Introducción a la Física Moderna - Edición 2024

Práctico 8: Física del estado sólido

Ejercicio 1. Considere el modelo de Kronig-Penney en el caso en que la distancia interatómica b tiende a cero y la altura del potencial V_0 tiende a infinito, pero de manera que el producto $V_0 b$ permanezca constante.

(a) Muestre que la ecuación que determina el número de onda adopta de forma

$$\cos(ka) = \cos(\alpha a) + P\frac{\sin(\alpha a)}{\alpha a},$$

donde a es el ancho del pozo asociado a cada átomo, $\alpha = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$, y P es una constante.

(b) Empleando cálculo numérico, halle las bandas de energía para los electrones en el caso $P = \frac{3\pi}{2}$.

Ejercicio 2. Al buscar soluciones en forma de ondas de Bloch para electrones en cierto potencial periódico, se obtiene que solamente existen soluciones físicamente admisibles de la ecuación de Schrödinger si se satisface la siguiente relación entre la energía E y k:

$$f(E) = \cos(kL),$$

donde L es la periodicidad de la red, y

$$f(E) = A\cos(\sqrt{BE}L),$$

siendo A y B números reales positivos, con $A \geq 1$.

(a) Halle el valor y la ubicación de los máximos de f y bosquéjela como función de la energía.

(b) Proporcione un argumento que justifique la existencia bandas de energía permitidas para el electrón. Indentifique las bandas y los gaps en el bosquejo realizado en la parte anterior.

(c) Para qué valores de k ocurren las discontinuidades? Bosqueje las bandas como función de $k \in R$ y en la zona reducida.

(d) Halle la energía del estado base y el ancho de la primera banda permitida.

(e) ¿Qué ocurre con el ancho de las bandas a medida que aumenta la energía? ¿Y con el ancho de los gaps? Compare con lo que ocurre en el modelo de Kronig-Penney.

(f) ¿Implica el comportamiento observado en la parte anterior que el material será un mal conductor/semiconductor? Justifique.

(g) A juzgar por los resultados de las partes anteriores, considera que este potencial es físicamente razonable? Explique.

Ejercicio 3. La masa efectiva de un electrón en un cristal es $m^* = 3m/2$, siendo m su masa cuando se encuentra libre. ¿Cuál es la forma más general que puede adoptar su energía como función de k en esa estructura?

Ejercicio 4. La relación de dispersión de un electrón en cierto material está dada por la expresión

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}\cos(k)$$

(a) Determine la velocidad de grupo y la masa efectiva del electrón en función de k.

(b) Si se aplica un campo eléctrico constante de la forma $\vec{\epsilon} = \epsilon_0\hat{i}$, halle la velocidad de grupo como función del tiempo y describa en detalle el movimiento del pico de la distribución de probabilidad del electrón. Asuma que el electrón no sufre scattering durante el proceso.

Ejercicio 5. La energía de Fermi de la plata a $0\,\mathrm{K}$ es $5{,}52\,\mathrm{eV}$. Sabiendo que su número de electrones de conducción es $5,86 \times 10^{28} m^{-3}$, y que su resistividad a temperatura ambiente es $1{,}62 \times 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}$:

(a) Calcule la velocidad de los electrones de conducción de la plata.

(b) Estime el tiempo medio entre colisiones.

(c) Determine el camino libre medio.

Ejercicio 6.

(a) Muestre que el número de electrones por unidad de volumen en la banda de conducción de un semiconductor intrínseco está dada por

$$n = N_C e^{\frac{-(E_C - E_F)}{k_B T}},$$

donde

$$N_C = 2\left(\frac{2\pi m_n^* k_B T}{h^2}\right)^{3/2},$$

siendo E_C es el mínimo de energía de la banda de conducción.

(b) Muestre que el número de huecos por unidad de volumen en la banda de valencia de un semiconductor intrínseco está dada por

$$p = N_V e^{\frac{-(E_F - E_V)}{k_B T}},$$

donde

$$N_V = 2\left(\frac{2\pi m_p^* k_B T}{h^2}\right)^{3/2},$$

siendo E_V es el máximo de energía de la banda de valencia.

Ejercicio 7.

(a) Muestre que en u semiconductor intrínseco la energía de Fermi se ubica aproximadamente en el centro del gap entre las bandas de valencia y de conducción.

(b) Muestre que el producto del número de huecos en la banda de valencia y el número de electrones en la banda de conducción depende solamente de la temperatura y del gap de energía entre ambas.

(c) Muestre que, midiendo la conductividad σ de un semiconductor intrínseco a dos temperaturas, es posible determinar el gap de energía E_g. Desprecie la dependencia de N_C, N_V, μ_n y μ_p con la temperatura ($\mu = e\tau/m^*$, siendo τ el tiempo medio entre colisiones).