Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

Segundo Parcial - 1º de diciembre de 2015 Duración: 3 horas y media

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 32 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 4 puntos Respuesta incorrecta: -1 punto No responde: 0 punto

Respuestas de múltiple opción

1	2	3	4	5	6	7	8

Ejercicio 1.

Se consideran las siguientes integrales impropias:

(I) $\int_0^1 \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\,dx$,

(II) $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\,dx$.

Indicar la opción correcta:

(A) La integral (I) converge y la (II) diverge.

(B) Ambas integrales convergen.

(C) Ambas integrales divergen.

(D) La integral (I) diverge y la (II) converge.

(E) La integral (I) diverge y la (II) oscila.

Ejercicio 2.

Sea $F : R \to R$ tal que

$$F(x) = \int_1^{x^2+1} \frac{\log(t)}{t^2}\,dt$$

Indicar la opción correcta:

(A) F no tiene máximo ni mínimo.

(B) F tiene máximo en $x = 0$ y no tiene mínimo.

(C) F no tiene máximo y tiene mínimo en en $x = 0$.

(D) F tiene máximo en $x = 0$ y mínimo en $x = 1$.

(E) F tiene máximo en $x = 1$ y mínimo en $x = 0$.

Ejercicio 3.
Sean $f : R \to R$ y $\lambda \in R$ tales que la igualdad

$$\int_{e^x}^{e} f(t)\,dt = 3x^2 + \lambda$$

es válida para todo $x \in R$. Indicar la opción correcta:

(A) $f(e^2) = -3e^2$ y $\lambda = -3$.

(B) $f(e^2) = \frac{-9}{e^2}$ y $\lambda = -3$.

(C) $f(e^2) = \frac{12}{e^2}$ y $\lambda = \frac{1}{3}$.

(D) $f(e^2) = 3e^2$ y $\lambda = \frac{1}{3}$.

(E) $f(e^2) = \frac{-12}{e^2}$ y $\lambda = -3$.

Ejercicio 4.
Hallar el volumen de revolución generado al rotar en torno al eje de las x la región acotada por la gráfica de $f(x) = x(1-x)$ en el intervalo $[0, 1]$.

(A) $\frac{32\pi}{5}$. (B) $\frac{\pi}{30}$. (C) $\frac{\pi}{2}$.

(D) 16π. (E) 8π.

Ejercicio 5.
El valor de $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2+5n+6}$ es:

(A) $\frac{1}{3}$. (B) $+\infty$. (C) 0.

(D) $\frac{1}{2}$. (E) $\frac{1}{6}$.

Ejercicio 6.
Se considera la serie con $\alpha \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{\log(n) + e^n} dx$$

Indicar la opción correcta:

(A) La serie no converge para ningún α.

(B) La serie converge si y solo si $\alpha = 0$.

(C) La serie converge si y solo si $\alpha > 0$.

(D) La serie converge para todo α.

(E) La serie converge si y solo si $\alpha < 0$.

Ejercicio 7.
Se considera la integral impropia:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{9x^2+4}\,dx$$

Indicar la opción correcta:

(A) La integral impropia converge a 0.

(B) La integral impropia converge a $\frac{\pi}{12}$.

(C) La integral impropia diverge a $+\infty$.

(D) La integral impropia converge a $\frac{\pi}{8}$.

(E) La integral impropia converge a $\frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 8.
El valor de $\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}^3(x)\cos^4(x)dx$ es:

(A) $\frac{2}{35}$. (B) $\frac{3}{35}$. (C) $\frac{2}{7}$.

(D) $\frac{-1}{35}$. (E) $\frac{1}{35}$.

Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

Segundo Parcial - 1º de diciembre de 2015 Duración: 3 horas y media

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Desarrollo (Total: 28 puntos) Justificar las respuestas.

PARA USO DOCENTE

1	2	TOTAL

Ejercicio 1.
(14 puntos) Sea $f : [a, b] \to R$ una función continua.

1. Demostrar que existe $c \in [a, b]$ tal que $(b - a)f(c) = \int_a^b f(x)\,dx$.
2. ¿El c de la parte anterior siempre es único? Justificar su respuesta.
3. Si $f : [a, b] \to R$ no es continua, ¿vale la conclusión de la primera parte? Justificar su respuesta.

Ejercicio 2.
(14 puntos)

1. Definir convergencia absoluta de una serie.
2. Demostrar que una serie absolutamente convergente es convergente.
3. Sea $(a_n)_{n\geq 0}$ una sucesión positiva tal que $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge y $(b_n)_{n\geq 0}$ una sucesión acotada. Demostrar que $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge.