Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

SEGUNDO PARCIAL - 1º DE DICIEMBRE DE 2015 DURACIÓN: 3 HORAS Y MEDIA

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 32 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 4 puntos Respuesta incorrecta: -1 punto No responde: 0 punto

Respuestas de múltiple opción

1	2	3	4	5	6	7	8

Ejercicio 1.

Sean $f : R \to R$ y $\lambda \in R$ tales que la igualdad

$$\int_{e^x}^{e} f(t)\,dt = 3x^2 + \lambda$$

es válida para todo $x \in R$. Indicar la opción correcta:

(A) $f(e^2) = \frac{-12}{e^2}$ y $\lambda = -3$.

(B) $f(e^2) = -3e^2$ y $\lambda = -3$.

(C) $f(e^2) = 3e^2$ y $\lambda = \frac{1}{3}$.

(D) $f(e^2) = \frac{12}{e^2}$ y $\lambda = \frac{1}{3}$.

(E) $f(e^2) = \frac{-9}{e^2}$ y $\lambda = -3$.

Ejercicio 2.

Se considera la integral impropia:

$$\int_{0}^{+\infty} \frac{1}{9x^2+4}\,dx$$

Indicar la opción correcta:

(A) La integral impropia converge a $\frac{\pi}{2}$.

(B) La integral impropia converge a 0.

(C) La integral impropia converge a $\frac{\pi}{8}$.

(D) La integral impropia diverge a $+\infty$.

(E) La integral impropia converge a $\frac{\pi}{12}$.

Ejercicio 3.
El valor de $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2+5n+6}$ es:

(A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$.

(D) 0. (E) $+\infty$.

Ejercicio 4.
Sea $F : R \to R$ tal que

$$F(x) = \int_1^{x^2+1} \frac{\log(t)}{t^2}\, dt$$

Indicar la opción correcta:

(A) F tiene máximo en $x = 1$ y mínimo en $x = 0$.

(B) F no tiene máximo ni mínimo.

(C) F tiene máximo en $x = 0$ y mínimo en $x = 1$.

(D) F no tiene máximo y tiene mínimo en en $x = 0$.

(E) F tiene máximo en $x = 0$ y no tiene mínimo.

Ejercicio 5.
Hallar el volumen de revolución generado al rotar en torno al eje de las x la región acotada por la gráfica de $f(x) = x(1-x)$ en el intervalo $[0, 1]$.

(A) 8π. (B) $\frac{32\pi}{5}$. (C) 16π.

(D) $\frac{\pi}{2}$. (E) $\frac{\pi}{30}$.

Ejercicio 6.
Se considera la serie con $\alpha \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{\log(n) + e^n} dx$$

Indicar la opción correcta:

(A) La serie converge si y solo si $\alpha < 0$.

(B) La serie no converge para ningún α.

(C) La serie converge para todo α.

(D) La serie converge si y solo si $\alpha > 0$.

(E) La serie converge si y solo si $\alpha = 0$.

Ejercicio 7.

El valor de $\int\limits_0^{\pi/2} \operatorname{sen}^3(x)\cos^4(x)dx$ es:

(A) $\frac{1}{35}$. (B) $\frac{2}{35}$. (C) $\frac{-1}{35}$.

(D) $\frac{2}{7}$. (E) $\frac{3}{35}$.

Ejercicio 8.

Se consideran las siguientes integrales impropias:

(I) $\int_0^1 \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\, dx$,

(II) $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\, dx$.

Indicar la opción correcta:

(A) La integral (I) diverge y la (II) oscila.

(B) La integral (I) converge y la (II) diverge.

(C) La integral (I) diverge y la (II) converge.

(D) Ambas integrales divergen.

(E) Ambas integrales convergen.

Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

Segundo Parcial - 1º de diciembre de 2015 Duración: 3 horas y media

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Desarrollo (Total: 28 puntos) Justificar las respuestas.

PARA USO DOCENTE

1	2	TOTAL

Ejercicio 1.
(14 puntos) Sea $f : [a, b] \to R$ una función continua.

1. Demostrar que existe $c \in [a, b]$ tal que $(b - a)f(c) = \int_a^b f(x)\,dx$.
2. ¿El c de la parte anterior siempre es único? Justificar su respuesta.
3. Si $f : [a, b] \to R$ no es continua, ¿vale la conclusión de la primera parte? Justificar su respuesta.

Ejercicio 2.
(14 puntos)

1. Definir convergencia absoluta de una serie.
2. Demostrar que una serie absolutamente convergente es convergente.
3. Sea $(a_n)_{n\geq 0}$ una sucesión positiva tal que $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge y $(b_n)_{n\geq 0}$ una sucesión acotada. Demostrar que $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge.