Universidad de la República **Cálculo 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Primer semestre 2014**

PRIMER PARCIAL - 14 DE MAYO DE 2014

N^o de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 40 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 4 puntos Respuesta incorrecta: $-0,8$ puntos No responde: 0 punto

Ejercicio 1.
Sea w un número complejo distinto de 0. Entonces, los números complejos z que verifican que z^3 es una raíz cuadrada de w:

(A) forman un triángulo.

(B) forman un hexágono regular.

(C) forman un hexágono irregular.

(D) tienen el mismo módulo y es $\sqrt{|w|}$.

(E) forman un hexágono regular o irregular según el valor de w.

Ejercicio 2.
Sea n un número natural cualquiera. Se consideran las siguientes afirmaciones:

$$\text{(I)} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2^i} = 1 - \frac{1}{2^n} \qquad \text{(II)} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{i}} > \sqrt{n}$$

Entonces:

(A) (I) y (II) son verdaderas $\forall n \geq 1$.

(B) (I) es verdadera $\forall n \geq 1$ y (II) es verdadera solamente $\forall n \geq 2$.

(C) (I) y (II) son falsas $\forall n \geq 2$.

(D) (I) es verdadera $\forall n \geq 2$ y (II) es falsa $\forall n \geq 8$.

(E) (I) es falsa $\forall n \geq 5$ y (II) es verdadera solamente $\forall n \geq 8$.

Ejercicio 3.
Sea $A = A_1 \cup A_2$, donde:

$$A_1 = \left\{ \frac{1}{2n-1} - 1 : n \geq 1 \right\}, A_2 = \left\{ \frac{1}{2n} + 1 : n \geq 1 \right\}$$

Entonces:

(A) $\sup(A) = 2$ e $\text{ínf}(A) = -1$.

(B) $\text{máx}(A) = \frac{3}{2}$ y $\text{mín}(A) = -1$.

(C) $\sup(A) = \frac{3}{2}$ e $\text{ínf}(A) = -1$ pero A no tiene máximo ni mínimo.

(D) $\sup(A) = \frac{3}{2}$ e $\text{ínf}(A) = -1$; A tiene máximo pero no tiene mínimo.

(E) $\sup(A) = \frac{3}{2}$ e $\text{ínf}(A) = -1$; A tiene mínimo pero no tiene máximo.

Ejercicio 4.
Sea $\cosh : (0, +\infty) \to (1, +\infty)$ definido como $\cosh(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$. La derivada de $\cosh^{-1}(x)$ es:

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (B) $\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (C) $\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

(D) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ (E) $\dfrac{1}{1-x^2}$

Sug: $\cosh^2(x) - \text{senh}^2(x) = 1$.

Ejercicio 5.
Sea f una función derivable en 0 con $f'(0) \neq 0$ y $g(x) = f(|x|)$. Entonces:

(A) $g(x)$ es derivable en 0 y $g'(0) = f'(0)$.

(B) $g(x)$ es derivable en 0 y $g'(0) \neq f'(0)$.

(C) $g(x)$ no es derivable en 0 y los límites laterales de los cocientes incrementales en 0 son finitos.

(D) $g(x)$ no es derivable en 0 y los límites laterales de los cocientes incrementales en 0 son infinitos.

(E) $g(x)$ no es derivable en 0 y no existen los límites laterales de los cocientes incrementales en 0.

Ejercicio 6.
Para toda pareja de funciones $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, se consideran las siguientes afirmaciones:

(I) Si f es discontinua en c y g es continua en c, entonces $f + g$ es discontinua en c.

(II) Si f es discontinua en c y g es continua en c, entonces $f \cdot g$ es discontinua en c.

(III) Si f es discontinua en c y g es discontinua en $f(c)$, entonces $g \circ f$ es discontinua en c

Indicar la opción correcta:

(A) Solo las afirmaciones (I) y (III) son verdaderas.

(B) Ninguna de las afirmaciones es verdadera.

(C) Solo la afirmación (I) es verdadera.

(D) Solo las afirmaciones (I) y (II) son verdaderas.

(E) Solo las afirmaciones (II) y (III) son verdaderas.

Ejercicio 7.
Sean las siguientes funciones definidas en $[0, 1)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1/x & x \in (0,1) \\ 0 & x = 0 \end{cases},$$

$$g(x) = 1 - \sqrt{x},$$

$$h(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen}(1/x) & x \in (0,1) \\ 0 & x = 0 \end{cases}.$$

Entonces:

(A) las tres son uniformemente continuas.

(B) f y h son uniformemente continuas y g no es uniformemente continua.

(C) g y h son uniformemente continuas y f no es uniformemente continua.

(D) ninguna es uniformemente continua.

(E) solo g es uniformemente continua.

Ejercicio 8.
El límite cuando $x \to 0$ de

$$\frac{\operatorname{sen} x - x}{\log(1 + x) - 1 - 2x + e^x} \text{ es:}$$

(A) 0 (B) $-1/3$ (C) $1/6$ (D) $2/3$ (E) 3

Ejercicio 9.

La sucesión (a_n) definida por $a_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^{3n}$ para todo $n \geq 1$, verifica que:

(A) es creciente, es acotada y no tiene límite.

(B) es decreciente, $\inf\{a_n : n \geq 1\} = -\frac{2}{3}$ y no tiene límite.

(C) es acotada, $\inf\{a_n : n \geq 1\} = -\frac{8}{27}$ y tiene límite.

(D) no es creciente ni decreciente, no es acotada y tiene límite.

(E) no es creciente ni decreciente, no es acotada y no tiene límite.

Ejercicio 10.
Dadas las siguientes series:

$$\text{(I)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \quad \text{(II)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \quad \text{(III)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Indicar la afirmación correcta:

(A) Ninguna de las otras opciones es correcta.

(B) Ninguna de las series es convergente.

(C) Solo la serie (I) es convergente pero no es absolutamente convergente.

(D) Las series (I) y (III) son convergentes.

(E) No se puede decidir en (I) porque los sumandos cambian de signo.