

Introducción a la Física Moderna - Edición 2024

Práctico 2: Postulados de Einstein y cinemática relativista

Ejercicio 1. Analice la independencia lógica de los postulados de Einstein. En particular, explique por qué la invariancia de la velocidad de la luz podría considerarse una consecuencia del Principio de Relatividad. ¿Qué se estaría asumiendo tácitamente en ese caso?

Ejercicio 2. Una nave espacial retorna hacia la Tierra con velocidad $c/2$. Cuando se encuentra a distancia D medida desde la nave, alguien desde la Tierra emite un pulso de luz en dirección a la nave.

- (a) Desde la perspectiva de la nave, ¿cuánto demora en llegar el pulso?
- (b) Responda nuevamente la pregunta anterior si:
 - i) la velocidad de la nave es $0.99c$
 - ii) la nave se está alejando a velocidad $c/2$
 - iii) la nave y la Tierra se alejan con velocidades de valor $0.99c$ respecto a un observador exterior.

Argumente por qué los resultados anteriores son correctos a partir de los postulados de Einstein.

- (c) Suponga que la nave refleja el pulso instantáneamente. Bajo las condiciones de la parte (a), ¿cuánto demora el pulso en retornar a la Tierra, siempre desde la perspectiva de la nave?
- (d) ¿Cuánto tiempo, medido desde la Tierra, transcurre entre que el pulso es emitido y recibido?

Ejercicio 3. Dos turistas espaciales que ignoran los efectos relativistas no logran ponerse de acuerdo acerca de las dimensiones de una estación espacial que ambos vieron desde sus respectivas naves en movimiento. Uno de ellos afirma que su longitud era 80 m, mientras que el otro sostiene que medía 140 m. Al consultar a uno de los tripulantes de la estación, este realiza una medida y, para mayor confusión, les informa que la estación mide 120 m.

- (a) ¿Pueden las tres medidas ser correctas? Justifique.
- (b) Si las medidas de los turistas fueran correctas, ¿cuál sería la mínima longitud propia posible de la estación?
- (c) Si la medida del tripulante es correcta, indique cuál de los turistas está necesariamente equivocado, y a qué velocidad se movía el otro respecto a la estación si su medida es correcta.

Ejercicio 4. Sea $(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$ el cuadrado del intervalo espatiotemporal que separa dos eventos.

- Verifique que esta cantidad es un invariante Lorentz.
- Muestre que dos eventos X_1 y X_2 separados por un intervalo *tipo tiempo* ($\Delta s^2 > 0$) ocurren en el mismo punto en algún referencial.
- Muestre que dos eventos X_1 y X_2 separados por un intervalo *tipo espacio* ($\Delta s^2 < 0$) son simultáneos en algún referencial.
- Argumente por qué el orden temporal entre dos eventos es invariante si están separados por un intervalo tipo tiempo, mientras que depende del referencial si el intervalo que los separa es de tipo espacio.
- Proporcione interpretaciones físicas de la magnitud del intervalo en cada uno de los casos anteriores.

Nota: realice las partes (b), (c) y (d) tanto analíticamente como por medio de un diagrama de Minkowski

Ejercicio 5. Dos eventos están separados espacialmente 1 millón de kilómetros en el referencial S , ocurriendo uno de ellos 2 segundos después que el otro en ese referencial.

- Si los eventos ocurren simultáneamente en S' , ¿cuál es su separación espacial? Obtenga la respuesta por dos caminos.
- Halle su diferencia temporal en el referencial S'' en el que su separación espacial es el doble que en S .

Ejercicio 6. Considere los siguientes eventos $X = (ct, x)$ en el referencial S :

$$X_1 = (3, 4), X_2 = (1, 3), X_3 = (4, 6), X_4 = (6, 5), X_5 = (5, 2).$$

- Represéntelos en un diagrama de Minkowski y determine geoméricamente cuáles podrían estar conectados causalmente con X_1 . Verifique el resultado analíticamente.
- Para aquellos eventos con posible conexión causal con X_1 , bosqueje los ejes de los referenciales en los que los eventos ocurren en el mismo lugar que X_1 . ¿Cuáles son las velocidades de estos referenciales respecto a S ? ¿Cuánto tiempo antes o después que X_1 ocurrieron dichos eventos en esos referenciales?
- Para aquellos eventos desconectados causalmente de X_1 , bosqueje los ejes de los referenciales en los que ocurrieron simultáneamente. ¿Cuáles son sus velocidades respecto a S ? ¿A qué distancia de X_1 ocurren dichos eventos en esos referenciales?

Ejercicio 7.

- (a) Una varilla de longitud L está orientada formando un ángulo θ con el eje x de un sistema S en el que se encuentra en reposo. ¿Cuáles son su longitud L' y su orientación θ' para un observador fijo en un referencial S' que se mueve con velocidad horizontal v respecto de S ?
- (b) Una hormiga camina sobre la varilla con velocidad de módulo u constante. ¿A qué velocidad y con qué ángulo con respecto al eje x' se moverá en S' ? Es esperable que este ángulo coincida con el calculado en la parte anterior? Justifique. *Nota: puede ser conveniente resolver el problema también clásicamente.*

Ejercicio 8. Obtenga la ley relativista de adición de velocidades mostrando que la composición de dos transformaciones de Lorentz es una transformación de Lorentz.

Sugerencia: verifique primero que $\gamma(v_1 \oplus v_2) = \gamma(v_1)\gamma(v_2)(1 + v_1v_2/c^2)$, donde \oplus denota la suma relativista.

Ejercicio 9. Considere dos referenciales S_1 y S_2 que se mueven uno hacia el otro en la dirección del eje x con velocidad relativa v .

- (a) ¿A qué velocidad (con relación a S_1) debe moverse un tercer referencial S para que, en él, S_1 y S_2 se muevan con velocidades opuestas?
- (b) Tomando S como referencia, construya los diagramas de Minkowski de S_1 y S_2 y muestre que poseen la misma escala. Este tipo de diagrama espacio-tiempo se denomina *diagrama de Loedel*.
- (c) Derive la contracción de Lorentz y la dilatación temporal a partir de este diagrama.

Ejercicio 10. Dos naves espaciales de longitud propia 100 m viajan una en dirección a la otra con una velocidad de $0,85c$ respecto a la Tierra.

- (a) ¿Cuál es el largo de las naves espaciales para un observador terrestre?
- (b) ¿Cuál es la velocidad de una de las naves espaciales desde el punto de vista de un observador situado en la otra?
- (c) ¿Cuál es el largo de una de las naves espaciales desde el punto de vista de un observador situado en la otra?
- (d) El referencial de la Tierra, las proas de las naves se cruzan en $t = 0$. ¿En que instante se cruzarán las popas?
- (e) Realice un diagrama de Minkowski en el referencial de una de las naves espaciales, mostrando el pasaje de la otra.

Ejercicio 11. Dos cohetes A y B dejan una estación espacial con vectores de velocidad mutuamente perpendiculares en relación al referencial S de la estación, \vec{v}_A y \vec{v}_B .

- (a) Determine la velocidad de A en relación a B , $\vec{v}_{A/B}$.
- (b) Determine la velocidad de B en relación a A , $\vec{v}_{B/A}$.
- (c) Observe que \vec{v}_{AB} y \vec{v}_{BA} no son opuestas. ¿Cuál es la causa de esta diferencia?

Ejercicio 12. Una profesora de Física que se encuentra en la Tierra aplica un examen a sus estudiantes que están en una nave espacial que se desliza a velocidad $v = 0,6c$ con respecto a la Tierra. En el instante en que la nave pasa frente a la profesora, esta indica el inicio del examen. Se define que los alumnos cuenten con dos horas (tiempo de la nave espacial) para completar el examen.

- (a) ¿Cuánto tiempo (medido en la Tierra) debe esperar la profesora para mandar una señal luminosa indicándoles a los estudiantes que entreguen?
- (b) Represente la situación en un diagrama de Minkowski, indicando claramente el evento finalización del examen en ambos referenciales.
- (c) Los estudiantes envían las respuestas mediante una señal luminosa. Una vez recibida la señal, el tribunal tarda dos horas en corregir la prueba, y envía los resultados mediante otra señal luminosa. ¿Cuánto tiempo tuvieron que esperar los estudiantes para conocer los resultados?

Ejercicio 13. El hidrógeno es uno de los elementos más abundantes del universo. Por esta razón, su espectro de emisión suele emplearse para determinar la velocidad con la que los objetos astronómicos se alejan de la Tierra.

- (a) Un objeto que se aleja de la Tierra a velocidad v emite pulsos separados un tiempo τ , según el reloj propio del emisor. ¿Cuál es la separación temporal de los pulsos cuando se reciben en la Tierra? Represente la situación en un diagrama de Minkowski.
- (b) La línea más intensa del espectro de hidrógeno (656,3 nm, en el rojo) corresponde a la transición del electrón desde el primer estado excitado al estado fundamental. Con un telescopio se ha medido que la línea más intensa emitida por un cuásar tiene una longitud de onda de 725,5 nm. ¿A qué velocidad se aleja el cuásar de la Tierra?

Nota: Un cuásar (quasi-stellar object) es una región compacta ubicada en el centro de algunas galaxias, conformada por un agujero negro supermasivo rodeado de un disco de gases y polvo que, en su caída hacia el agujero negro, emiten radiación que resulta órdenes de magnitud más intensa que la emitida por galaxias enteras. Los cuásares presentan la peculiaridad de mostrar un marcado corrimiento hacia el rojo.