Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

PRIMER PARCIAL - 3 DE OCTUBRE DE 2015 DURACIÓN: 3 HORAS Y MEDIA

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Total: 40 puntos

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 4 puntos **Respuesta incorrecta: -1 punto** **No responde: 0 punto**

Respuestas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Ejercicio 1.
Se considera la sucesión definida por recurencia que cumple $a_0 = 1$ y $a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}$ para todo $n \geq 0$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

(A) (a_n) no es creciente ni decreciente y tiene límite $\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$.

(B) (a_n) no es creciente ni decreciente y tiene límite $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

(C) (a_n) es creciente y tiene límite $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

(D) (a_n) es decreciente y tiene límite $\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$.

(E) (a_n) diverge a $+\infty$.

Ejercicio 2.
¿Cuál de los siguientes números complejos es una raíz cuarta de $-2+2i$?

(A) $\sqrt[4]{8}e^{i\frac{3\pi}{16}}$ (B) $\sqrt[8]{8}e^{i\frac{11\pi}{16}}$ (C) $\sqrt[8]{8}e^{i\frac{\pi}{16}}$

(D) $\sqrt{8}e^{i\frac{9\pi}{4}}$ (E) $\sqrt{8}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

Ejercicio 3.
Se considera el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - p_4(x)}{x.sen(x^2)},$$

donde f es derivable 4 veces en 0 y p_4 es su polinomio de Taylor de grado 4 en dicho punto. El límite vale:

(A) 1 (B) 0 (C) $\frac{1}{6}$

(D) No se puede determinar. (E) $+\infty$

Ejercicio 4.
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta (para todo valor posible de $\alpha \in R$)?

(A) Si α es irracional entonces $\alpha + \sqrt{2}$ es irracional.

(B) Si α es irracional entonces α^2 es racional.

(C) Si α es irracional entonces $\alpha + 2$ es irracional.

(D) Si α es irracional entonces $\sqrt{2}\alpha$ es racional.

(E) Si α es irracional entonces α^2 es irracional.

Ejercicio 5.
Se quiere construir un barril cilíndrico con 1 metro cúbico de volumen. Recordando que un cilindro de h metros de altura y base de r metros de radio tiene volumen $\pi r^2 h$ metros cúbicos y superficie $2\pi r^2 + 2\pi rh$ metros cuadrados, ¿Cuáles deben ser las dimensiones en metros para que se utilice la menor cantidad de material posible?

(A) $r = \sqrt[3]{2\pi};\ h = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$. (B) $r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}};\ h = \sqrt[3]{4\pi^2}$. (C) Ninguna de las otras opciones es correcta.

(D) $r = \sqrt{\frac{1}{2\pi}};\ h = 2$. (E) $r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}};\ h = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$.

Ejercicio 6.
Suponiendo que la afirmación $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = 5$ es falsa, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir?

(A) Existe $\varepsilon > 0$ tal que para todo natural n_0 se cumple $|x_n - 5| > \varepsilon$ para algún $n \geq n_0$.

(B) Existe $\varepsilon > 0$ y un natural n_0 tal que $|x_n - 5| > \varepsilon$ para todo $n \geq n_0$.

(C) Existe $\varepsilon > 0$ tal que para todo natural n_0 se cumple $|x_n - 5| > \varepsilon$ para todo $n \geq n_0$.

(D) Ninguna de las otras opciones es correcta.

(E) Para todo $\varepsilon > 0$ existe un natural n_0 tal que $|x_n - 5| > \varepsilon$ para todo $n \geq n_0$.

Ejercicio 7.
Consideremos una función $f : [0, 10] \to R$ derivable 3 veces en todo el intervalo. Sabiendo que $f(0) = f'(0) = 0$, $f''(0) = 10$ y $f(10) = 100$ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones se deduce del Teorema del resto de Lagrange?

(A) Existe $c \in (0, 10)$ tal que $f'''(c) = 0$.

(B) Existe $c \in (0, 10)$ tal que $f'''(c) = -2400$.

(C) Existe $c \in (0, 10)$ tal que $f'''(c)$ es mayor que 10.

(D) Existe $c \in (0, 10)$ tal que $f'''(c)$ es menor que -10.

(E) Existe $c \in (0, 10)$ tal que $f'''(c) = -2{,}4$.

Ejercicio 8.
Se considera la función $f : R \to R$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) & \text{si } x \leq \pi \\ cx^2 + d & \text{si } x > \pi. \end{cases}$$

Entonces, f es derivable en todo R si:

(A) $c = -\frac{1}{\pi}$ y $d = \pi$. (B) $c = -1$ y $d = \pi^2$. (C) $c = -1$ y $d = \pi$.

(D) $c = 1$ y $d = \frac{\pi}{4}$. (E) $c = -\frac{1}{2\pi}$ y $d = \frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 9.
Se considera la función $h : R \to R$ dada por

$$h(x) = e^{2x} + x^3$$

Entonces el valor de $(h^{-1})'(1)$ es:

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2e^2} + \frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2e^2+3}$

(D) $\frac{1}{e^2+1}$ (E) 1

Ejercicio 10.
Sea $g : [0, 2] \to R$ una función con derivada continua, tal que $g(0) = 1$, $g(2) = 7$ y $g'(1) = 1$. Determine cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente cierta:

(A) g alcanza su mínimo en $x = 1$.

(B) $g'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

(C) Existe $x \in (0, 2)$ tal que $g'(x) = 2$.

(D) g alcanza su máximo en $x = 2$.

(E) Existe $x \in [0, 2]$ tal que $g(x) = 0$.