Universidad de la República **Cálculo 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Primer Semestre 2015**

Segundo parcial – 4 de julio de 2015 Duración: 4 horas

Nro de Parcial	Cédula	Apellido y nombre

(I) Múltiple opción. Total: 30 puntos

Puntajes: 5 puntos si la respuesta es correcta, -1 punto si la respuesta es incorrecta, 0 punto por no contestar.

Indique sus respuestas en los casilleros correspondientes:

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6

Ejercicio 1.

Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ con $g(x) = \int_0^x log(sen^2(t) + 2)dt$.

Se consideran las siguientes afirmaciones:

(1) g es invertible en $\mathbb{R}$.
(2) $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{log(2)}$.
(3) g es derivable en $\mathbb{R}$.

Indicar la opción correcta:

(A) Solo las afirmaciones 1. y 2. son verdaderas.
(B) Solo la afirmación 3. es verdadera.
(C) Solo la afirmación 1. es verdadera.
(D) Solo las afirmaciones 2. y 3. son verdaderas.
(E) Las tres afirmaciones son verdaderas.

Ejercicio 2.

El valor de la integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^3 dx$ es:

(A) $-\frac{1}{4}$
(B) $\frac{2}{3}$
(C) $\frac{\pi^4}{64}$
(D) $\frac{\pi}{6}$
(E) $\frac{1}{4}$

Ejercicio 3.
Calcular:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x\cos x}{12x^2 + x^3}$$

(A) 0
(B) $+\infty$
(C) $\frac{2}{3}$
(D) 1
(E) $\frac{1}{6}$

Ejercicio 4.
Calcular:

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{i=0}^{n-1} \left(-1 + \frac{2i}{n}\right)^3 \frac{2}{n}$$

(A) 0
(B) $+\infty$
(C) $\frac{1}{6}$
(D) $\frac{2}{3}$
(E) $\frac{1}{4}$

Ejercicio 5.
El área encerrada entre la recta $y = 1$ y el gráfico de la función $y = x^2$ en el intervalo $[0, 1]$ vale:

(A) 1/3
(B) $-1/3$
(C) $-2/3$
(D) 1
(E) 2/3

Ejercicio 6.
Calcular:

$$\int_2^{+\infty} \frac{2x+1}{(x^2+x)^2 - 4} dx$$

(A) $\frac{1}{32}$
(B) $+\infty$
(C) $-\infty$
(D) $-\frac{1}{4}\log(\frac{1}{2})$
(E) $\frac{1}{4}Arctg(\frac{1}{2})$

Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

Primer Parcial - 4 de mayo de 2015 Duración: 4 horas

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

(II) Desarrollo. Total: 30 puntos

Problema 1 (10 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función acotada, $[a, b] \subset \mathbb{R}$ y P una partición de $[a, b]$.

(1) Definir $s(f, P)$ y $S(f, P)$ la suma inferior y superior de f respecto a P.
(2) Definir $\int_a^b f$.
(3) Definir $\int_a^{+\infty} f$.
(4) Clasificar y calcular en caso de convergencia:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx.$$

Problema 2 (5 puntos)

(1) Sea $F : (-1/2, +\infty) \to \mathbb{R}$ /

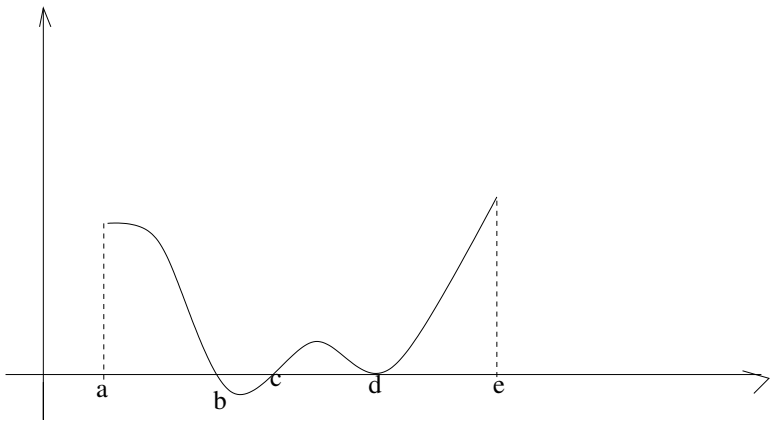
$$F(x) = \int_0^{2x} \frac{\log(t+1)}{t+1} dt$$

Calcular el desarrollo de Taylor de orden 2 de F en 0.
(2) Calcular

$$\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{x^2 - x^4}.$$

Problema 3 (5 puntos)

Se considera la función $f : [a, e] \to \mathbb{R}$ cuyo gráfico está bosquejado en la figura.



Bosquejar el gráfico de la funcion $F : [a, e] \to \mathbb{R}$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$.

Problema 4 (10 puntos)

Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continua y derivable en (a, b), y $P = \{x_0, \ldots, x_n\}$ una partición de $[a, b]$.

(1) Enunciar el teorema del valor medio de Lagrange.

(2) Demostrar que la poligonal determinada por los puntos $(x_i, f(x_i)), i = 0, \ldots, n$ tiene longitud $L_P = \sum_{i=0}^{n-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (f(x_{i+1}) - f(x_i))^2}$.

(3) Demostrar que existen puntos $z_i \in (x_i, x_{i+1}), i = 0, \ldots, n-1$ tales que

$$L_P = \sum_{i=0}^{n-1} \sqrt{1 + (f'(z_i))^2}(x_{i+1} - x_i).$$

(Sugerencia: sacar factor común $(x_{i+1} - x_i)^2$ en la fórmula obtenida para L_P en la parte (2) y utilizar la parte (1)).

(4) Demostrar que cuando $||P|| \to 0$, $L_P \to \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2}dx$.

(5) Calcular la longitud de la circunferencia de centro 0 y radio r. (Recordar que $(arcsen(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$).