Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

EXAMEN - 23 DE FEBRERO DE 2015 DURACIÓN: 3 HORAS

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 60 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 10 puntos **Respuesta incorrecta: -2 puntos** **No responde: 0 punto**

Respuestas de múltiple opción

1	2	3	4	5	6

Ejercicio 1.
Se considera el polinomio complejo $P(z)$:

$$P(z) = z^3 - 2z^2 + \frac{3}{2}z - \frac{1}{2}$$

y las siguientes afirmaciones:

(I) Existen 2 raíces tales que su suma es igual a la raíz restante.

(II) La distancia entre 2 raíces distintas es siempre constante.

(III) El producto de todas sus raíces es igual al inverso de la suma de todas sus raíces.

Entonces:

(A) Solo las afirmaciones (I) y (III) son correctas.

(B) Todas las afirmaciones son correctas.

(C) Solo las afirmaciones (II) y (III) son correctas.

(D) Ninguna afirmación es correcta.

(E) Solo la afirmación (I) es correcta.

Ejercicio 2.
La integral definida $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sen^2(x).cos(x)}{(sen^2(x)+1)} dx$ es:

(A) 0. (B) $1 - \frac{\pi}{4}$. (C) π. (D) $-\frac{\pi}{2}$. (E) $\frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 3.

Sea $f(x) = \begin{cases} 2x+2 & si \quad x \leq a \\ 2x^2 & si \quad x > a \end{cases}$

Entonces:

(A) Si $a = \frac{1}{2}$ f es continua y derivable en $\mathbb{R}$.

(B) Si $a = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ o $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ f es continua en $\mathbb{R}$ y es derivable solo en $\mathbb{R} - \{a\}$.

(C) Si $a = \frac{1}{2}$ f es derivable pero no continua en $\mathbb{R}$.

(D) Si $a = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ o $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ f es continua en $\mathbb{R}$ pero no es derivable para ningún $x \in \mathbb{R}$.

(E) Si $a = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ o $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ f es continua y derivable en $\mathbb{R}$.

Ejercicio 4.
Sean $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ las sucesiones definidas por recurrencia

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n b_n} \qquad b_{n+1} = \frac{b_0}{a_0}\sqrt{a_n b_n}$$

con $a_0 > b_0 > 0$ fijos.
Se consideran las siguientes afirmaciones.

(I) Ambas sucesiones son decrecientes.

(II) Ambas sucesiones son acotadas inferiormente.

(III) Ambas sucesiones convergen a 0.

Entonces:

(A) Solo las afirmaciones (I) y (III) son correctas.

(B) Todas las afirmaciones son correctas.

(C) Solo las afirmaciones (I) y (II) son correctas.

(D) Ninguna afirmación es correcta.

(E) Solo la afirmación (I) es correcta.

Ejercicio 5.

Si f continua verifica que $\displaystyle\int_0^{2x-1} f(t)dt = e^{x^2} - x + 2$, entonces $f(1)$ es:

(A) $\frac{2e-1}{2}$.

(B) $e + 1$.

(C) Los datos no son suficientes para determinar $f(1)$.

(D) 2.

(E) $2e - 1$.

Ejercicio 6.

Si f continua es tal que $\displaystyle\int_{-2}^{1} f = 3$, entonces se cumple necesariamente que:

(A) $f(\alpha) = 1\ \forall \alpha \in [-2, 1]$.

(B) $f(\alpha) < 2 \ \forall \alpha \in [-2, 1]$.

(C) $\exists \alpha \in [-2, 1]$ tal que $f(\alpha) = -3$

(D) $\exists \alpha \in [-2, 1]$ tal que $f(\alpha) = 1$.

(E) $f(\alpha) > \frac{1}{2} \ \forall \alpha \in [-2, 1]$.

EXAMEN- 23 DE FEBRERO DE 2015 DURACIÓN: 3 HORAS

N° de lista	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Desarrollo (Total: 40 puntos) Justificar las respuestas.

PARA USO DOCENTE

1	2	TOTAL

Ejercicio 1.
(20 puntos)

1. Enunciar la *fórmula de integración por sustitución* o cambio de variable para integrales.
2. Hallar una primitiva de $\frac{\log \operatorname{sen} x}{\tan x}$ y verificar.
3. Clasificar $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\log \operatorname{sen} x}{\tan x} dx$.

Ejercicio 2.
(20 puntos)

1. Definir serie convergente y serie absolutamente convergente.
2. Demostrar que toda serie absolutamente convergente es convergente.
3. Dada la serie $\sum(-1)^n/n^\alpha$, determinar si es convergente y si es absolutamente convergente, para los valores $\alpha = -1, 3/4, 5/2$. Justifique sus respuestas.