Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

Primer parcial - 4 de octubre de 2014 Duración: 3 horas

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 30 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 6 puntos **Respuesta incorrecta: -1,5 puntos** **No responde: 0 punto**

Respuestas de múltiple opción

1	2	3	4	5

Ejercicio 1.
Sea $A = A_1 \cup A_2$, donde, $A_1 = [0,1] \backslash \mathbb{Q}$ y $A_2 = \left\{x \in \mathbb{R} : x = \cos(n\frac{\pi}{2}), n \in \mathbb{N}, n \geq 0\right\}$. Entonces,

(A) $\sup(A) = 1$ e $\text{ínf}(A) = -1$; A tiene mínimo pero no tiene máximo.

(B) $\sup(A) = 1$ e $\text{ínf}(A) = -1$; A tiene máximo pero no tiene mínimo.

(C) $\sup(A) = 1$ e $\text{ínf}(A) = -1$ pero A no tiene máximo ni mínimo.

(D) $\sup(A) = 2$ e $\text{ínf}(A) = -1$.

(E) $\text{máx}(A) = 1$ y $\text{mín}(A) = -1$.

Ejercicio 2.
Dadas las series:

$$\text{(I)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \qquad \text{(II)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} \qquad \text{(III)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$$

Indicar la afirmación correcta.

(A) Solo (III) es convergente pero no es absolutamente convergente.

(B) Solo (I) es convergente.

(C) Las tres series son convergentes.

(D) Solo (I) y (III) son convergentes.

(E) No se puede clacificar (III) porque los sumandos cambian de signo.

Ejercicio 3.
Sean $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ y $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tales que

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 4n + a_{n-1}, \quad \forall\, n \geq 2 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad b_n = \frac{a_n}{2n^2}$$

Se consideran las siguientes afirmaciones:

(I) $|a_n - 2n^2| < 2n, \forall n \in \mathbb{N}$. (II) $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge a 1. (III) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

Entonces,

(A) solo (I) es verdadera.

(B) solo (I) y (II) son verdaderas.

(C) solo (III) es verdadera.

(D) ninguna es verdadera.

(E) las tres son verdaderas.

Ejercicio 4.
Para a y $b \in \mathbb{R}$ se define $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} 2\cos(x), & \text{si } x \leq \pi \\ ax^2 + b, & \text{si } x > \pi \end{cases}$$

Entonces f es continua en π si y solo si

(A) $a = -\frac{2+b}{\pi^2}$.

(B) a y $b \in \mathbb{R}$ cualesquiera.

(C) $b = 2$.

(D) $b = a$.

(E) $a = \frac{2\pi+b}{\pi^2}$.

Ejercicio 5.
Las raíces cúbicas de la unidad distintas a 1 verifican:

(A) $x^2 - 2x + 1 = 0$.

(B) $x^2 + x + 1 = 0$.

(C) $(x-i)(x+i) = 0$.

(D) $x^2 + x - 1 = 0$.

(E) $x^2 + i = 0$.

Sugerencia: puede ser de utilidad la siguiente tabla

x	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
$\cos x$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$
$\operatorname{sen} x$	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$