Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

SEGUNDO PARCIAL - 9 DE JULIO DE 2014 DURACIÓN: 3 HORAS

N° de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 30 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 6 puntos **Respuesta incorrecta: -1,5 puntos** **No responde: 0 punto**

Sugerencia: puede ser de utilidad la siguiente tabla

x	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
$\cos x$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$
$\operatorname{sen} x$	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$

Ejercicio 1.
Sea f continua en $\mathbb{R}$ tal que $1 < f(x) < 2\ \forall x \geq 5$. Considere las siguientes integrales:

$$\int_5^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2+5}dx \text{ y } \int_5^{+\infty} \frac{f(x)}{x+5}dx.$$

(A) Ambas convergen.

(B) Ambas divergen.

(C) La primera converge y la segunda diverge.

(D) La primera diverge y la segunda converge.

(E) No hay información suficiente para elegir una opción correcta.

Ejercicio 2.
Sea α un número real. Calcular el valor del límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\log(1+x^2) - \operatorname{sen}(x) + x + \frac{x^5}{5!}}{x^\alpha}$$

(A) $-\frac{1}{2}$, si $\alpha = 5$

(B) 0, si $\alpha > 5$

(C) $\frac{7}{6}$, si $\alpha = 3$

(D) $-\frac{1}{3}$, si $\alpha = 3$

(E) no existe el límite si $\alpha \geq 3$

Ejercicio 3.
Se considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^{3x}}{1+e^{2x}}$. El área comprendida entre el eje Ox y la curva $y = f(x)$, con $x \in [0, \log(\sqrt{3})]$, es:

(A) $\sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{12}$ (B) $\log\left(\sqrt{3}\right) + \frac{\pi}{4}$ (C) $1 - \log\left(\sqrt{3}\right) + \frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{3}$ (E) $\frac{1}{\log\left(\sqrt{3}\right)} + \frac{\pi}{6}$

Ejercicio 4.
Calcular la integral definida

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{1} \frac{x^4+3x^2+x+1}{x^3+x}\,\mathrm{d}x$$

(A) $\frac{1}{3} + \frac{\pi}{3} + \log\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$

(B) $\frac{1}{3} + \frac{\pi}{12} + \log\left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)$

(C) $\frac{1}{3} + \frac{\pi}{12} + \log\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$

(D) $\frac{1}{3} + \frac{\pi}{12} + \log\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$

(E) $\frac{1}{3} - \frac{\pi}{2} + \log\left(\frac{12}{\sqrt{2}}\right)$

Ejercicio 5.
El grado mínimo del polinomio de Taylor que aproxima $\operatorname{sen}(1/10)$ con error menor a 10^{-6} es (Sugerencia: $\operatorname{sen} x < x\ \forall\ x > 0$):

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

SEGUNDO PARCIAL - 9 DE JULIO DE 2014 DURACIÓN: 3 HORAS

N° de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Desarrollo (Total: 30 puntos) Justificar las respuestas.

Ejercicio 1.
(15 puntos)
Tenemos un cono de altura h y radio en la base r.

1. Sabemos (no se pide demostrar) que el área de revolución engendrada por el giro de la curva $y = f(x)$, $x \in [a, b]$, alrededor del eje Ox es:

$$A = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + (f'(x))^2}dx$$

   Calcular el área de la superficie del cono de revolución (sin base) de altura h y radio de la base igual a r.

2. Deducir la fórmula del volumen del cuerpo de revolución que resulta de girar la curva $y = f(x)$, $x \in [a, b]$, alrededor del eje Ox.

3. Calcular el volumen del cono de revolución de altura h y radio de la base igual a r.

4. Una marca famosa de helados está lanzando un nuevo cono helado. El cono debe llevar 50π cm^3 de helado (y no puede sobresalir del cono). El material que se usa para hacer el envoltorio es costoso, por tanto se quiere que el cono tenga la menor superficie posible. Calcular h y r del nuevo cono helado.

Ejercicio 2.
(15 puntos)

1. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función seccionalmente continua. Considerar la función:

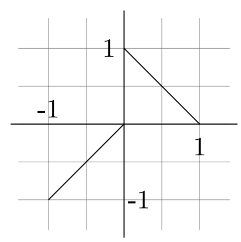
$$F(x) = \int_a^x f(t)dt.$$

Asumiendo los teoremas del valor medio, demostrar:

a) F es una función continua.

b) Si f es continua en x_0 entonces F es derivable en x_0 y $F'(x_0) = f(x_0)$.

2. Sea $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ la función dada por la gráfica, donde $f(0) = 1$:



Hallar la fórmula de $F(x) = \int_{-1}^{x} f(t)dt$ para cada $x \in [-1, 1]$.