

## Introducción a la Física Moderna - Edición 2024

## Práctico 6: Postulado de de Broglie y principio de incertidumbre

---

**Ejercicio 1.** Calcule la longitud de onda de de Broglie para:

- (a) Una pelota de tenis de masa 57 g moviéndose a 25 m/s.
- (b) Un electrón en un televisor de tubo de rayos catódicos, el cual es acelerado por una diferencia de potencial de 10 kV.
- (c) Una partícula  $\alpha$  (núcleo de He) en un experimento de Rutherford, con una energía típica de 6 MeV.

¿Es plausible observar el comportamiento ondulatorio en alguno de los casos anteriores? Justifique.

**Ejercicio 2.**

- (a) Obtenga expresiones para la longitud de onda de de Broglie de una partícula de masa  $m$  y energía cinética  $K$ , tanto en el caso clásico como en el relativista.
- (b) Indique si la aproximación clásica sobreestima o subestima dicha longitud de onda.
- (c) ¿Cuál es la máxima energía cinética que puede tener una partícula de modo que, al emplear la aproximación clásica, el error relativo en la longitud de onda de de Broglie no supera el 1%? Exprese el resultado como una fracción de la energía en reposo de la partícula.

**Ejercicio 3.**

- (a) Calcule la longitud de onda de de Broglie debido al movimiento térmico para átomos de rubidio (Rb, masa atómica 85) a temperatura ambiente ( $T = 300$  K). Suponga que los átomos se mueven con la velocidad cuadrática media  $v = \sqrt{3kT/m}$ .
- (b) En una trampa magnética se pueden capturar  $1 \times 10^3$  átomos de Rb en un volumen de  $1 \times 10^{-3}$  mm<sup>3</sup>. Estime la distancia entre átomos y calcule a qué temperatura la longitud de onda de de Broglie es de magnitud semejante a la distancia interatómica. Cuando las ondas asociadas a los diferentes átomos se superponen se produce la condensación de Bose-Einstein, observada por primera vez en átomos de Rb en 1996.

**Ejercicio 4.** Calcule la velocidad que debe tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea igual a su longitud de onda Compton.

**Ejercicio 5.** Considere una implementación del experimento de Davisson y Germer que emplea un haz de electrones acelerados por una diferencia de potencial de 65 V. Se observa que el máximo de primer orden se ubica de forma tal que el ángulo entre la dirección del haz incidente y el haz dispersado es  $40^\circ$ . ¿Cuál es la separación entre los planos cristalinos involucrados?

**Ejercicio 6.** El espaciado principal entre planos de un cristal de cloruro de potasio es de 0,314 nm. Compare el ángulo de Bragg de primer orden para la difracción de electrones de 40 eV con el correspondiente ángulo cuando se utilizan fotones de la misma energía.

**Ejercicio 7.**

- (a) A partir de la relación energía - momento y de los postulados de de Broglie, muestre que la relación de dispersión de la onda asociada a una partícula que se mueve a velocidades relativistas adopta la forma:

$$w(k) = c\sqrt{k^2 + k_C^2},$$

donde  $k_C = 2\pi/\lambda_C$ , siendo  $\lambda_C$  la longitud de onda de Compton de la partícula.

- (b) Obtenga la velocidad de fase ( $v_f$ ) y muestre que es mayor a  $c$ .
- (c) Calcule la velocidad de grupo ( $v_g$ ) y verifique  $v_f v_g = c^2$ .
- (d) Muestre que la velocidad de grupo coincide con la velocidad de la partícula.

**Ejercicio 8.** Suponga que la velocidad de la pelota de tenis del Ejercicio 1 se midió con un radar que tiene una precisión del 1%. Estime la incertidumbre en su posición y comente sobre la relevancia de las limitaciones que impone el principio de incertidumbre en las mediciones cotidianas. El diámetro de la pelota es aproximadamente 6,5 cm.

**Ejercicio 9.** ¿Cuál es la energía cinética mínima de un electrón confinado a una región espacial de ancho  $5 \times 10^{-15}$  m? ¿Es razonable aplicar la aproximación clásica en este caso?. Justifique.

**Ejercicio 10.**

- (a) Demuestre la siguiente versión del principio de incertidumbre para una partícula libre:

$$|\Delta x \Delta \lambda| \geq \frac{\lambda^2}{4\pi},$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda asociada a la partícula.

- (b) Al medir la longitud de onda de un fotón se obtuvo como resultado 600 nm, con una precisión de una parte en un millón. ¿Cuál es la incertidumbre mínima en su posición?

**Ejercicio 11.** Una partícula de masa  $m$  tiene una incertidumbre en su posición igual a su longitud de onda de de Broglie.

- (a) ¿Cuál es el mínimo valor de la incertidumbre relativa en su velocidad,  $\Delta v/v$ ?
- (b) Repita el cálculo si la partícula se mueve a velocidades relativistas y compare los resultados.

**Ejercicio 12.** Un átomo puede radiar aleatoriamente en cualquier instante luego de ser excitado. En un caso típico la vida media del átomo excitado es  $10^{-8}$  s.

- (a) Estime la incertidumbre relativa en la frecuencia del fotón emitido si su longitud de onda es 422 nm. ¿Puede considerarse la radiación monocromática?
- (b) En la práctica se observa que el ancho de la línea espectral es mucho mayor. ¿Qué fenómenos pueden estar contribuyendo a esa diferencia?