Mecánica Newtoniana

Problemas de clase: Práctico 5

Ejercicio 1.(Ejercicio 10 del práctico 5)

Un cono circular recto, de vértice O, ángulo al vértice 2α y altura d rueda sin deslizarse sobre un plano π. La recta de contacto entre el cono y el plano se comporta como un eje instantáneo de rotación, porque, debido a la rodadura, los puntos del cono que están en esa posición tienen velocidad instantánea nula (ver figura 1).

Determine la velocidad angular del cono en términos de la velocidad angular de la recta de contacto con el plano.

NOTA: Resuelva el problema de dos formas:

- Hallando la velocidad del centro de la base del cono y aplicando la distribución de velocidades entre tres puntos no alineados.
- Descomponiendo el movimiento del cono en rotaciones simples y utilizando el teorema de adición de velocidades angulares para hallar una expresión de la velocidad angular. Posteriormente se aplica la condición de rodadura sin deslizamiento para llegar al resultado final.

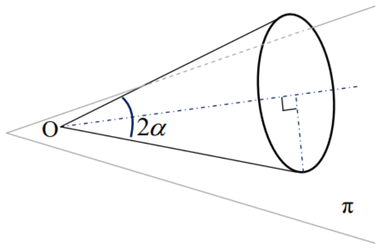

Figura 1: Disposición del cono.

Ejercicio 2. (Ejercicio 11 del práctico 5)

Un cilindro circular de radio R está fijo con su eje orientado verticalmente. Una esfera, también de radio R, se mueve de modo que rueda sin deslizar simultáneamente sobre un plano horizontal y sobre la superficie del cilindro. Se le llama Q a su centro, A al punto de contacto entre esfera y cilindro, C al punto de contacto entre la esfera y el plano y B a un punto que se ubica en el extremo del radio vector perpendicular a QA y QC, como muestra la figura. En coordenadas cilíndricas con eje en el eje del cilindro y origen en la intersección de éste con el plano horizontal,

$$C = O + 2R\hat{e}_\rho \qquad Q = C + R\hat{k}$$
$$A = Q - R\hat{e}_\rho \qquad B = Q + R\hat{e}_\phi$$

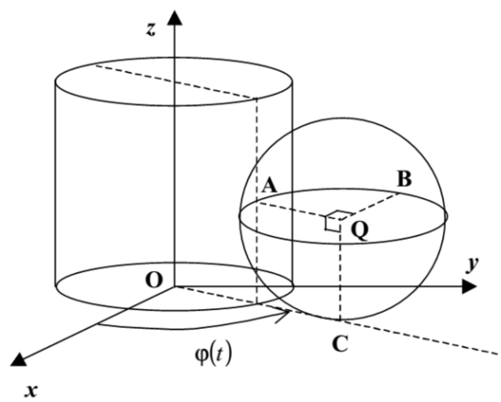

Figura 2: Disposición del cilindro y la esfera.

a) Halle el vector $\vec{\omega}$, velocidad angular de la esfera, en función del ángulo φ.

b) Determine la ecuación diferencial que debe verificar el ángulo $\varphi(t)$ para que el punto B tenga su velocidad y aceleración perpendiculares en todo instante.

c) Para la condición de la parte *b*. Exprese la aceleración del punto B en función de la velocidad inicial del centro de la esfera y del tiempo.

Ejercicio 3. (Ejercicio 3 del examen de Agosto 2009)
Una barra horizontal, de longitud L y masa M está obligada a girar en torno al punto A con velocidad angular $\Omega(t)$. En el extremo B de dicha barra, se encuentra un extremo de otra barra idéntica a la primera, fijada mediante una articulación cilíndrica lisa de modo que puede girar libremente entorno a B manteniéndose en el plano perpendicular a la barra horizontal. Llamamos θ al ángulo que forma la segunda barra con la dirección vertical, como se muestra en la figura 3.

a) Calcule el tensor de Inercia desde el punto A del rígido.

b) Calcule el Momento angular del rígido desde el punto A.

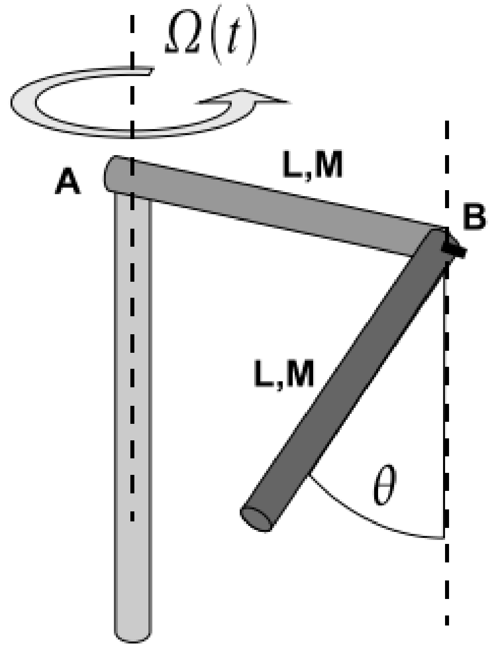

Figura 3: Disposición de las barras.