Introducción a la Física Moderna - Edición 2024

Práctico 3: Dinámica relativista

Ejercicio 1. Una planta nuclear que opera con 10 toneladas de uranio enriquecido produce $1000\,\mathrm{MW}$ de potencia de forma continua. ¿Qué fracción de la masa de uranio se consume en un año si la planta tiene una eficiencia del $35\,\%$?

Ejercicio 2. Demuestre que los siguientes procesos son imposibles:

(a) La absorción completa de un fotón por parte de un electrón en reposo.

(b) La creación de un electrón y un positrón a partir de la desintegración de un único fotón.

(c) La creación de un fotón a partir de la aniquilación de un positrón y un electrón que se encontraba en reposo. ¿Es estrictamente necesario que el electrón se encuentre en reposo para que el proceso sea imposible?

Ejercicio 3. Dos partículas idénticas, cada una de ellas con masa en reposo m_0, se aproximan con velocidades opuestas de módulo u y sufren un choque perfectamente inelástico.

(a) Calcule la masa en reposo del cuerpo compuesto. ¿Se conserva la masa del sistema? Comente.

(b) ¿Cuál debe ser la energía cinética de las partículas incidentes si la masa de la partícula resultante es $5m_0$?

(c) Responda nuevamente la parte anterior desde el punto de vista de un observador que se encuentra en reposo respecto a uno de los cuerpos iniciales.

Ejercicio 4. Considere el decaimiento de un mesón K en dos piones: $K^0 \rightarrow \Pi^0 + \Pi^0$.

(a) Calcule la energía y el momento de los piones en el referencial en el que el mesón K está inicialmente en reposo. Exprese el resultado en términos de sus masas.

(b) Si el mesón se mueve a velocidad v en el referencial del laboratorio, obtenga nuevamente las energías y momentos de los piones en este referencial, suponiendo que estos fueron emitidos en la misma dirección del movimiento. Resuelva el problema por dos caminos y utilice que $(m_K c^2)$=498 MeV, $(m_\Pi c^2)$= 135 MeV y $v = 0{,}5c$.

Ejercicio 5. Una partícula de masa M se desintegra emitiendo dos partículas idénticas, cada una con masa $m = 0,4M$. En el referencial del centro de masas (CM) donde la partícula inicial se hallaba en reposo, las dos partículas son emitidas en sentidos opuestos a lo largo del eje Oy.

(a) Calcule las velocidades de ambas partículas vistas desde el CM.

(b) Si la partícula inicial se movía en el laboratorio con velocidad $v = 0,8c$ en la dirección del eje x, calcule:

(i) La energía de las partículas producidas, en el marco del laboratorio

(ii) El ángulo que forman sus trayectorias en el laboratorio.

Ejercicio 6. Cuando un protón energético colisiona con otro en reposo, una partícula X de energía en reposo $2\,\mathrm{GeV}$ puede ser creada a través de la reacción

$$p + p \to p + p + X.$$

Se define el umbral energético de una reacción como la mínima energía cinética del sistema inicial que permite que la reacción ocurra. Naturalmente, el umbral de energía para la reacción anterior debe ser como mínimo la energía de reposo de la partícula creada, $2\,\mathrm{GeV}$.

(a) Sin hacer cálculos, argumente por qué en este caso el umbral de energía debe ser estrictamente mayor a $2\,\mathrm{GeV}$.

(b) Explique por qué en el marco del CM el umbral de energía es, efectivamente, $2\,\mathrm{GeV}$.

(c) Obtenga el umbral de energía en el referencial del laboratorio.

(d) En los aceleradores típicamente se hacen incidir partículas con iguales energías. ¿Qué ventaja proporciona esto respecto a la incidencia sobre un objetivo en reposo?

Ejercicio 7. ¿Como se modifica la ecuación de movimiento de un oscilador armónico ($\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$) si se tienen en cuenta los efectos relativistas? Resuelva la nueva ecuación numéricamente para varias condiciones iniciales asumiendo que la masa parte del reposo, y verifique que esta nunca alcanza la velocidad de la luz.

Sug: utilice $m = k = c = 1$

Ejercicio 8. Una partícula de carga q y masa en reposo m_0 es acelerada desde el reposo por un campo eléctrico $\vec{E}$ uniforme.

(a) Si u es la velocidad en cualquier instante, muestre que su aceleración es:

$$a = \frac{qE}{m_0}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}$$

(b) Integrando esta ecuación, muestre que la velocidad y la posición en función del tiempo son:

$$u = \frac{qE}{m_0}\frac{t}{\sqrt{1 + (qE/m_0c)^2\, t^2}}$$

$$x = \frac{m_0c^2}{qE}\left[\sqrt{1 + (qE/m_0c)^2\, t^2} - 1\right]$$

y discuta el resultado.