Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

EXAMEN - 17 DE DICIEMBRE DE 2013

N° de examen	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 50 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Correcta: 10 puntos Incorrecta: -2,5 punto No responde: 0 punto

Ejercicio 1.
Se considera el conjunto $A \subset \mathbb{C}$:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : z\bar{z} = 2Re\{z\}\}$$

Entonces, en el plano complejo, el conjunto A es:

(A) Una parábola que corta el eje x en los puntos $(0,0)$ y $(0,2)$.

(B) Una circunferencia de centro $(1,0)$ y radio 1.

(C) Una recta que pasa por los puntos $(0,0)$ y $(1,1)$.

(D) Una circunferencia de centro $(0,1)$ y radio 1.

(E) Una parábola que corta el eje y solo en el punto $(0,0)$.

Ejercicio 2.
Sea $I = \displaystyle\int_1^{e^a} \frac{\ln^2(x)}{x^2} dx$, con $a \in \mathbb{R}$.

(A) Si $a = 2$, entonces el valor de I necesariamente es $-10e^{-2} + 2$.

(B) Si $a = 3$, entonces el valor de I necesariamente es $-10e^{-3} + 2$.

(C) El valor de I no depende del valor de a.

(D) Existen valores de a para los cuales $I < 0$.

(E) Ninguna de las anteriores.

Ejercicio 3.
Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x(e^x+1)-2(e^x-1)}{x^3}$$

(A) 1 (B) $\frac{1}{6}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $+\infty$ (E) $\frac{1}{3}$

Ejercicio 4.
Se consideran las siguientes integrales impropias:

(I) $\displaystyle\int_1^\infty \left(\frac{3x+2}{12x+1}\right)^x dx$

(II) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{3x+2}{12x+1} dx$

Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

(A) Ambas integrales convergen a valores distintos.

(B) Ambas integrales divergen.

(C) La integral (I) converge y la integral (II) diverge.

(D) La integral (I) diverge y la integral (II) converge.

(E) Ambas integrales convergen al mismo valor.

Ejercicio 5.
Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases} e^{\operatorname{sen}(\alpha x)} & \text{si } x\le 0 \\ \ln(\beta(x+\gamma)) & \text{si } x>0. \end{cases}$

Solo una de las siguientes ternas (α,β,γ) hace que $f(x)$ sea derivable en 0. Decidir cuál:

(A) $\alpha=1$, $\beta=e$ y $\gamma=\frac{1}{2}$

(B) $\alpha=1$, $\beta=2e$ y $\gamma=1$

(C) $\alpha=2$, $\beta=e$ y $\gamma=2$

(D) $\alpha=2$, $\beta=e$ y $\gamma=1$

(E) $\alpha=2$, $\beta=2e$ y $\gamma=\frac{1}{2}$