Introducción a la Física Moderna - Edición 2024

Práctico 5: Interacción radiación - materia y modelos atómicos

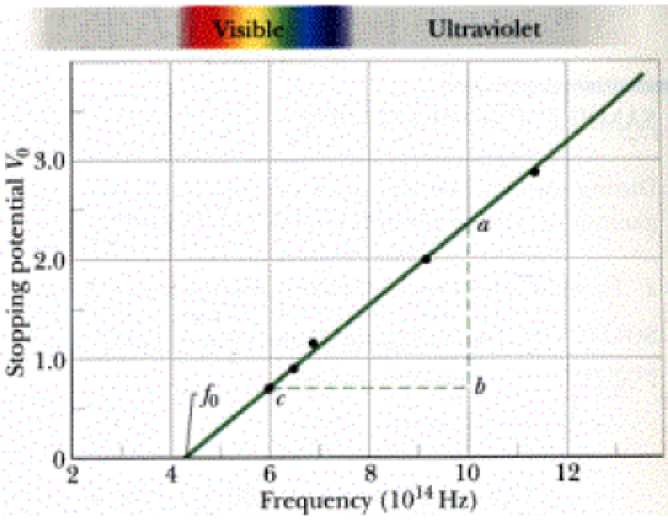
Ejercicio 1. Sobre un disco de cobre (ϕ_{Cu} =4,70 eV) aislado de 5 cm de radio se hace incidir perpendicularmente un haz de luz ultravioleta de longitud de onda λ=200 nm. La intensidad del haz es $50\,\mathrm{W/m^2}$ y se asume distribuida uniformemente en toda una cara del disco. Si la luz incide durante medio segundo, ¿qué carga aparecerá en el disco como consecuencia del efecto fotoeléctrico?

Ejercicio 2. En un experimento sobre el efecto fotoeléctrico producido en una placa de sodio se obtuvieron las datos experimentales que se muestran en el gráfico de la figura. A partir de esta información, estime:

(a) la longitud de onda umbral del sodio,

(b) su trabajo de extracción

(c) la constante de Planck.



Ejercicio 3. Se ilumina una superficie de potasio con luz ultravioleta de longitud de onda 250 nm. La función de trabajo del potasio vale 2,21 eV.

(a) Calcule la máxima energía cinética de los electrones emitidos y el voltaje de corte.

(b) Suponiendo que la luz ultravioleta tiene una intensidad $2\,\mathrm{W/m^2}$, calcule el número de electrones emitidos por segundo por unidad de superficie.

Ejercicio 4. Un haz de luz monocromático de longitud de onda $\lambda = 400\,\mathrm{nm}$ incide sobre la superficie de un metal, expulsando electrones. Suponiendo que la potencia del haz es $0{,}54\,\mathrm{W}$ y que los electrones emitidos son completamente frenados por una diferencia de potencial de $0{,}8\,\mathrm{V}$, calcule:

(a) el número total de fotones que incide por segundo sobre el metal,

(b) la función trabajo del metal,

(c) la longitud de onda umbral.

Ejercicio 5. Durante un experimento en un tubo de vacío en el que se observa la ocurrencia de efecto fotoeléctrico, el experimentador decide incrementar continuamente la intensidad de la luz y, a la par, disminuir la frecuencia, también de forma continua. Suponga que la diferencia de potencial aplicada es suficiente como para colectar todos los electrones emitidos. Describa cualitativamente qué observaría al monitorear el amperímetro que mide la fotocorriente.

Ejercicio 6. Un electrón alcanza una energía de $0{,}1\,\mathrm{Mev}$ cuando un haz de rayos X de $0{,}5\,\mathrm{MeV}$ incide sobre él.

(a) Calcule la longitud de onda del fotón dispersado, si el electrón estaba inicialmente en reposo.

(b) Halle el ángulo que forma la trayectoria del fotón dispersado con la dirección incidente.

Ejercicio 7.

(a) Argumente por qué un electrón emitido por efecto fotoeléctrico debía estar necesariamente ligado antes de absorber el fotón.

Sug: recuerde el Ej. 2 del repartido 3

(b) Explique, en cambio, por qué un electrón que produce un desplazamiento Compton en un fotón incidente debía encontrarse necesariamente libre antes de la interacción.

Ejercicio 8. Demuestre la siguiente relación entre los ángulos que forman las trayectorias del fotón dispersado y del electrón de retroceso, con respecto a la dirección del fotón incidente en el efecto Compton:

$$\cot(\theta/2) = \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}\right)\tan(\phi)$$

Ejercicio 9. Una limitación seria del modelo atómico de Rutherford es su incapacidad para explicar la estabilidad del átomo. Según la teoría electromagnética clásica, una partícula acelerada emite energía en forma de radiación a una tasa:

$$P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{3c^3}a^2,$$

donde a es la aceleración de la partícula. Esto implica que el electrón debería colapsar hacia el núcleo siguiendo una trayectoria en forma de espiral. Según este modelo, calcule el tiempo que el electrón demoraría en llegar al núcleo para un átomo de hidrógeno. Suponga que el electrón inicialmente se encuentra a una distancia $r_0 = 1\times 10^{-10}\,\mathrm{m}$ del núcleo y que el radio nuclear es del orden de $1\times 10^{-14}\,\mathrm{m}$.

Sugerencia: suponga que la órbita es circular en cada instante, calcule la energía de una órbita de radio r, obtenga dr/dt e integre).

Ejercicio 10.

(a) ¿Cuál es el radio de las órbitas de Bohr con $n = 1$ y $n = 2$ para el ión de C^{5+}?

(b) Calcule las energías de estos estados y la longitud de onda del fotón emitido durante la transición $2 \to 1$.

Ejercicio 11.

(a) Muestre que cuando la energía de retroceso del átomo es tomada en cuenta, la energía del fotón emitido en una transición entre dos niveles atómicos cuya separación es ΔE, está dada aproximadamente por la expresión:

$$E_F = \Delta E[1 - \Delta E/(2Mc^2)],$$

siendo M la masa del átomo.

(b) Obtenga la longitud de onda de la luz emitida en la transición $3 \to 1$ tanto teniendo en cuenta el retroceso del átomo como descartándolo. Comente el resultado.

Nota: asuma que para el átomo es válida la aproximación no relativista.

Ejercicio 12.

(a) Estime la energía del estado fundamental del helio, suponiendo que ambos electrones están en la primera órbita de Bohr y despreciando toda interacción entre ellos.

(b) La distancia máxima que puede separar a ambos electrones está dada por el diámetro de su órbita. Suponiendo que la repulsión coulombiana los mantiene lo más separados posible, calcule la energía de interacción entre los electrones y estime la energía de ionización del He. La energía de ionización medida experimentalmente es $24{,}6\,\mathrm{eV}$.

Ejercicio 13. Uno de los esfuerzos más notables en el afán de formalizar las ideas de Planck y los desarrollos subsecuentes lo constituyeron las *reglas de cuantización de Wilson y Sommerfeld*. De acuerdo a estas reglas, en los sistemas descritos por una coordenada periódica q cuyo momento asociado es p, la *variable de acción* $J = \oint p dq$ solo puede tomar valores que sean múltiplos enteros de la constante de Planck:

$$J = nh, \quad n \in N$$

(a) Muestre que esta regla, aplicada al movimiento circular de un electrón alrededor del núcleo, es equivalente a la regla de cuantización de Bohr (utilice que el momento asociado a la coordenada angular es el momento angular).

(b) La solución general de la ecuación de movimiento de un sistema masa-resorte puede escribirse como $x = A \sin(wt + \varphi)$, donde $w = \sqrt{k/m}$.

  (i) Halle el momento asociado.

  (ii) Calcule la variable de acción J y muestre que la amplitud de oscilación del sistema está cuantizada. ¿Cómo crece la amplitud con el número cuántico n?

  (iii) Muestre que la energía del sistema está cuantizada de acuerdo a la regla $E_n = nh\nu$, donde ν es la frecuencia de oscilación.

Nota 1: La integral en la definición J debe realizarse en un período de oscilación de la coordenada q.

Nota 2: La expresión correcta para las energías de un oscilador armónico es $E_n = (n + 1/2)h\nu$, por lo que la aplicación de esta regla solo predice correctamente el espaciamiento entre niveles energéticos.

Nota 3: Si bien la teoría de Wilson y Sommerfeld fue aplicada a numerosos sistemas con relativo éxito, al no ser deducida a partir de principios más elementales, fue considerada una especie de receta cuyos fundamentos no eras más claros que los de las teorías que le precedieron. Adicionalmente, su incapacidad para analizar sistemas con evoluciones no periódicas y las contradicciones a que dio lugar llevaron a que rápidamente fuera desplazada por la mecánica ondulatoria propuesta por de Broglie y Schrödinger.