} \,, a_n]$$

a)

i) Se pide implementar una función en Matlab que realice el producto de dos polinomios (pasados como parámetros a la función) y devuelva su resultado. No se deberá considerar el caso de que alguno de los polinomios sea nulo (largo del vector = 0).

ii) Se pide implementar una función en Matlab que realice la derivada con respecto a *x* del polinomio *P(x)* y devuelva su resultado. Suponer que los polinomios son de grado > 0.

b) Para esta parte trabajaremos con cocientes de polinomios y los manejaremos como dos vectores en variables independientes, uno correspondiente al numerador y el otro al denominador, por ej.

$$\frac{3x^3 - 7x^2 + x + 19}{7x^5 + 4.5x^3 - 2x} \Rightarrow \text{Numerador [19, 1, -7, 3] ; Denominador [0, -2, 0, 4.5, 0, 7]}$$

i) Se pide implementar una función en Matlab que realice la suma de dos cocientes de polinomios y devuelva su resultado. Indicar claramente el orden de las variables para identificar el numerador y el denominador. Se sugiere utilizar las funciones programadas anteriormente. No verificar que en el resultado el coeficiente del término de mayor grado sea cero.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{E}{F} \quad \Rightarrow \quad \text{en Matlab tendríamos: >> [e, f] = sumar(a, b, c, d);}$$

ii) Se pide implementar una función en Matlab que realice la derivada con respecto a *x* de un cociente de polinomios y devuelva su resultado. Indicar claramente el orden de las variables para identificar el numerador y el denominador. Se sugiere utilizar las funciones programadas anteriormente. No verificar que en el resultado el coeficiente del término de mayor grado sea cero.

$$\left(\frac{A}{B}\right)' = \frac{C}{D} \quad \Rightarrow \quad \text{en Matlab tendríamos: >> [c, d] = deriv(a, b);}$$

Obs. No podrá utilizar ninguna función de Matlab que trabaje con polinomios, como por ejemplo: conv, deconv, polyder. Si tiene alguna duda consulte al docente.

Problema 2 (curso 2001)	15 ptos	

a) Representar $123 * 2^{-5}$ en punto flotante de simple precisión (1 bit de signo, 8 bits de exponente y 23 bits de mantisa)

b) Indicar qué número real representa la siguiente codificación en norma IEEE

```
0 10001001 11110000000000000000000
```

c) Represente el infinito en punto flotante de simple precisión.

d) Indique en cada caso si las siguientes codificaciones en punto flotante representan un número normalizado, desnormalizado o NaN

```
i)     0 00000000 00000000001000000000011
ii)    1 11001101 00000000000000000000000
iii)   0 11111111 00010001000001000011110
iv)    1 11111111 11000001100100111011100
v)     0 00000000 11111111111111111111111
```

Problema 2 (cursos anteriores a 2001)	15 ptos	

1. ¿Cómo se representan los números reales en una computadora?
2. Defina ε_{MACH}
3. Explique el fenómeno de cancelación catastrófica.
4. Considere el problema de calcular los valores de la función exponencial $f(x) = e^x$ a partir de su desarrollo en series de Taylor:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Si se usa el siguiente programa Matlab para efectuar la suma anterior hasta n = 1000, para un rango de valores de x *pequeños* ($0 < x < 1$):

```
sum=1;
t=x;
n=1;
while n<1000
sum=sum+t;
n=n+1;
t=t.*x/n;
end
```

(a) Que tipo de error puede ocurrir, explique.
(b) Presente dos soluciones para mejorar el problema.

Problema 3	25 ptos	

Se desea trabajar con números octales (base 8) y decimales (base 10).

De esta forma los números octales se almacenan en un vector de la siguiente forma:

Ejemplos:

Decimal	**Octal**	**Vector**
$1 = 1 * 8^0$	1	[1]
$8 = 1 * 8^1 + 0 * 8^0$	10	[1 0]
$25 = 3 * 8^1 + 1 * 8^0$	31	[3 1]
$3914 = 7 * 8^3 + 5 * 8^2 + 1 * 8^1 + 2 * 8^0$	7512	[7 5 1 2]

Se pide:

a) Implementar la **función recursiva *Invertir*** que toma un vector cualquiera y retorna el vector resultado de invertir el orden de sus elementos.
Ej: [a b c d e] -> [e d c b a]

b) Implementar la **función iterativa *Octal*** que toma un número decimal y devuelve el vector que almacena el número octal correspondiente.

c) Implementar la **función recursiva *Decimal*** que toma el vector que almacena el número octal y devuelve el decimal correspondiente

Nota: Para obtener la representación octal de un número decimal el algoritmo es el siguiente:

Sea el número decimal 3914 su expresión octal es 7512 y se obtiene dividiendo sucesivamente el número decimal y sus cocientes entre 8 hasta alcanzar un cociente 0. Luego se concatenan los restos obtenidos en sentido inverso:

```
3914 |8
-----+----
   2 |489 |8
     +----+---
        1 |61 |8
          +---+--
            5 |7 |8
              +--+--
               7 |0
```

Para obtener la representación decimal de un octal el algoritmo es el siguiente:

Se suma la multiplicación de cada digito del octal por su correspondiente potencia de 8:

$\mathbf{7} * 8^3 + \mathbf{5} * 8^2 + \mathbf{1} * 8^1 + \mathbf{2} * 8^0 = 3914$