Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

Segundo parcial - 30 de noviembre de 2013. Duración: 3 horas

N° de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 30 puntos) En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 7,5 puntos **Respuesta incorrecta: -1,875 punto** **No responde: 0 punto**

Ejercicio 1.
Consideremos las series de términos generales:

$$a_n = n!\, e^{-n^2} \qquad \text{y} \qquad b_n = \left(\frac{3n + e^{-n}}{2n+1}\right)^n$$

Entonces:

(A) $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ y $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ son convergentes.

(B) $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ es divergente y $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ es convergente.

(C) $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ es convergente y $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ es divergente.

(D) $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ y $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ son divergentes.

(E) Ninguna de las anteriores.

Ejercicio 2.
El resultado de la integral definida

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^3(x)dx$$

es:

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{\pi}{8}$

(E) $\frac{2}{3}$

Ejercicio 3.
Se considera la ecuación diferencial $2y' + y = xe^x$, y las siguientes afirmaciones:

(A) $y(x) = e^x(\frac{x}{3} - \frac{2}{9}) + \frac{2}{9}e^{\frac{-x}{2}}$ es solución.

(B) La solución y_0 que verifica $y_0(0) = 0$ y la solución y_1 que verifica $y_1(0) = 1$ difieren en una constante ($y_0 - y_1 = const$).

(C) $y(x) = e^x + \frac{1}{3}e^{\frac{-x}{2}}$ es solución.

(D) La solución que verifica $y_1(0) = 1$ también cumple que $y_1(1) > 0$.

(E) La solución que verifica $y_0(0) = 0$ también cumple que $y_0(1) < 0$.

Determinar cuál de las siguientes opciones es correcta:

(A) Todas las afirmaciones son correctas.

(B) Las afirmaciones (B) y (D) son correctas.

(C) Sólo las afirmaciones (A) y (D) son correctas.

(D) Las afirmaciones (A) y (E) son correctas.

(E) Ninguna de las afirmaciones es correcta.

Ejercicio 4.
Sea f una función continua en $[1, +\infty)$ y F una primitiva de f tal que $F(1) = 3$ y $\lim_{x\to+\infty} F(x) = 8$. Para cada $n \geq 1$ consideramos,

$$a_n = \int_n^{n+1} f(t)\,dt$$

(A) La $\sum_{n\geq 1} a_n$ es divergente.

(B) La $\sum_{n\geq 1} a_n$ es convergente y converge a 8.

(C) $\sum_{n\geq 1} a_n$ es convergente y converge a 3.

(D) $\sum_{n\geq 1} a_n$ es convergente y converge a 5.

(E) $\sum_{n\geq 1} a_n$es convergente y converge a 0.

Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

Segundo parcial - 30 de noviembre de 2013 Duración: 3 horas

N° de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Desarrollo (Total: 30 puntos) Justificar las respuestas y responder solamente en esta hoja.

1.
- Probar que si $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ es creciente en el intervalo $[a, +\infty)$, entonces: F tiene límite para $x \to +\infty$ si y solo si F está acotada superiormente.
- Enunciar y probar el Criterio de Comparación para integrales impropias de primera especie.
- Clasificar la integral
$$\int_0^1 t^{-\alpha} e^{-\frac{1}{t}} dt$$
discutiendo según $\alpha \in \mathbb{R}$.

2.
- Enunciar y probar el Teorema Fundamental del Cálculo.
- Enunciar y probar la Regla de Barrow.
- Hallar la derivada de la función
$$f(x) = \int_{-\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x}} \sqrt{\frac{1-y}{1+y}} dy$$