

# Balances

## Generalidades

# Balances

---

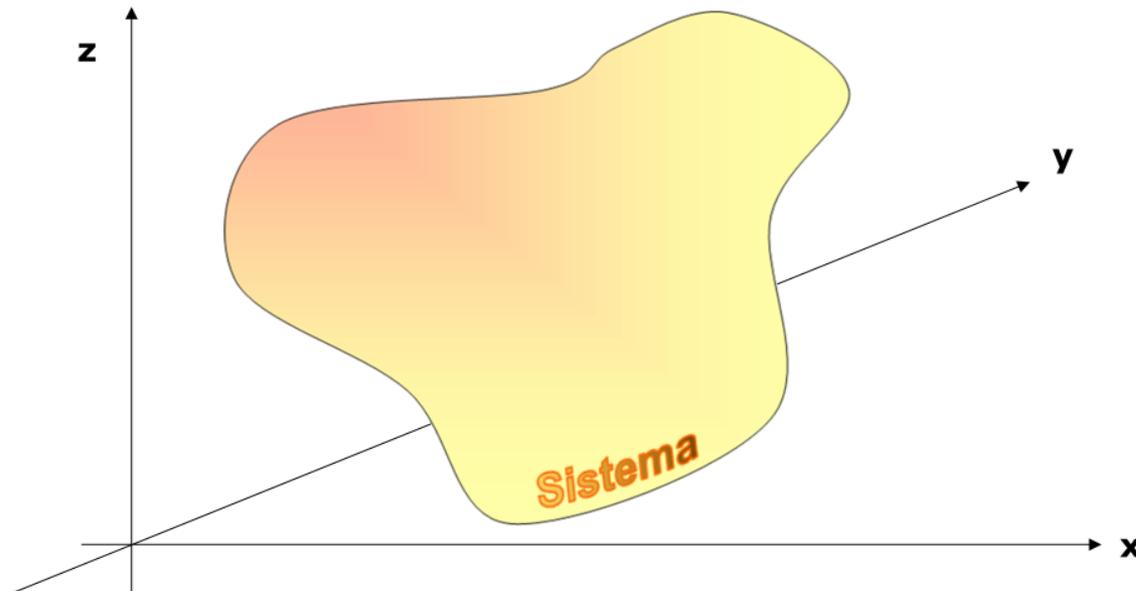
Cuando hablamos de "BALANCE"  
nos referimos al balance de una  
"propiedad extensiva" en un  
"sistema"



# En clases pasadas vimos...

## Sistema

- **Sistema.** Una parte del universo que queremos estudiar.  
(Debe estar unívocamente definido.)



# En clases pasadas vimos...

## Propiedades extensivas e intensivas

- **Sistema.** Una parte del universo que queremos estudiar.  
(Debe estar unívocamente definido.)

- ❖ **Propiedad extensiva**

Es una propiedad del sistema

Es aditiva, esto es, si dividimos el sistema en partes, el valor de la propiedad para el sistema es la suma de los valores para todas sus partes (y por lo tanto, el valor de una propiedad extensiva depende de la cantidad de sistema).

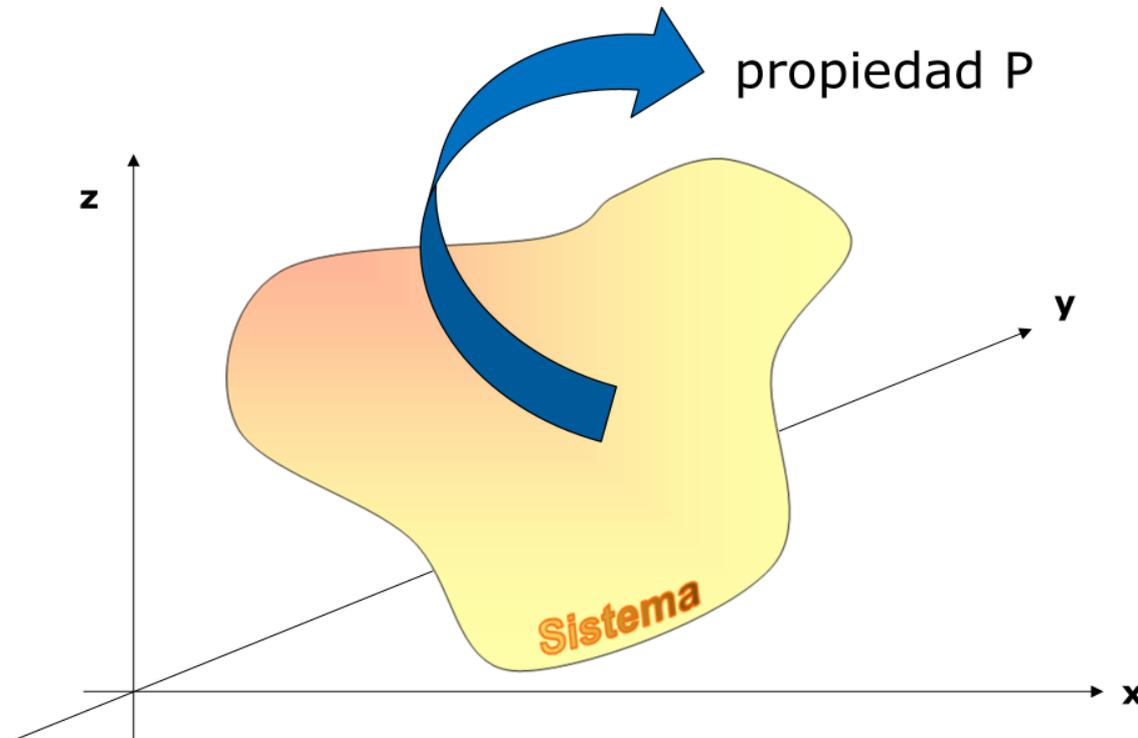
- ❖ **Propiedad intensiva.**

Es una propiedad que adopta valores en cada punto del sistema (no es una propiedad del sistema)

# En clases pasadas vimos...

## Propiedad extensiva

❖ **Propiedad extensiva.** Es una propiedad del sistema



# En clases pasadas vimos...

## Propiedad extensiva

❖ **Propiedad extensiva.** Es una propiedad del sistema

Es aditiva, esto es, si dividimos el sistema en partes, el valor de la propiedad para el sistema es la suma de los valores para todas sus partes (y por lo tanto, el valor de una propiedad extensiva depende de la cantidad de sistema).

La magnitud o cantidad de P la expresamos numéricamente como la cantidad de unidades que hemos convenido tomar como referencia. (El valor numérico será diferente si cambiamos de unidad)

En cada instante esa propiedad (P) tiene un valor dado (esto es, es aplicable la pregunta ¿cuánto hay de P en el sistema?). Pero ese valor puede variar con el tiempo.

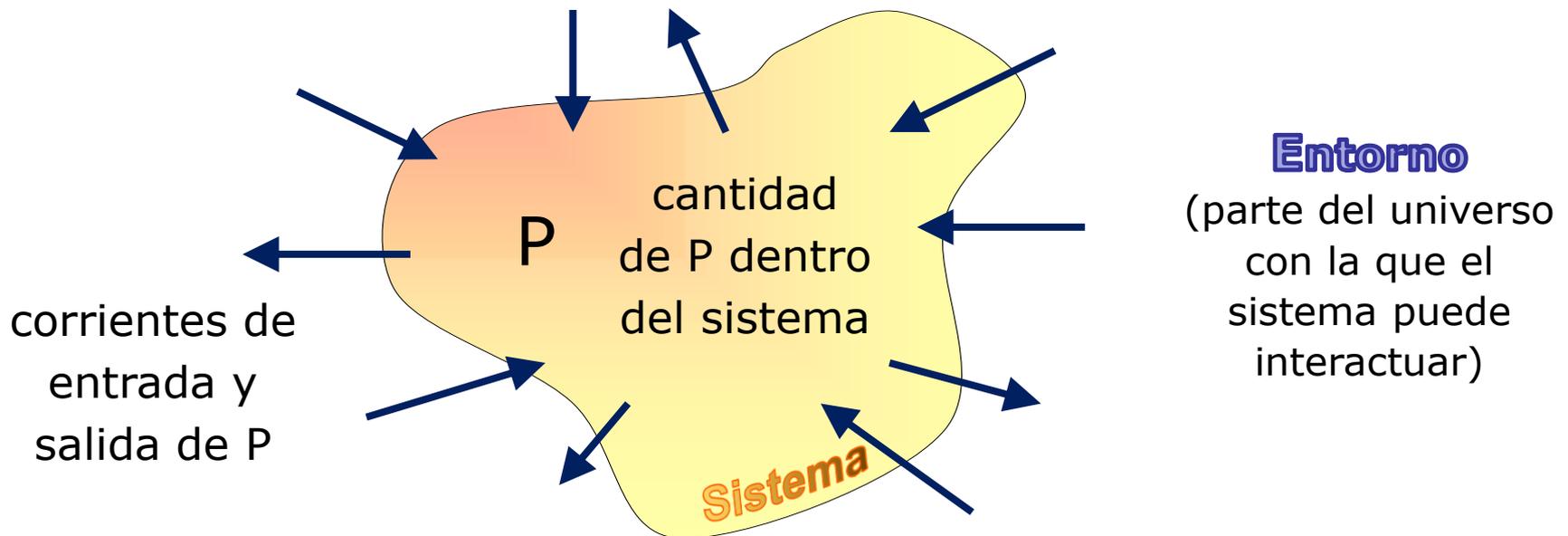
$$P_{\text{sistema}}(t) \quad (\text{es función de } t)$$

# Intercambio de propiedad P entre el sistema y su entorno

Dado un sistema y una propiedad extensiva P del sistema, nos interesará conocer **cuánto de P hay en el sistema en un momento dado** y **cómo varía la cantidad de P en el tiempo**.

$$P_{\text{sistema}}(t)$$

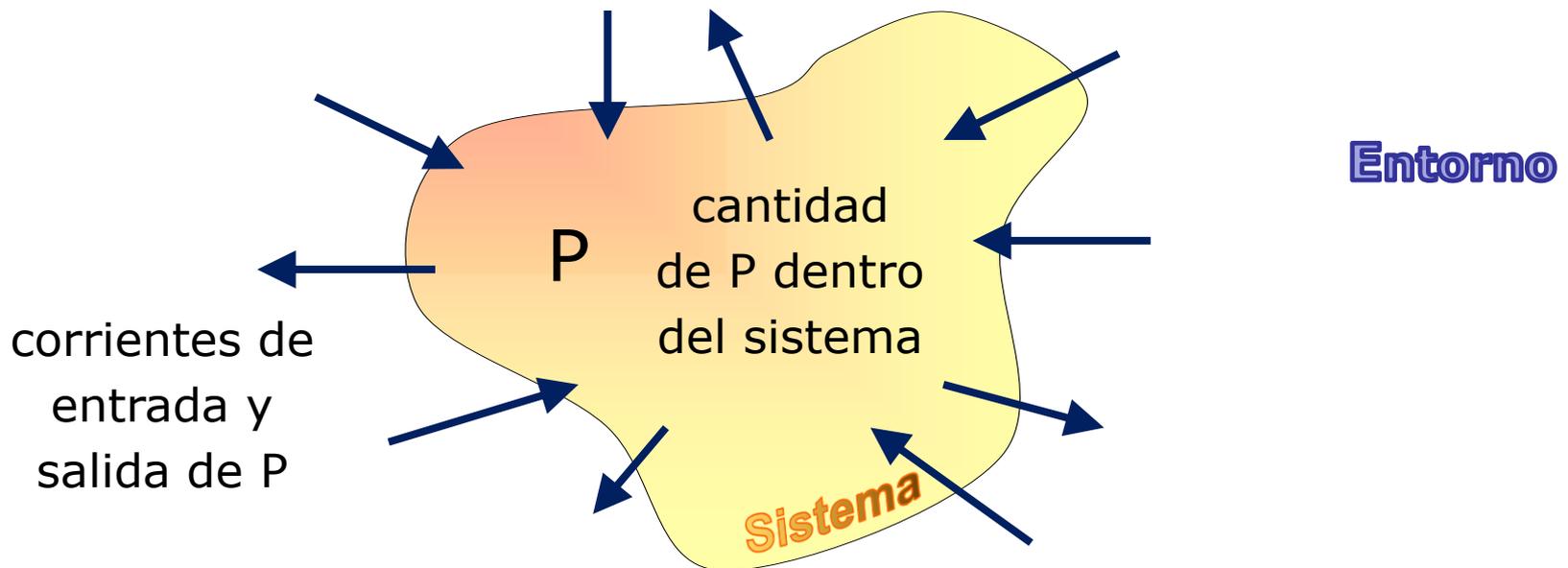
Es posible que la propiedad P se intercambie entre el sistema y su entorno.



# Nos interesará conocer...

Para un intervalo de tiempo, el cambio total de  $P$  del sistema y las contribuciones a dicho cambio (y entre ellas, las cantidades de  $P$  intercambiadas entre el sistema y el entorno)

Para un momento dado, la velocidad de cambio de  $P$  en el sistema y la velocidad de las diferentes contribuciones a dicho cambio



# Balances

Los valores de P del sistema, su variación a lo largo del tiempo, y las contribuciones a dicho cambio no son independientes.

La relación que existe entre las anteriores es lo que llamamos "Balance de P" en el sistema en cuestión.

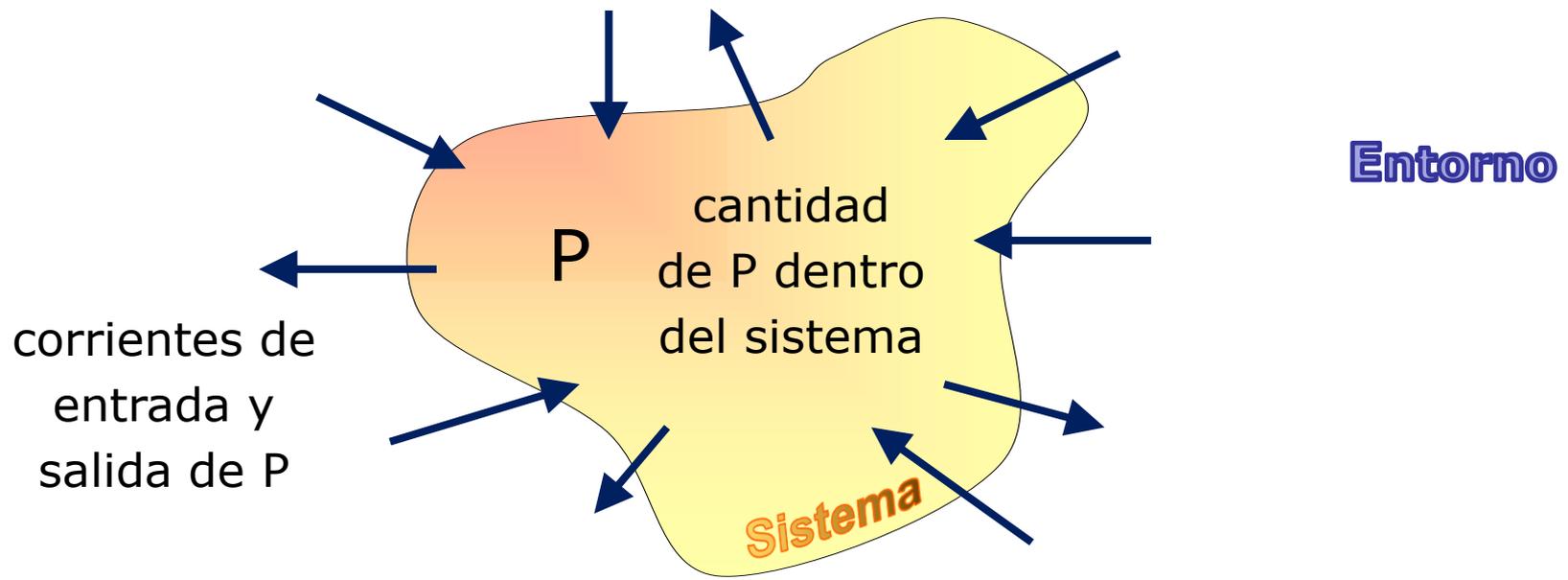
Cuando hablamos de "BALANCE"  
nos referimos al balance de una  
"propiedad extensiva" en un  
"sistema"



# Para un intervalo de tiempo ...

Cambio (acumulación) de P en el sistema =

- + cantidad de P que entra a través de la frontera
- cantidad de P que sale a través de la frontera
- + cantidad de P que se forma dentro del sistema
- cantidad de P que se consume dentro del sistema



Para un intervalo de tiempo ...

Cambio (acumulación) de P en el sistema =

- + cantidad que entra a la frontera
- cantidad que sale a la frontera
- + cantidad que se forma dentro del sistema
- cantidad que se consume dentro del sistema

$$\Delta P = P(t+\Delta t) - P(t)$$

$$\Delta P = \delta P_{\text{entrada}} - \delta P_{\text{salida}} + \delta P_{\text{formada}} - \delta P_{\text{consumida}}$$

todos los cambios medidos entre t y t +  $\Delta t$

Ecuación de  
Balance

## Considerando velocidades de cambio...

Velocidad de cambio (acumulación) de P en el sistema =

- + velocidad de entrada de P a través de la frontera
- velocidad de salida de P a través de la frontera
- + velocidad de formación de P dentro del sistema
- velocidad de consumo de P dentro del sistema

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\delta P_{\text{entrada}}}{\Delta t} - \frac{\delta P_{\text{salida}}}{\Delta t} + \frac{\delta P_{\text{formada}}}{\Delta t} - \frac{\delta P_{\text{consumida}}}{\Delta t}$$

*(estos cocientes serían velocidades de cambio promedio)*

*... y haciendo límites para cuando  $\Delta t \rightarrow 0$*

$$\dot{P}_{\text{acum}} = \dot{P}_{\text{entrada}} - \dot{P}_{\text{salida}} + \dot{P}_{\text{formacion}} - \dot{P}_{\text{consumo}}$$

## Considerando velocidades de cambio...

Velocidad de cambio (acumulación) de P en el sistema =

- + velocidad de entrada de P a través de la frontera
- velocidad de salida de P a través de la frontera
- + velocidad de formación de P dentro del sistema
- velocidad de consumo de P dentro del sistema

$$\dot{P}_{\text{acum}} = \dot{P}_{\text{entrada}} - \dot{P}_{\text{salida}} + \dot{P}_{\text{formación}} - \dot{P}_{\text{consumo}}$$

todas las velocidades medidas en el mismo instante

Ecuación de Balance  
Diferencial



## Considerando velocidades de cambio...

Velocidad de cambio (acumulación) de P en el sistema =

- + velocidad de entrada de P a través de la frontera
- velocidad de salida de P a través de la frontera
- + velocidad de formación de P dentro del sistema
- velocidad de consumo de P dentro del sistema

$$\frac{\partial P_{\text{acum}}}{\partial t} = \frac{\partial P_{\text{entrada}}}{\partial t} - \frac{\partial P_{\text{salida}}}{\partial t} + \frac{\partial P_{\text{formación}}}{\partial t} - \frac{\partial P_{\text{consumo}}}{\partial t}$$

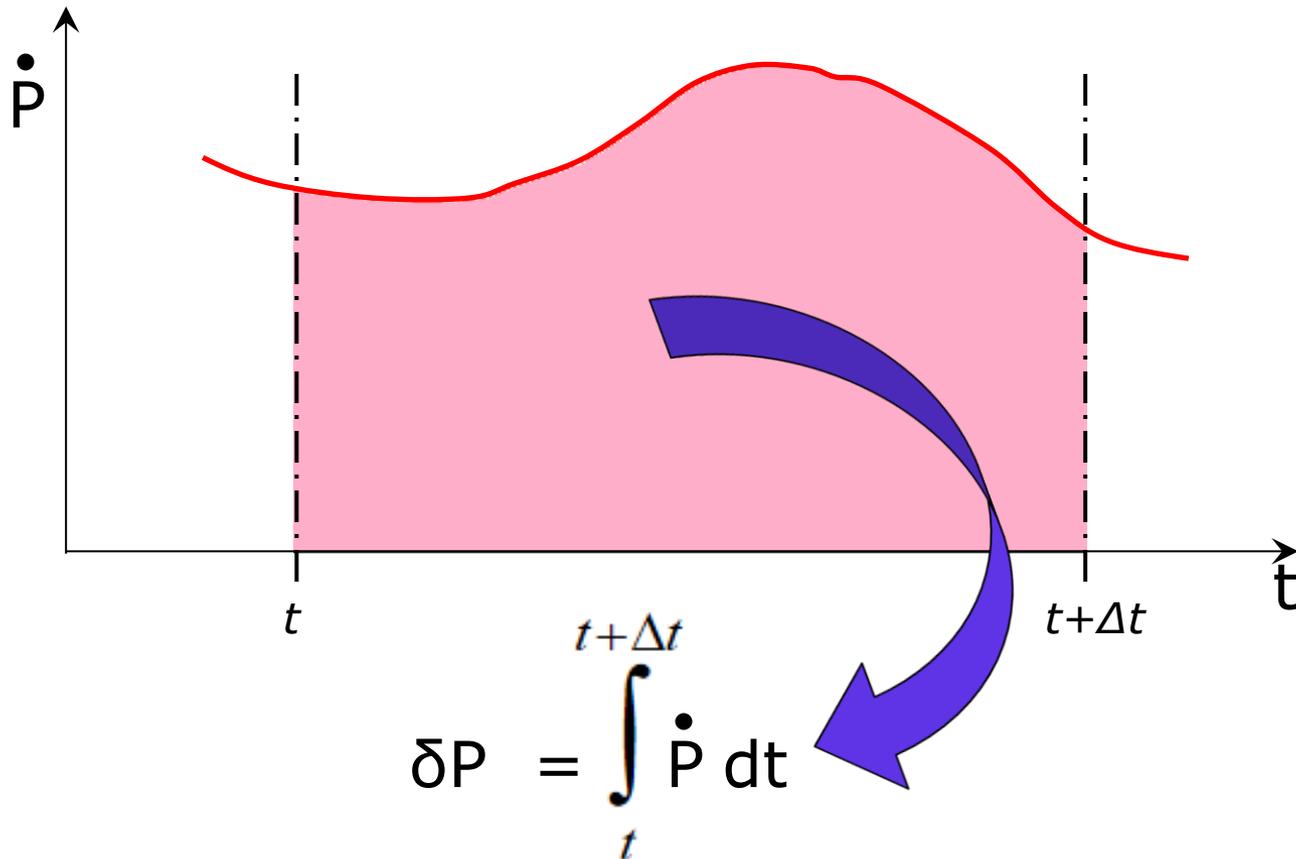
todas las velocidades medidas en el mismo instante

Ecuación de Balance  
Diferencial

*(la misma que la anterior, pero con otra notación)*

# Relación entre ambas

$\dot{P}$  es la velocidad de cambio o flujo (que puede variar con  $t$ )  
 $\delta P$  es la cantidad que cambió o fluyó entre  $t$  y  $t+\Delta t$



## Relación entre ambos

$$\Delta P = \delta P_{\text{entrada}} - \delta P_{\text{salida}} + \delta P_{\text{formada}} - \delta P_{\text{consumida}}$$

todos los cambios medidos entre  $t$  y  $t + \Delta t$

$$\int_t^{t+\Delta t} \dot{P}_{\text{acum}} = \int_t^{t+\Delta t} \dot{P}_{\text{entrada}} - \int_t^{t+\Delta t} \dot{P}_{\text{salida}} + \int_t^{t+\Delta t} \dot{P}_{\text{formación}} - \int_t^{t+\Delta t} \dot{P}_{\text{consumo}}$$

(si el sistema estuviera en estado estacionario  $\Delta P = 0$  y a su vez las velocidades serían constantes por lo que para cada flujo se cumpliría que  $\delta P = \dot{P} \Delta t$  )

# “Balances” en la Ingeniería de Procesos

# Balances de uso en la ingeniería de procesos

---

## *Recuerden...*

Cuando hablamos de "BALANCE"  
nos referimos al balance de una  
"propiedad extensiva" en un  
"sistema"



¿Balances  
... de qué?

# Balances de uso en la ingeniería de procesos

---

- A los efectos de analizar los procesos de transformación, son de particular interés los **balances de materia** y los **balances de energía**
- Para áreas más específicas de la Ingeniería (Química, Mecánica,...) también interesarán otros balances (por ej. balances de cantidad de movimiento) que serán aprendidos en cursos posteriores a éste.
- En los estudios económicos de la actividad de las empresas también interesarán los balances de valor.

# Balances de uso en la ingeniería de procesos

---

¿en dónde?

¿en qué  
sistemas?

# Balances de uso en la ingeniería de procesos

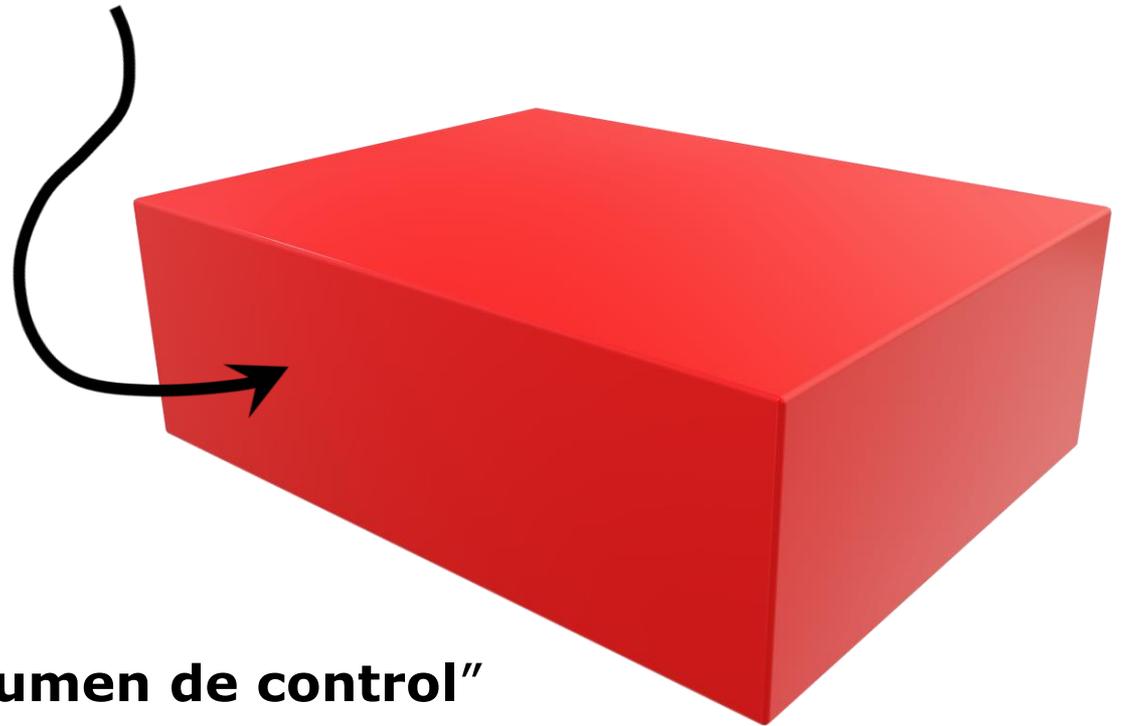
---

En general, haremos balances en sistemas relacionados con los procesos de transformación que son objeto de nuestro estudio.

# Sistemas de interés en la ing. de procesos

---

El sistema a estudiar tiene que estar bien definido (bien delimitado, por una **frontera** que lo separe del resto del universo)



Se usa el término “**volumen de control**” para referir al espacio (tridimensional) ocupado por el sistema.

# Sistemas de interés en la ing. de procesos

A menudo nos va a interesar estudiar

- una parte de una planta donde se lleva a cabo un proceso de transformación, o
- una parte del proceso, o
- un equipo donde se lleva a cabo una simple operación unitaria,
- o incluso una porción de materia dentro de un equipo



# Balances de uso en la ingeniería de procesos

---

¿Por qué son tan importantes los Balances (de materia, de energía, etc...) en sistemas así?

Porque a través del análisis de estos Balances, podemos obtener información relevante sobre algunas propiedades del sistema o del proceso de transformación que involucra al sistema, que son necesarias para resolver problemas de Ingeniería.

En clases pasadas vimos...

---

Abordaje de  
problemas en la Ing  
de Procesos

# En clases pasadas vimos...

## Pasos en el abordaje de los problemas de nuestro curso que involucran procesos...

1. Dibujar el diagrama de bloques
2. Nombrar (numerar) las corrientes de materiales para mejor referencia
3. Identificar si se trata de un proceso en lote o continuo; si interesan el "antes" y el "después" o la velocidad de cambio
4. Identificar las corrientes de las que se tienen datos y las que tienen las incógnitas que pretendemos averiguar
5. Elegir el sistema a analizar
6. Plantear las ecuaciones que relacionan los datos con las incógnitas (asegurar que el sistema de ecuaciones queda bien definido, de lo contrario elegir "otro" sistema)
7. Resolver el sistema de ecuaciones
8. Interpretar los resultados

# En clases pasadas vimos...

## ¿Cuáles son las fuentes de ecuaciones?

- Ecuaciones y condiciones de diseño  
Por ej.: cantidades, composiciones, relaciones entre corrientes, grados de avance de reacciones químicas, etc...  
También, restricciones que aplican (y que no están explicitadas en los "datos"). Por ej: que la suma de todas las fracciones molares de los componentes de una mezcla = 1.
- Relaciones termodinámicas  
Por ej. : ley de gases ideales, diagramas de fases, cálculo de entalpías, relaciones de equilibrio, etc.
- **Relaciones estequiométricas**  
Ecuaciones que vinculan las conversiones de las especies que intervienen en cada reacción
- Balances de materia / balances de energía

# Respecto a las relaciones estequiométricas vimos...

## Ecuaciones que se obtienen de la estequiometría de las reacciones químicas

Supongamos que tiene lugar una reacción química donde intervienen  $N$  especies según



Los cambios de moles (consumidos y formados) de cada especie involucrada ( $a, b, c, \dots, n$ ) no son independientes:

$$\frac{[\text{moles cons } \mathbf{A}]}{a} = \frac{[\text{moles cons } \mathbf{B}]}{b} = \dots = \frac{[\text{moles cons } \mathbf{I}]}{i} =$$
$$= \frac{[\text{moles form } \mathbf{J}]}{j} = \frac{[\text{moles form } \mathbf{K}]}{k} = \dots = \frac{[\text{moles form } \mathbf{N}]}{n}$$

Una reacción química en la que intervengan  $N$  especies aportará:

- $N$  incógnitas (los cambios de moles de cada especie)
- $(N-1)$  ecuaciones que vinculan dichos cambios

# Respecto a las relaciones estequiométricas vimos...

## Ecuaciones que se obtienen de la estequiometría de las reacciones químicas

Supongamos que tiene lugar una reacción química donde intervienen  $N$  especies según



Una reacción química en la que intervengan  $N$  especies aportará:

- $N$  incógnitas (los cambios de moles de cada especie)
- $(N-1)$  ecuaciones que vinculan dichos cambios

... o sea, para conocer todos los cambios, necesitamos "un dato más"

Por ejemplo: conocer el grado de conversión ...

.. o algún otro dato o ecuación que permita quitar ese "grado de libertad".

# Pero nos quedó pendiente hablar de las ecuaciones de balance...

## ¿Cuáles son las fuentes de ecuaciones?

- Ecuaciones y condiciones de diseño  
Por ej.: cantidades, composiciones, relaciones entre corrientes, grados de avance de reacciones químicas, etc...  
También, restricciones que aplican (y que no están explicitadas en los "datos"). Por ej: que la suma de todas las fracciones molares de los componentes de una mezcla = 1.
- Relaciones termodinámicas  
Por ej. : ley de gases ideales, diagramas de fases, cálculo de entalpías, relaciones de equilibrio, etc.
- Relaciones estequiométricas  
Ecuaciones que vinculan las conversiones de las especies que intervienen en cada reacción
- **Balances de materia / balances de energía**

# Balances de Materia

# Balances de Materia

## ¿de qué Materia?

---

Dependiendo de lo que nos interese podemos hacer balances globales o balances parciales:

- ✓ **Balances Globales:** se considera la materia total, sin distinguir entre las sustancias presentes.
- ✓ **Balances Parciales:** se considera sólo un componente específico, el que a su vez puede ser:
  - un insumo del proceso (ej.: envases)
  - un sólo compuesto (ej.: un reactivo)
  - una fase (ej. la materia al estado líquido)
  - un radical o grupo de átomos (ej.:  $\text{SO}_4^-$ )
  - un tipo de átomos (ej.: Carbono)

# ¿Cómo “mediremos” la cantidad de materia?

---

masa

cantidad de  
unidades

cantidad de  
átomos

volumen

cantidad de  
moléculas

# Unidades usadas para «cantidad de materia»

---

- Otra forma de medir la **cantidad de materia** es a través de la **cantidad de moles**.
- 1 mol es la cantidad de materia conformada por una cantidad de partículas elementales igual al **Número de Avogadro** ( $6,02214076 \times 10^{23}$ )

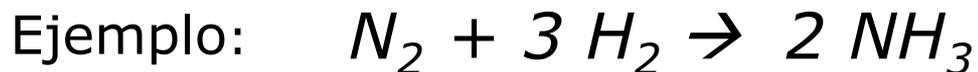
Una partícula elemental puede ser un átomo, una molécula, un ion, cualquier otra partícula o grupo especificado.

- Relación entre cantidad de masa y cantidad de moles:  
para una especie química dada,

$$[\text{cantidad de moles}] = \frac{[\text{cantidad de masa}]}{[\text{masa de un mol}]}$$

# Unidades usadas para «cantidad de materia»

- Cuando ocurren reacciones químicas puede ser útil medir la **cantidad de materia** a través de la **cantidad de moles**.
- En las reacciones químicas, los cambios de moles de las especies intervinientes están relacionados entre sí por factores sencillos (números enteros en general pequeños) que surgen de los coeficientes estequiométricos de la reacción química.



	Nitrógeno	Hidrógeno	Amoníaco
Cambio de kgs por cada kg de nitrógeno consumido	- 1	- 0,215897	+ 1,215897
Cambio de moles por cada mol de nitrógeno consumido	- 1	- 3	+ 2

# ¿Se puede usar el volumen para medir la cantidad de materia?

---

- No. Una misma cantidad de materia puede tener diferentes volúmenes si varía la densidad.
- El volumen podría considerarse como proporcional a la masa si en todo el tiempo la densidad de cada una de las especies involucradas se mantuviera constante (y para ello se requiere que no ocurran reacciones químicas, ni cambios de fase, ni cambios de presión ni de temperatura)
- Para el caso de mezcla de gases de comportamiento ideal, la relación de volúmenes es igual a la relación de moles

$$V_i = N_i (RT/P) \therefore V_i/V_j = N_i/N_j$$

# Unidades usadas para «cantidad de materia»

- Una forma de medir la **cantidad de materia** es a través de la **masa**.
- Unidades de masa más utilizadas

kg = kilogramo

ton = tonelada = 1000 kg

g = gramo = 0,001 kg (de poco uso en plantas de proceso)

lb = libra (*pound*) (de uso sólo en EEUU y algunos países de influencia británica) = 0.45359237 kg



# ¿Para qué se hacen Balances de Materia?

---

Para poder conocer:

- cantidades o flujos de materia de los materiales que participan de los procesos, o cantidades que se transforman como consecuencia de tales procesos
- cantidades presentes de esos materiales dentro de cierta área física o cambios en el "stock" (inventario)
- composición de diversas corrientes de materiales
- relaciones entre las anteriores (ej. tiempo necesario para llenar un depósito, tamaño requerido para almacenar las cantidades de materiales, relación necesaria entre ciertos flujos para asegurar ciertas condiciones)

# Ecuaciones de balance de una propiedad extensiva P

Ecuación de balance entre dos "tiempos" diferentes

$$\Delta P = \delta P_{\text{entrada}} - \delta P_{\text{salida}} + \delta P_{\text{formada}} - \delta P_{\text{consumida}}$$

todos los cambios medidos entre t y t + Δt

Ecuación de balance diferencial (velocidades de cambio)

$$\dot{P}_{\text{acum}} = \dot{P}_{\text{entrada}} - \dot{P}_{\text{salida}} + \dot{P}_{\text{formación}} - \dot{P}_{\text{consumo}}$$

todas las velocidades medidas en el mismo instante

# Ecuaciones de balance de materia

Ecuación de balance entre dos "tiempos" diferentes

$$\Delta M = \delta M_{\text{entrada}} - \delta M_{\text{salida}} + \delta M_{\text{formada}} - \delta M_{\text{consumida}}$$

todos los cambios medidos entre  $t$  y  $t + \Delta t$

Ecuación de balance diferencial (velocidades de cambio)

$$\dot{M}_{\text{acum}} = \dot{M}_{\text{entrada}} - \dot{M}_{\text{salida}} + \dot{M}_{\text{formación}} - \dot{M}_{\text{consumo}}$$

todas las velocidades medidas en el mismo instante

# Caso Particular

## Proceso en lotes

---

Para los procesos en lotes resulta de particular interés conocer los cambios que ocurren en cada proceso comparando entre el "antes" y el "después".

La ecuación que aplica es:

$$\Delta M = \delta M_{\text{entrada}} - \delta M_{\text{salida}} + \delta M_{\text{formada}} - \delta M_{\text{consumida}}$$

Las cantidades ( $\delta$ ) se refieren a lo que pasó entre el instante inicial y el instante final.

$\Delta M$  es el cambio de materia en el sistema en ese mismo lapso de tiempo

# Caso Particular

## Proceso continuo

Si el proceso es continuo puede interesar conocer las velocidades de cambio...

La ecuación que aplica es:

$$\dot{M}_{\text{acum}} = \dot{M}_{\text{entrada}} - \dot{M}_{\text{salida}} + \dot{M}_{\text{formación}} - \dot{M}_{\text{consumo}}$$

todas las velocidades medidas en el mismo instante

$\dot{M}_{\text{entrada}}$  y  $\dot{M}_{\text{salida}}$  son los flujos de materia de entrada y salida al sistema respectivamente ...

... y se los suele representar con la letra  $\omega$

$$\dot{M}_{\text{acum}} = \omega_{\text{entrada}} - \omega_{\text{salida}} + \dot{M}_{\text{formación}} - \dot{M}_{\text{consumo}}$$

# Ecuaciones que se obtienen de Balances de Materia

Para el caso de proceso continuo, la ecuación de BM total que aplica es:

$$\dot{M}_{\text{acum}} = \omega_{\text{ent}} - \omega_{\text{sal}} + \dot{M}_{\text{form}} - \dot{M}_{\text{cons}}$$

Pero si intervienen N especies, podemos formular una ecuación de balance para la materia de cada especie:

$$\begin{aligned} \text{(BM de la especie A)} \quad & \dot{M}_{A,\text{acum}} = \omega_{A,\text{ent}} - \omega_{A,\text{sal}} + \dot{M}_{A,\text{form}} - \dot{M}_{A,\text{cons}} \\ \text{(BM de la especie B)} \quad & \dot{M}_{B,\text{acum}} = \omega_{B,\text{ent}} - \omega_{B,\text{sal}} + \dot{M}_{B,\text{form}} - \dot{M}_{B,\text{cons}} \\ & \dots\dots\dots \\ \text{(BM de la especie N)} \quad & \dot{M}_{N,\text{acum}} = \omega_{N,\text{ent}} - \omega_{N,\text{sal}} + \dot{M}_{N,\text{form}} - \dot{M}_{N,\text{cons}} \end{aligned}$$

Podemos formular tantas ecuaciones de balance de materia independientes como especies intervinientes

(La ecuación de BM total es igual a la suma de las N ecuaciones de BM de cada especie interviniente)

# Caso Particular

## Proceso continuo, régimen estacionario

$$\dot{M}_{\text{acum}} = \omega_{\text{entrada}} - \omega_{\text{salida}} + \dot{M}_{\text{formación}} - \dot{M}_{\text{consumo}}$$

Si el régimen es estacionario, entonces las propiedades del sistema son constantes en el tiempo.

Entre esas propiedades, también la cantidad de materia de cada especie es constante:

$$M(t) = \text{constante} \rightarrow \text{Velocidad de acumulación} = dM/dt = \dot{M}_{\text{acum}} = 0$$

$$\omega_{\text{salida}} - \omega_{\text{entrada}} = \dot{M}_{\text{formación}} - \dot{M}_{\text{consumo}}$$

# Caso Particular

## Proceso continuo, régimen estacionario, sin formación ni consumo

$$\omega_{\text{salida}} - \omega_{\text{entrada}} = \dot{M}_{\text{formación}} - \dot{M}_{\text{consumo}}$$

... y así, la ecuación de BM queda reducida a:

$$\omega_{\text{salida}} = \omega_{\text{entrada}}$$

*Esta situación es la que se encuentra en sistemas donde ocurre una operación unitaria que involucra sólo procesos físicos y que está en estado estacionario (situación que tiene lugar en muchas operaciones unitarias y equipos cuando la planta está operando "en régimen")*

sin formación ni consumo

---

Acaso...

¿puede haber formación o  
consumo de materia?

# ¿puede haber formación o consumo de materia?

Depende de si consideramos la materia total o la de una especie en particular, de si cuantificamos la materia en unidades de masa o moles, de si hay o no reacciones químicas o nucleares.

	PARA BALANCE GLOBAL		PARA BALANCES PARCIALES				
	masa total	moles totales	masa de cada sustancia	moles de cada sustancia	masa o moles de cada átomo	moles de cada radical	masa de cada fase
sin reacciones químicas ni nucleares	invariante	invariante	invariante	invariante	invariante	invariante	puede variar
con reacciones químicas (no nucleares)	invariante	puede variar	puede variar	puede variar	invariante	puede variar	puede variar
con reacciones nucleares	puede variar	puede variar	puede variar	puede variar	puede variar	puede variar	puede variar

En el contexto de la industria de procesos, en general, no ocurren reacciones nucleares.

# Volviendo a las fuentes de ecuaciones...

---

- Ecuaciones y condiciones de diseño  
Por ej.: cantidades, composiciones, relaciones entre corrientes, grados de avance de reacciones químicas, etc...  
También, restricciones que aplican (y que no están explicitadas en los "datos"). Por ej: que la suma de todas las fracciones molares de los componentes de una mezcla = 1.
- Relaciones termodinámicas  
Por ej. : ley de gases ideales, diagramas de fases, cálculo de entalpías, relaciones de equilibrio, etc.
- Relaciones estequiométricas  
Ecuaciones que vinculan las conversiones de las especies que intervienen en cada reacción
- **Balances de materia** / balances de energía

# Ecuaciones que se obtienen de Balances de Materia

Para el caso de proceso continuo, la ecuación de BM total que aplica es:

$$\dot{M}_{\text{acum}} = \omega_{\text{ent}} - \omega_{\text{sal}} + \dot{M}_{\text{form}} - \dot{M}_{\text{cons}}$$

Pero si intervienen N especies, podemos formular una ecuación de balance para la materia de cada especie:

$$\begin{aligned} \text{(BM de la especie A)} \quad & \dot{M}_{A,\text{acum}} = \omega_{A,\text{ent}} - \omega_{A,\text{sal}} + \dot{M}_{A,\text{form}} - \dot{M}_{A,\text{cons}} \\ \text{(BM de la especie B)} \quad & \dot{M}_{B,\text{acum}} = \omega_{B,\text{ent}} - \omega_{B,\text{sal}} + \dot{M}_{B,\text{form}} - \dot{M}_{B,\text{cons}} \\ & \dots\dots\dots \\ \text{(BM de la especie N)} \quad & \dot{M}_{N,\text{acum}} = \omega_{N,\text{ent}} - \omega_{N,\text{sal}} + \dot{M}_{N,\text{form}} - \dot{M}_{N,\text{cons}} \end{aligned}$$

Podemos formular tantas ecuaciones de balance de materia independientes como especies intervinientes

(La ecuación de balance de materia total es igual a la suma de las N ecuaciones de balance de materia de cada especie)

# Ecuaciones que se obtienen de Balances de Materia

Para el caso de proceso continuo, la ecuación de BM total que aparece es:

$$\dot{M}_{\text{form}} - \dot{M}_{\text{cons}}$$

Pero se puede obtener una ecuación de balance de materia para una especie:

(BM de especie A)  $\dot{M}_{A,\text{form}} - \dot{M}_{A,\text{cons}}$

(BM de especie B)  $\dot{M}_{B,\text{form}} - \dot{M}_{B,\text{cons}}$

.....

(BM de especie N)  $\dot{M}_{N,\text{form}} - \dot{M}_{N,\text{cons}}$

Lo mismo se concluye si en vez de hacer balances de velocidades de cambio para un proceso continuo, se hicieran balances de cambio entre dos tiempos dados.

Podemos formular tantas ecuaciones de balance de materia independientes como especies intervinientes

(La ecuación de balance de materia total es igual a la suma de las N ecuaciones de balance de materia de cada especie)

# Volviendo a las fuentes de ecuaciones...

- Ecuaciones y condiciones de diseño

Por ej.: cantidades, composiciones, relaciones entre corrientes, grados de avance de reacciones químicas, etc...

También, restricciones que aplican (y que no están explicitadas en los "datos"). Por ej: que la suma de todas las fracciones molares de los componentes de una mezcla = 1.

- Relaciones

Por ej. :  
entalpía

Podemos formular tantas ecuaciones de balance de materia independientes como especies intervinientes

ases, cálculo de

- Relaciones

Ecuaciones que relacionan las conversiones de las especies que intervienen en cada reacción

- **Balances de materia** / balances de energía

# Fuentes de ecuaciones

---

- Ecuaciones y condiciones de diseño  
Por ej.: cantidades, composiciones, relaciones entre corrientes, grados de avance de reacciones químicas, etc...  
También, restricciones que aplican (y que no están explicitadas en los "datos"). Por ej: que la suma de todas las fracciones molares de los componentes de una mezcla = 1.
- Relaciones termodinámicas  
Por ej. : ley de gases ideales, diagramas de fases, cálculo de entalpías, relaciones de equilibrio, etc.
- Relaciones estequiométricas  
Ecuaciones que vinculan las conversiones de las especies que intervienen en cada reacción
- Balances de materia / balances de energía

# EJEMPLO

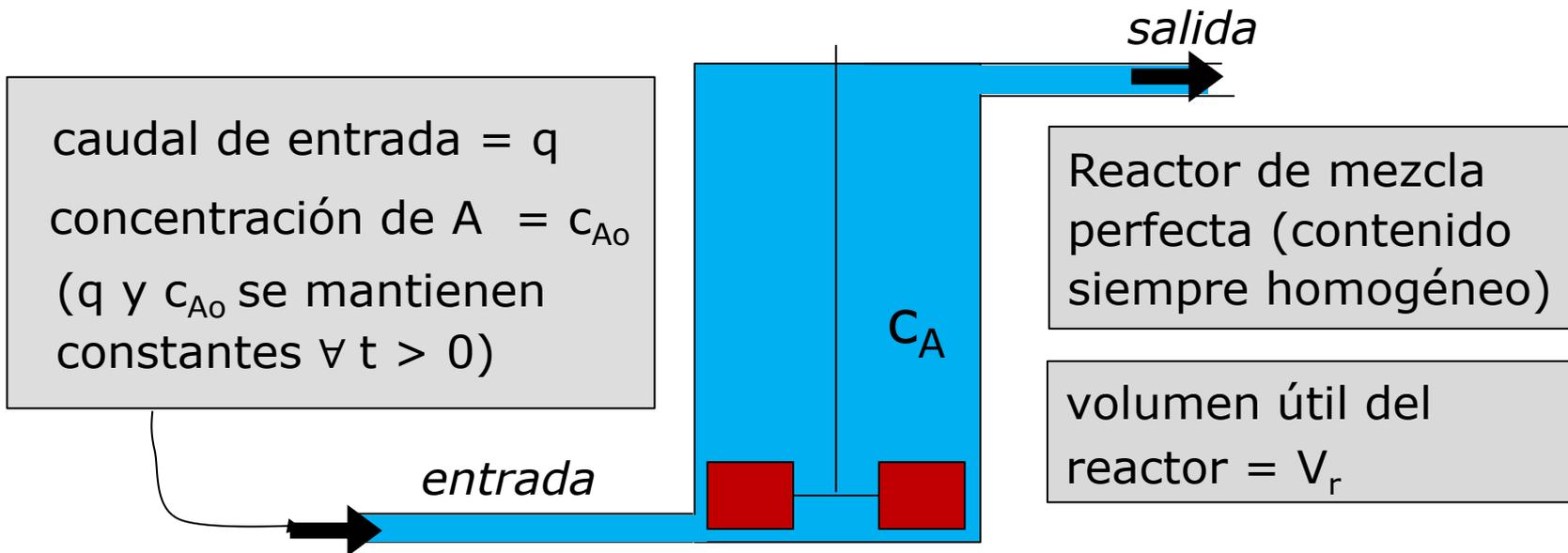
## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Reacción irreversible (en fase líquida)



con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$   
(reacción de primer orden)

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

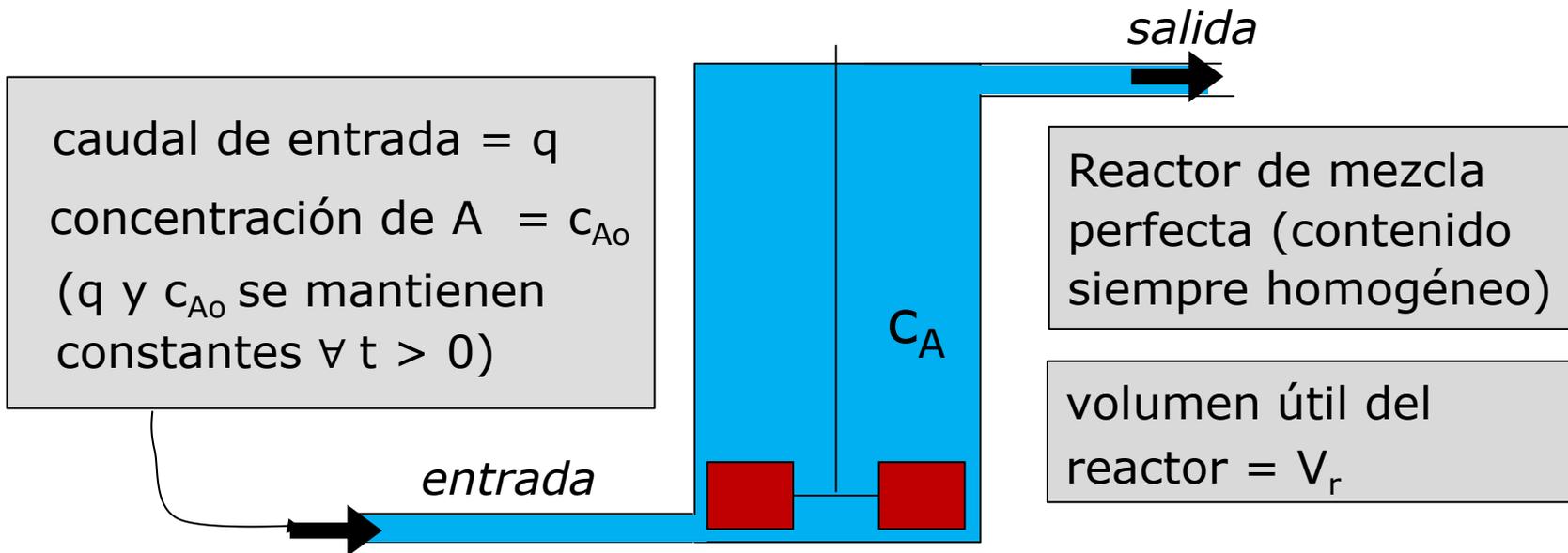
## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Reacción irreversible (en fase líquida)



con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$   
(reacción de primer orden)

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

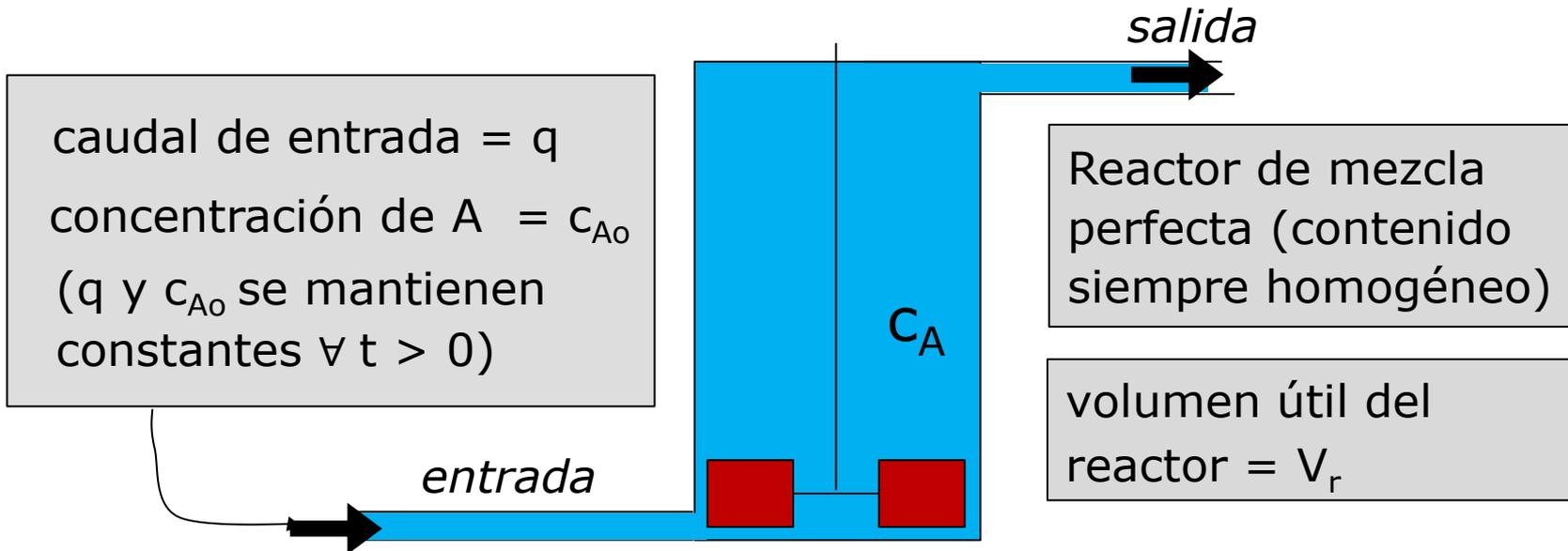
Reacción irreversible (en fase líquida)



**ESTADO  
ESTACIONARIO**

con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$   
(reacción de primer orden)

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

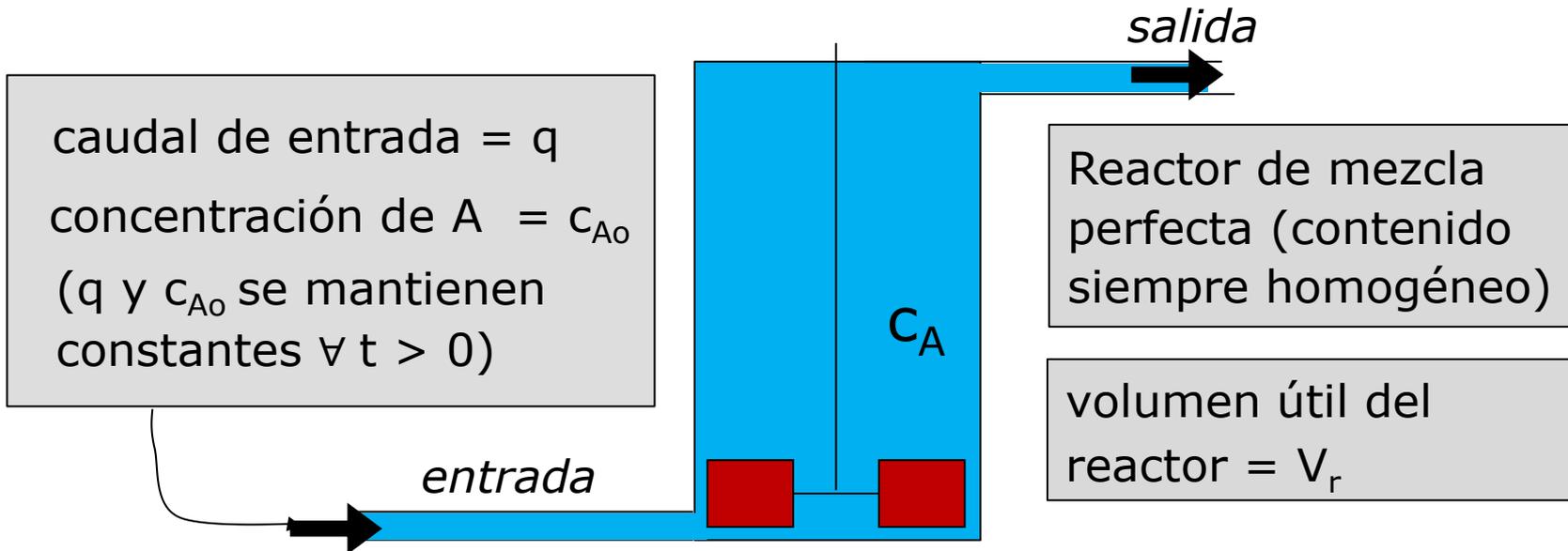
Reacción irreversible (en fase líquida)



**ESTADO  
ESTACIONARIO**

con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$   
(reacción de primer orden)

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Balance de masa de A

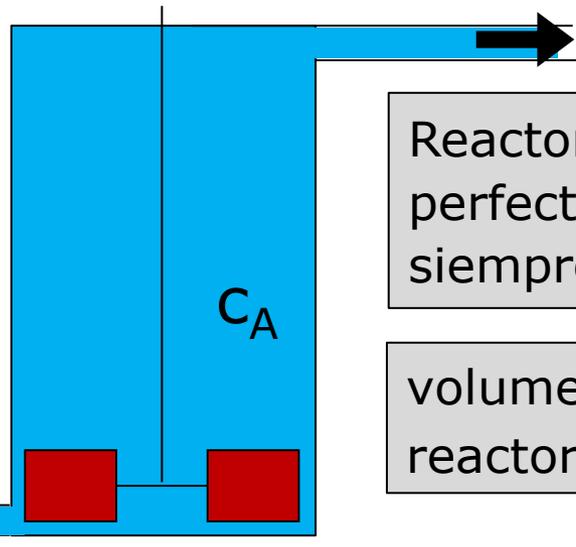
$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$

Velocidad de acumulación de A = 0 (estado estacionario)

Velocidad de entrada de A =  $q c_{A0}$  ( $\text{m}^3/\text{s})(\text{kmol}/\text{m}^3) = [\text{kmol}/\text{s}]$

Velocidad de salida de A =  $q_{\text{salida}} c_A$

caudal de entrada =  $q$   
concentración de A =  $c_{A0}$   
( $q$  y  $c_{A0}$  se mantienen constantes  $\forall t > 0$ )



Reactor de mezcla perfecta (contenido siempre homogéneo)

volumen útil del reactor =  $V_r$

# EJEMPLO

## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Balance de masa de A

$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$

Velocidad de acumulación de A = 0 (estado estacionario)

Velocidad de entrada de A =  $q c_{A0}$  ( $\text{m}^3/\text{s})(\text{kmol}/\text{m}^3) = [\text{kmol}/\text{s}]$

Velocidad de salida de A =  $q_{\text{salida}} c_A = q c_A$

¿qué relación hay entre  $q_{\text{salida}}$  y  $q$ ?

caudal de entrada =  $q$   
concentración de A =  $c_{A0}$   
( $q$  y  $c_{A0}$  se mantienen constantes  $\forall t > 0$ )

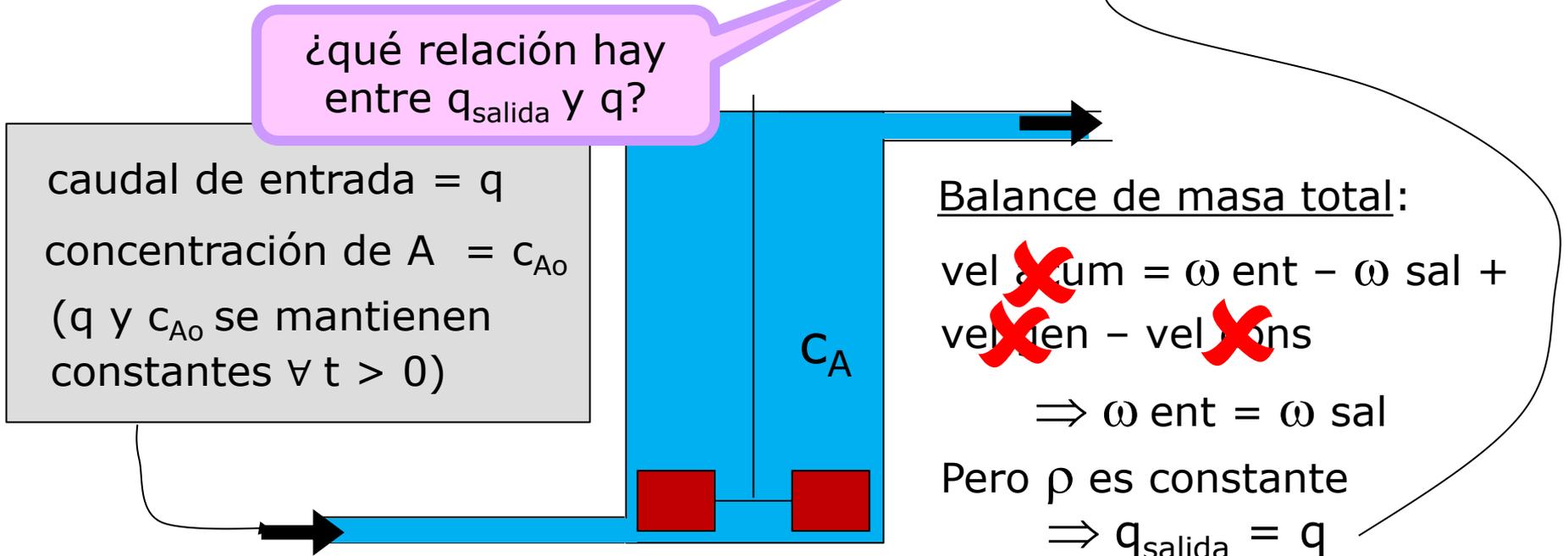
Balance de masa total:

$$\text{vel } \cancel{\text{acum}} = \omega \text{ ent} - \omega \text{ sal} + \text{vel } \cancel{\text{gen}} - \text{vel } \cancel{\text{cons}}$$

$$\Rightarrow \omega \text{ ent} = \omega \text{ sal}$$

Pero  $\rho$  es constante

$$\Rightarrow q_{\text{salida}} = q$$



# EJEMPLO

## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Balance de masa de A

$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} +$$

$$\text{Velocidad de acumulación de A} = 0$$

$$\text{Velocidad de entrada de A} = q c_{A0}$$

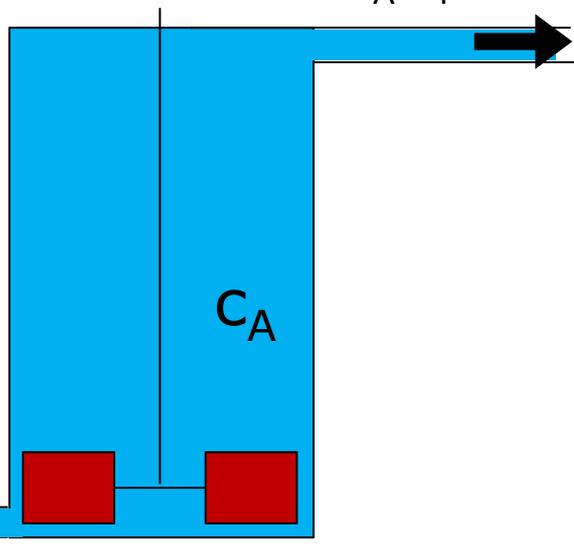
$$\text{Velocidad de salida de A} = q_{\text{salida}} - q c_A$$

$$\text{Velocidad de generacion} = 0$$

$$\text{Velocidad de consumo de A} = R_A V_r = k c_A V_r \quad \begin{matrix} (\text{kmol/s/m}^3)(\text{m}^3) \\ = [\text{kmol/s}] \end{matrix}$$

$$\text{velocidad conversi3n } R_A = k c_A \quad [\text{kmol/s/m}^3]$$

caudal de entrada =  $q$   
concentraci3n de A =  $c_{A0}$   
( $q$  y  $c_{A0}$  se mantienen constantes  $\forall t > 0$ )



# EJEMPLO

## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Balance de masa de A

$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$

$$\text{Velocidad de acumulación de A} = 0 \quad (\text{estado estacionario})$$

$$\text{Velocidad de entrada de A} = q c_{A0} \quad (\text{m}^3/\text{s})(\text{kmol}/\text{m}^3) = [\text{kmol}/\text{s}]$$

$$\text{Velocidad de salida de A} = q_{\text{salida}} c_A = q c_A$$

$$\text{Velocidad de generacion} = 0$$

$$\text{Velocidad de consumo de A} = R_A V_r = k c_A V_r \quad (\text{kmol}/\text{s}/\text{m}^3)(\text{m}^3) = [\text{kmol}/\text{s}]$$

$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$

$$0 = q c_{A0} - q c_A + 0 - k c_A V_r$$

$$c_A = q c_{A0} / (q + k V_r)$$

$$c_A = \frac{c_{A0}}{(1 + k V_r / q)}$$

# EJEMPLO

## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

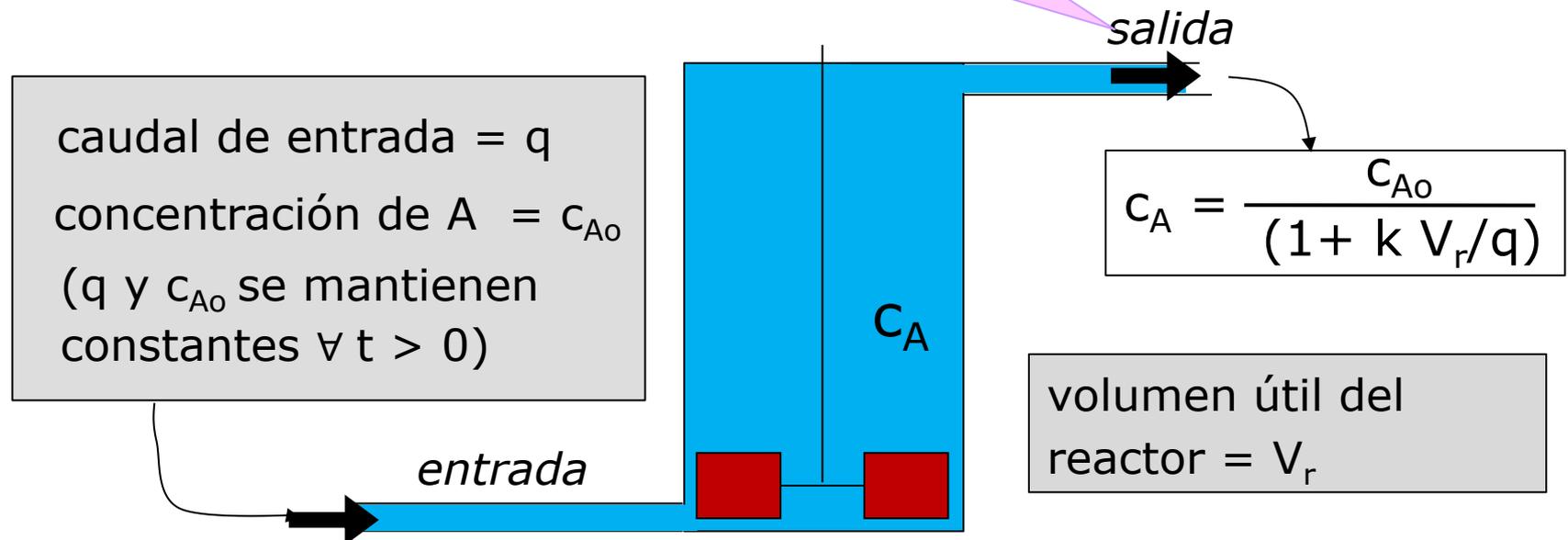
Reacción irreversible (en fase líquida)

**ESTADO ESTACIONARIO**

con velocidad  $v$  ¿cuál es la concentración de A en la salida?

$[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

Pero no siempre estuvo en estado estacionario...

Al principio el tanque tiene que haber estado vacío.

Hubo una etapa de transición entre el estado estacionario “tanque vacío” y el estado estacionario planteado en este problema.

Cómo fue variando el volumen dentro del tanque en ese período? ...y la concentración de A en el tanque?

# Balances de Materia

En estado no  
estacionario

## Ecuaciones de balance de materia

Ecuación de balance entre dos "tiempos" diferentes

$$\Delta M = \delta M_{\text{entrada}} - \delta M_{\text{salida}} + \delta M_{\text{formada}} - \delta M_{\text{consumida}}$$

todos los cambios medidos entre  $t$  y  $t + \Delta t$

Ecuación de balance diferencial (velocidades de cambio)

$$\dot{M}_{\text{acum}} = \dot{M}_{\text{entrada}} - \dot{M}_{\text{salida}} + \dot{M}_{\text{formación}} - \dot{M}_{\text{consumo}}$$

todas las velocidades medidas en el mismo instante

A priori no podemos "tachar" ningún término!!!

# EJEMPLO

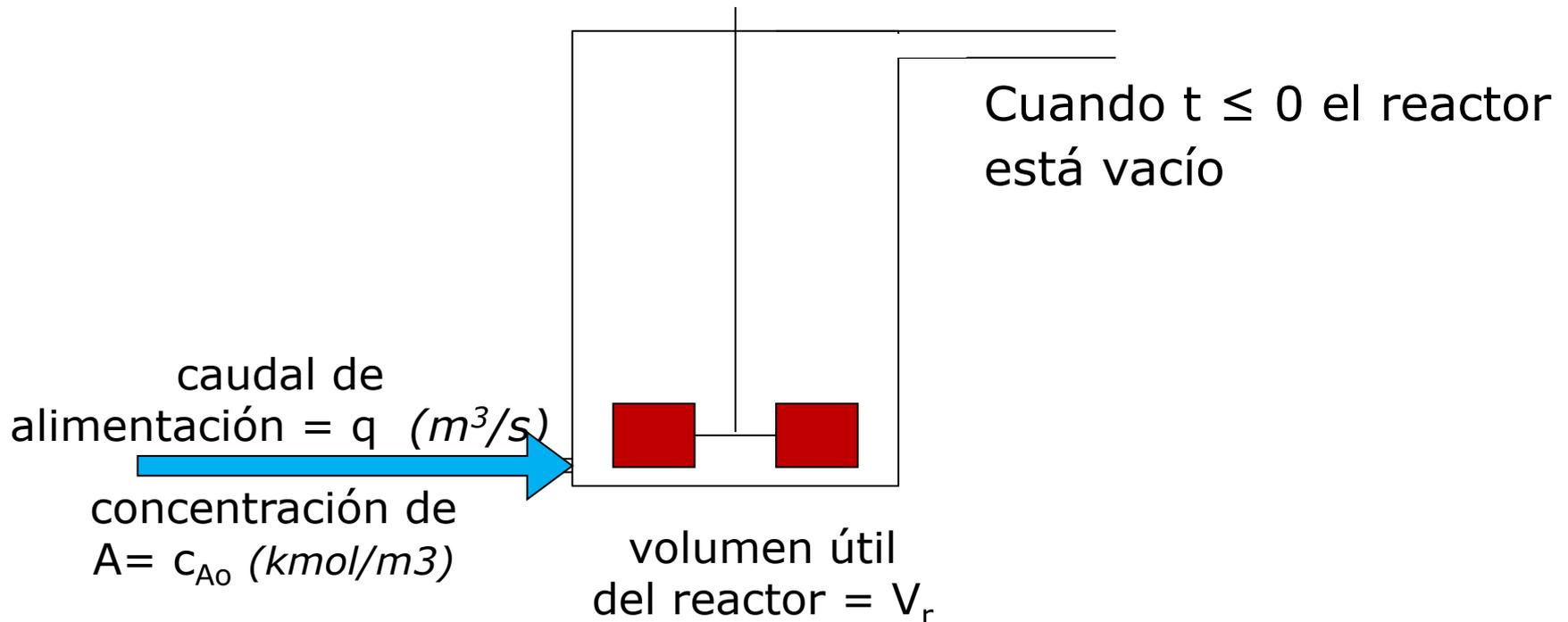
## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Reacción irreversible (en fase líquida)



con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

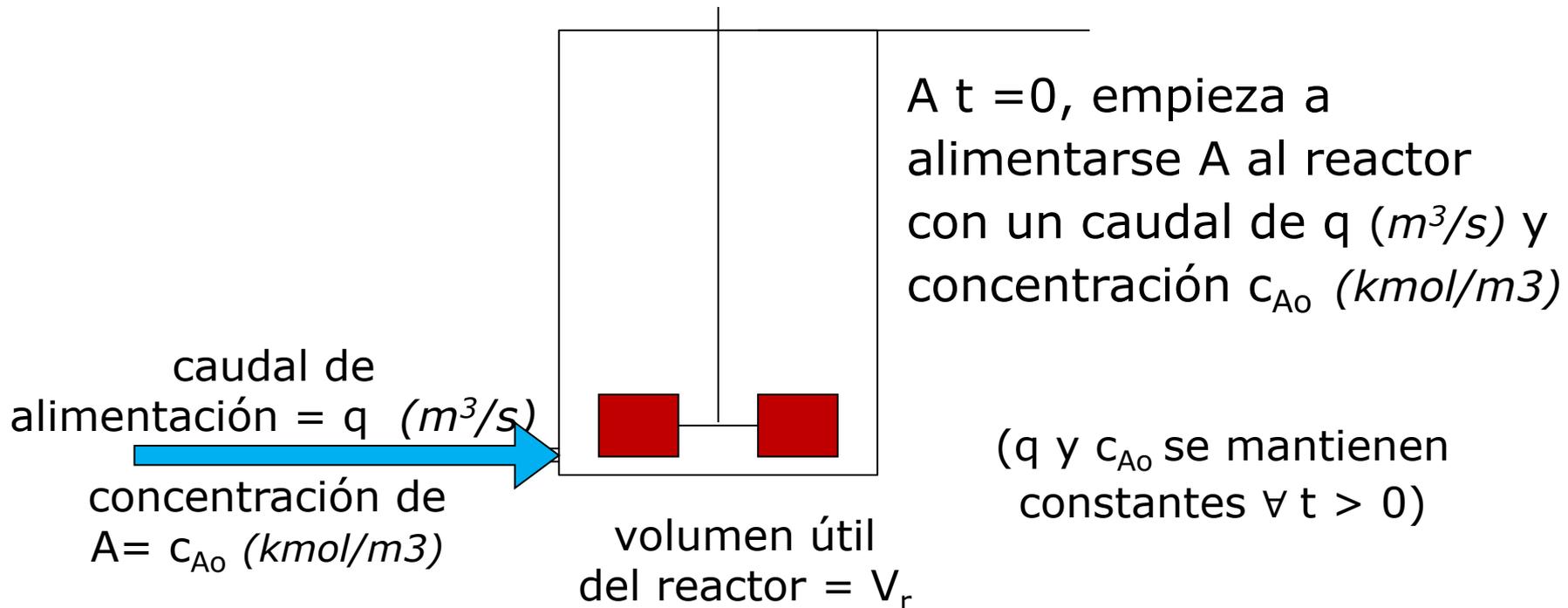
## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Reacción irreversible (en fase líquida)



con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

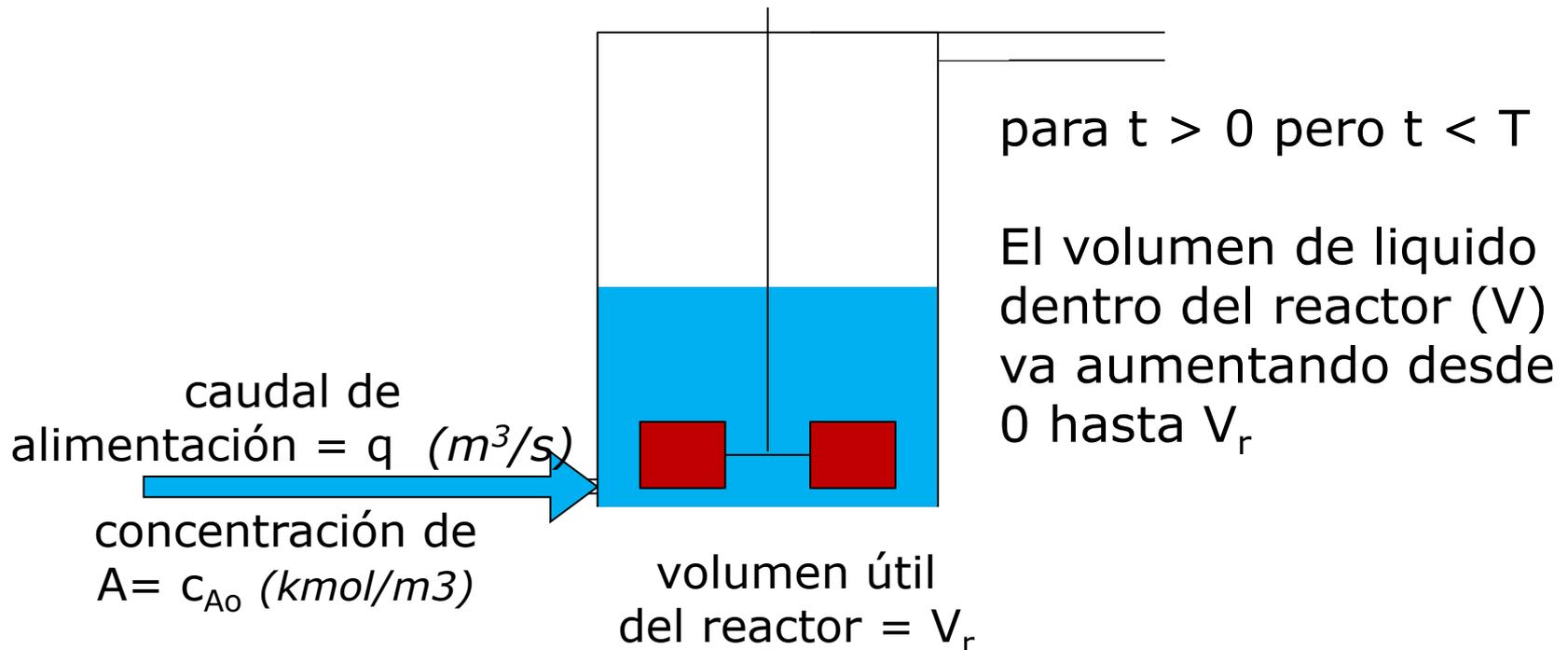
## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Reacción irreversible (en fase líquida)



con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

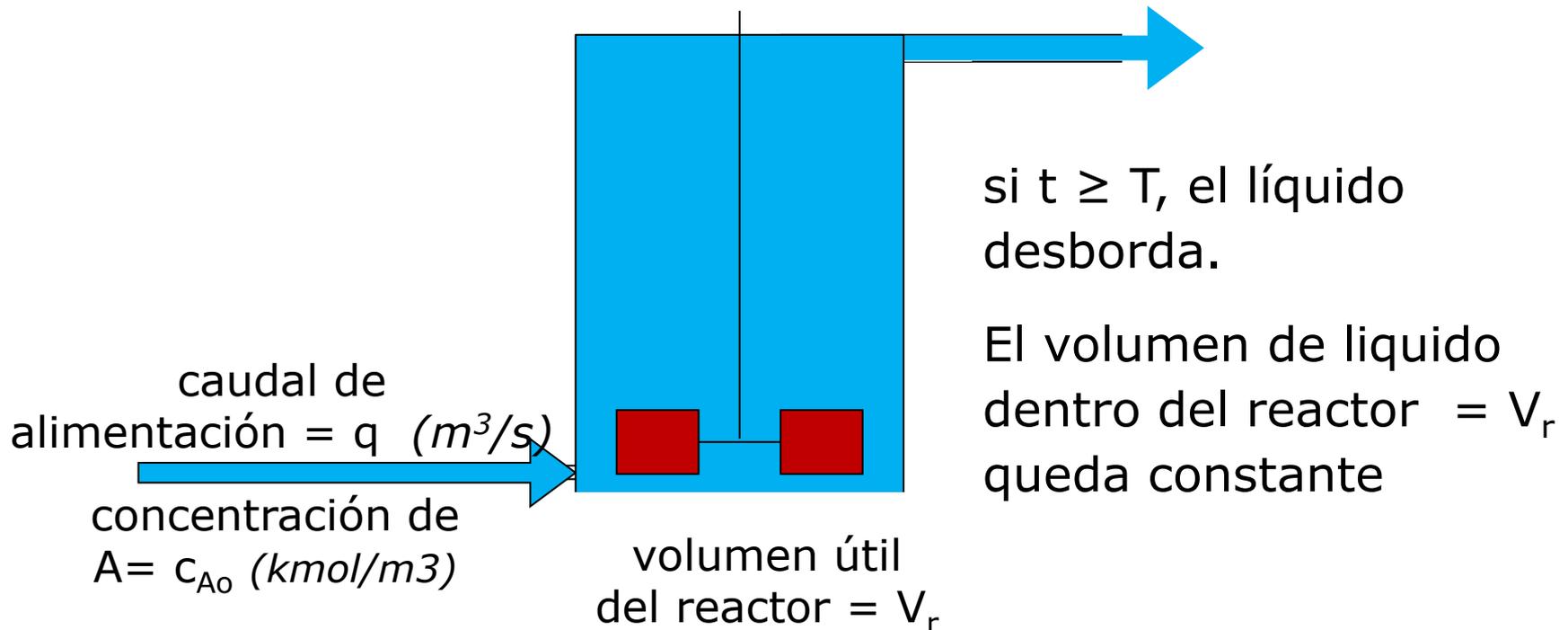
## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Reacción irreversible (en fase líquida)



con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$

La densidad del líquido no cambia en el proceso.



# EJEMPLO

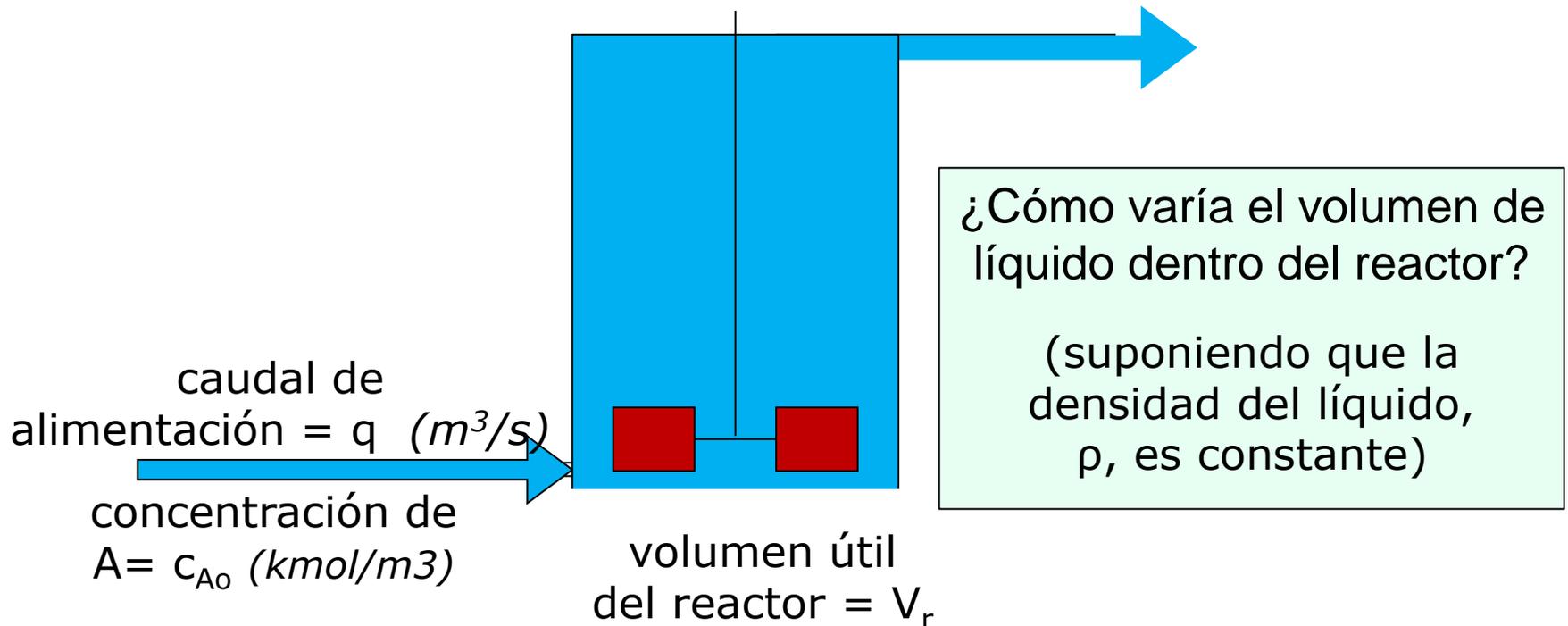
## Reactor de tanque continuo idealmente agitado

Reacción irreversible (en fase líquida)



con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$   $[(\text{kmol}/\text{s})/\text{m}^3]$

La densidad del líquido no cambia en el proceso.

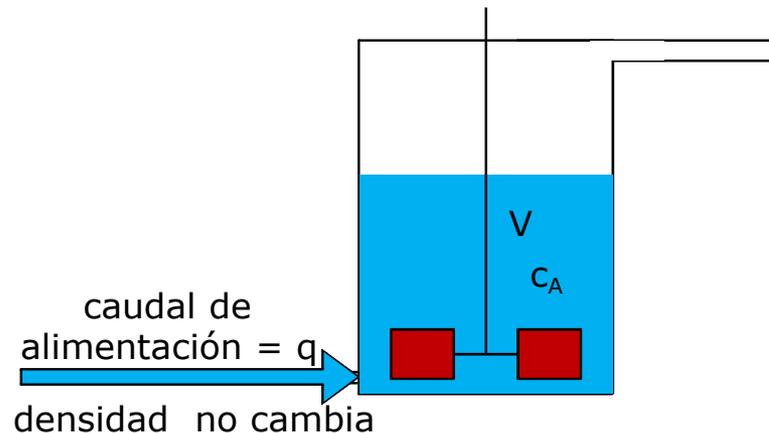


# Balance (estado transitorio)

## 1. Balance total en el reactor, durante el llenado

(la densidad del líquido,  $\rho$ , es constante)

$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$



# Balance (estado transitorio)

## 1. Balance total en el reactor, durante el llenado

(la densidad del líquido,  $\rho$ , es constante)

Cantidad total en el tanque =  $M = V \rho$

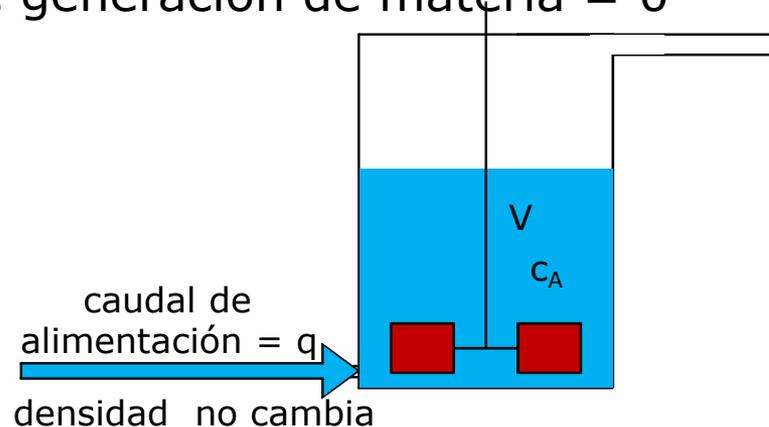
Velocidad de acumulación =  $d(V \rho)/dt$

Velocidad de entrada de materia =  $q \rho$

Velocidad de salida de materia = 0 (durante el llenado, no sale)

Velocidad de consumo de materia = 0

Velocidad de generación de materia = 0



# Balance (estado transitorio)

## 1. Balance total en el reactor, durante el llenado

(la densidad del líquido,  $\rho$ , es constante)

Cantidad total en el tanque =  $M = V \rho$

Velocidad de acumulación =  $d(V \rho)/dt = \rho (dV/dt)$

Velocidad de entrada de materia =  $q \rho$

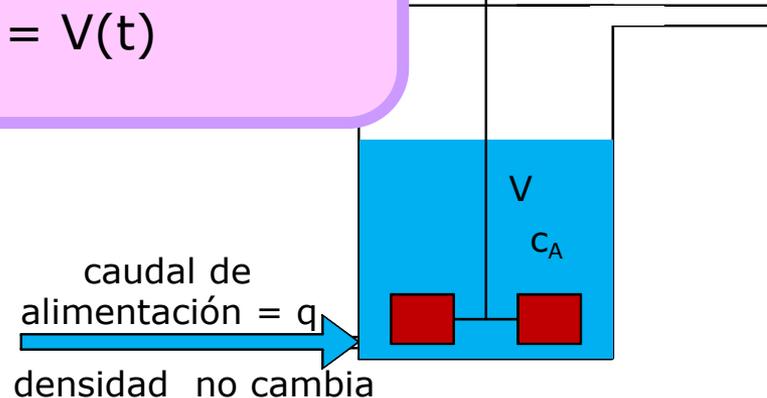
Velocidad de salida de materia = 0 (durante el llenado, no sale)

Velocidad de entrada de materia = 0

Velocidad de salida de materia = 0

$\rho$  es constante, pero  $V$   
varía con el tiempo

$$V = V(t)$$



# Balance (estado transitorio)

## 1. Balance total en el reactor, durante el llenado

(la densidad del líquido,  $\rho$ , es constante)

$$\text{Cantidad total en el tanque} = M = V \rho$$

$$\text{Velocidad de acumulación} = d(V \rho)/dt = \rho (dV/dt)$$

$$\text{Velocidad de entrada de materia} = q \rho$$

$$\text{Velocidad de salida de materia} = 0 \quad (\text{durante el llenado, no sale})$$

$$\text{Velocidad de consumo de materia} = 0$$

$$\text{Velocidad de generación de materia} = 0$$

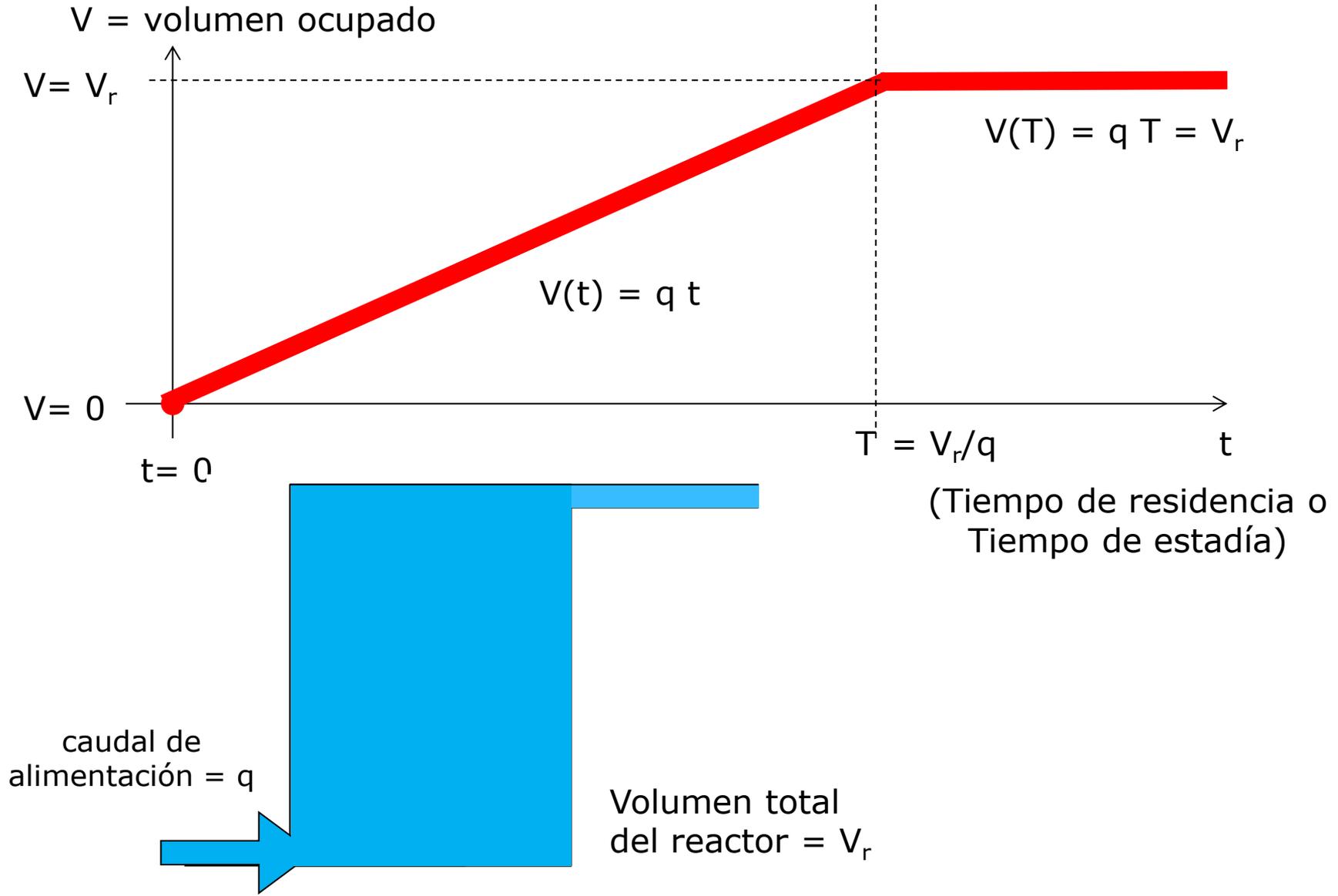
$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$

$$\rho (dV/dt) = q \rho$$

$$\rho dV = q \rho dt \rightarrow \int dV = q \int dt \rightarrow V(t) - V(0) = q t$$

Como inicialmente el reactor está vacío,  $V(0) = 0$ ,  
por lo que, mientras se llena  $V = q t$

# Reactor de tanque continuo idealmente agitado

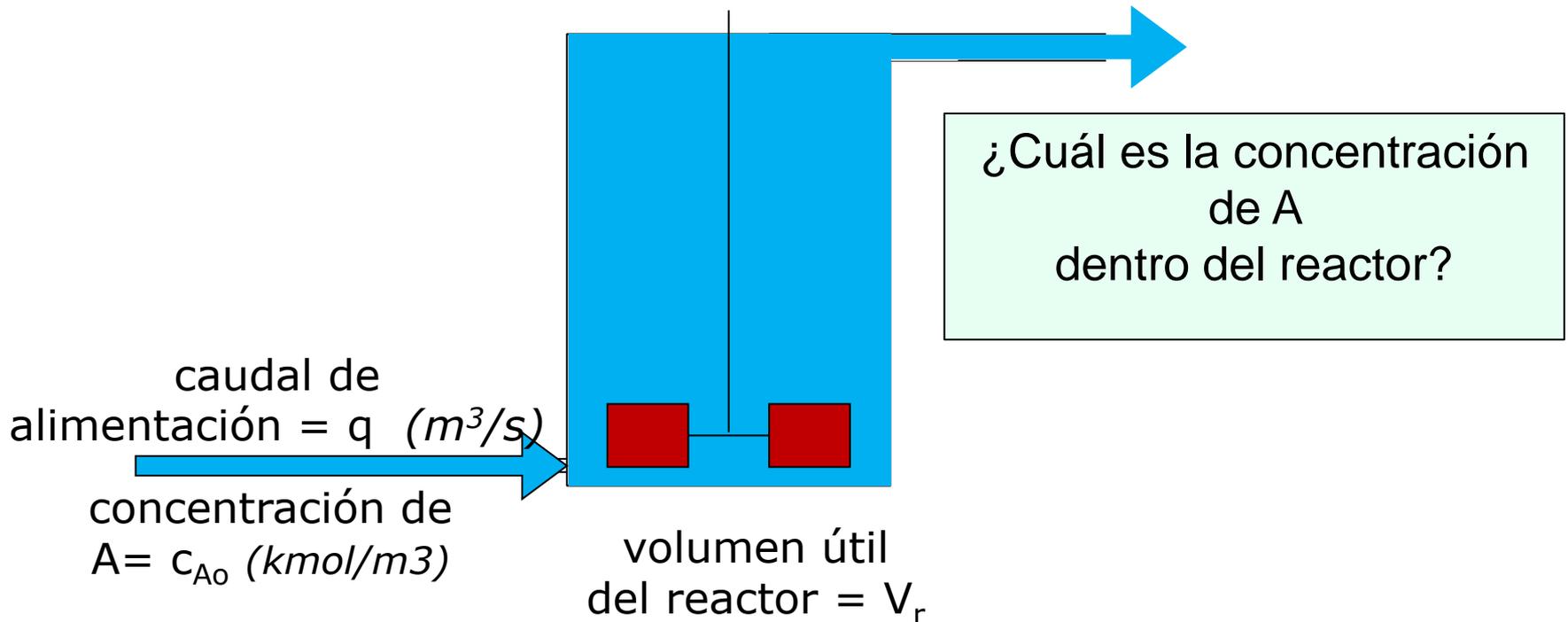


# Balance (estado transitorio)

Reacción irreversible, isotérmica y con densidad constante



con velocidad de conversión  $R_A = kc_A$  [kmol/m<sup>3</sup>s]

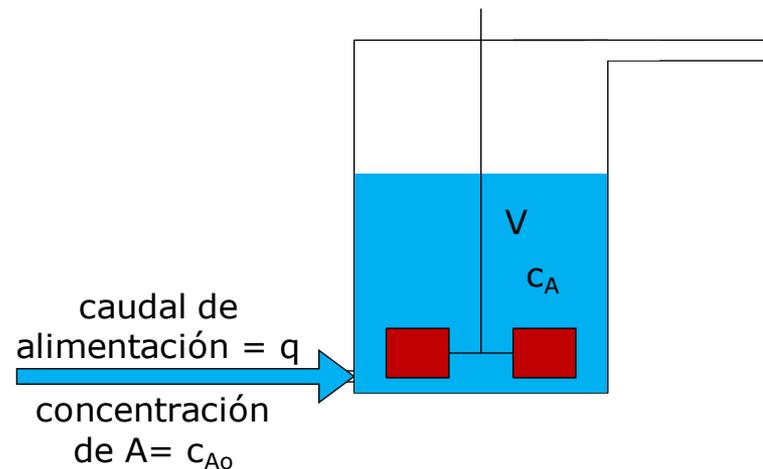


Tiempo de residencia,  $T = V_r / q$

# Balance (estado transitorio)

## 1. Balance de A en el reactor, durante el llenado

$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$



Se supone que debido a que la mezcla es perfecta, existe una concentración uniforme ( $c_A$ ) en todo el líquido del tanque.

estado transitorio)

reactor, durante el llenado

Cantidad de A en el tanque  $= c_A V$

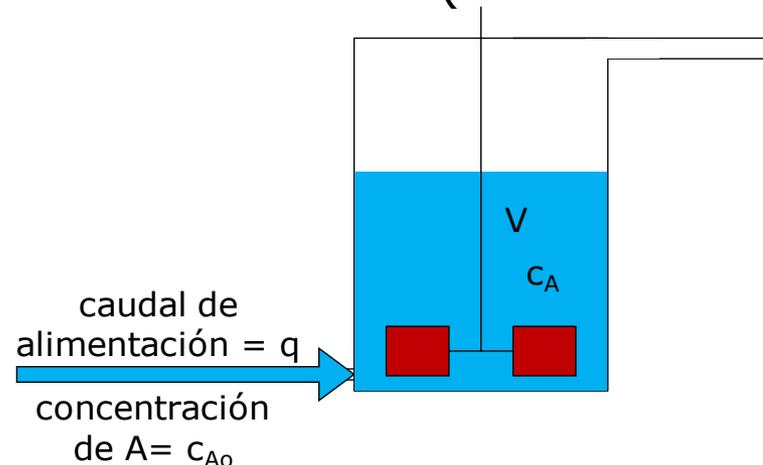
Velocidad de acumulación de A  $= d(c_A V)/dt$

Velocidad de entrada de A  $= q c_{A0}$

Velocidad de consumo de A  $= k c_A V$

Velocidad de generación  $= 0$  (no se produce A)

Velocidad de salida de A  $= 0$  (durante el llenado, no sale A)



# Balance (estado transitorio)

1 Véase que tanto  $c_A$  como  $V$  varían con el tiempo

$$c_A = c_A(t)$$

$$V = V(t)$$

$$m_A = c_A V$$

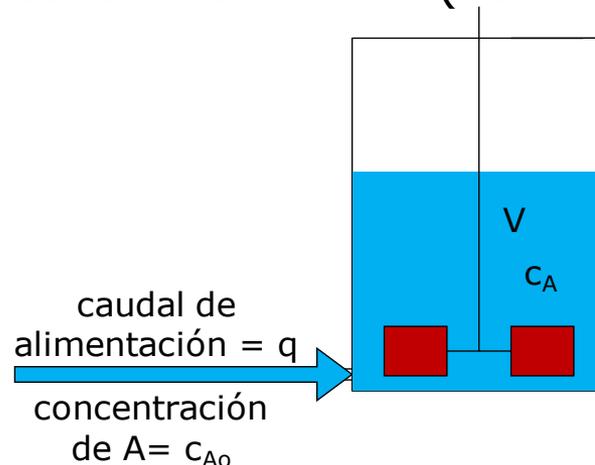
$$\frac{dm_A}{dt} = d(c_A V)/dt$$

$$\text{Velocidad de entrada de A} = q c_{A0}$$

$$\text{Velocidad de consumo de A} = k c_A V$$

$$\text{Velocidad de generación} = 0 \quad (\text{no se produce A})$$

$$\text{Velocidad de salida de A} = 0 \quad (\text{durante el llenado, no sale A})$$



$$\text{Velocidad conversión } R_A = k c_A \quad \text{kmol/s m}^3$$

(reacción de primer orden)

# Balance (estado transitorio)

## 1. Balance de A en el reactor, durante el llenado

$$t < T = V_r / q$$

$$\text{Cantidad de A en el tanque} = c_A V$$

$$\text{Velocidad de acumulación de A} = d(c_A V)/dt$$

$$\text{Velocidad de entrada de A} = q c_{A0}$$

$$\text{Velocidad de consumo de A} = k c_A V$$

$$\text{Velocidad de generación} = 0 \quad (\text{no se produce A})$$

$$\text{Velocidad de salida de A} = 0 \quad (\text{durante el llenado, no sale A})$$

$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$

$$d(c_A V)/dt = q c_{A0} - k c_A V$$

# Balance (estado transitorio)

$$d(c_A V)/dt = qc_{A0} - kc_A V \quad (1)$$

como  $V = qt$ , y  $q$  es constante, entonces:

$$d(c_A V)/dt = d(c_A qt)/dt = q d(c_A t)/dt =$$

$$qc_{A0} - kc_A V = q c_{A0} - k c_A q t = q (c_{A0} - kc_A t)$$

Reemplazando en (1):  $d(c_A t)/dt = c_{A0} - k(c_A t)$

Si definimos  $u(t) \equiv c_A(t) t \Rightarrow \boxed{du/dt = c_{A0} - ku}$

$$\frac{du}{c_{A0} - k u} = dt \Rightarrow \frac{du}{(c_{A0}/k) - u} = k dt$$

$$\int_{u(0)}^{u(t)} \frac{du}{(c_{A0}/k) - u} = \int_0^t k dt \Rightarrow \ln \frac{(c_{A0}/k) - u(0)}{(c_{A0}/k) - u(t)} = k t$$

## Balance (estado transitorio)

$$\int_{u(0)}^{u(t)} \frac{du}{(c_{A0}/k) - u} = \int_0^t k dt \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{(c_{A0}/k) - u(0)}{(c_{A0}/k) - u(t)} = k t$$

$$\frac{1}{[1 - (k/c_{A0}) u(t)]} = e^{kt} \quad [1 - (k/c_{A0}) u(t)] = e^{-kt}$$

$$(k/c_{A0}) u(t) = 1 - e^{-kt} \quad u(t) = c_{A0} (1 - e^{-kt})/k$$

$$c_A(t) = \frac{c_{A0} (1 - e^{-kt})}{k t}$$

(para  $t \leq T = V_r/q$ )

Cantidad de A en el tanque =  $c_A V = c_{A0} q(1 - e^{-kt})/k$  (para  $t \leq T = V_r/q$ )

Concentración de A en el tanque en el instante que se llena ( $t = T$ ):

$$c_A(T) = c_{A0} (1 - e^{-kT})/kT$$

Concentración de A en el tanque a  $t = 0$ ?

## Balance (estado transitorio)

Una vez lleno, el volumen dentro del reactor queda constante ( $= V_r$ )

el reactor cuando está desbordando

$$V = V_r \quad \forall t \geq T = V_r/q$$

Cantidad de A en el tanque  $= c_A V_r$

Velocidad de acumulación de A  $= d(c_A V_r)/dt = V_r (dc_A/dt)$

Velocidad de entrada de A  $= q c_{A0}$

Velocidad de consumo de A  $= k c_A V_r$

Velocidad de generación = 0 (no se produce A)

Velocidad de salida de A  $= q_{salida} c_A$

Como vimos antes, como la densidad es siempre la misma:

$$q_{salida} = q$$

# Balance (estado transitorio)

## 2. Balance de A en el reactor cuando está desbordando

$$t \geq T = V_r/q \qquad V = V_r \quad \forall t \geq T = V_r/q$$

$$\text{Cantidad de A en el tanque} = c_A V_r$$

$$\text{Velocidad de acumulación de A} = d(c_A V_r)/dt = V_r (dc_A/dt)$$

$$\text{Velocidad de entrada de A} = q c_{A0}$$

$$\text{Velocidad de consumo de A} = k c_A V_r$$

$$\text{Velocidad de generacion} = 0 \quad (\text{no se produce A})$$

$$\text{Velocidad de salida de A} = q_{\text{salida}} c_A = q c_A$$

$$\text{vel acum} = \text{vel entr} - \text{vel sal} + \text{vel gen} - \text{vel cons}$$

$$V_r dc_A/dt = q c_{A0} - q c_A - k c_A V_r$$

Dividiendo entre  $V_r$  ...

$$dc_A/dt = c_{A0} / T - (1/T + k) c_A$$

# Balance (estado transitorio)

---

$$dc_A/dt = c_{A0} / T - (1/T + k) c_A$$

Determinación de  $c_A(t)$ ...

$$dc_A/dt = (1/T) [c_{A0} - (1 + kT) c_A]$$

$$\frac{dc_A}{c_{A0} - (1 + kT) c_A} = \frac{dt}{T}$$

$$\frac{dc_A}{[c_{A0}/(1+kT)] - c_A} = \frac{(1+kT) dt}{T}$$

Integramos entre  $c_A(T)$  y  $c_A(t)$ , y entre  $T$  y  $t$

.....

# Balance (estado transitorio)

---

$$dc_A/dt = c_{A0} / T - (1/T + k) c_A$$

Es probable que si el sistema se mantiene en esas condiciones, evolucione hacia un nuevo estado estacionario.

¿Cuál será la concentración de A en ese nuevo estado estacionario?

Un camino posible para saberlo:

- resolver la ecuación diferencial (hallar  $c_A(t)$ ),  
y luego,
- calcular el límite para cuando  $t \rightarrow \infty$

# Balance (estado transitorio)

---

$$dc_A/dt = c_{A0} / T - (1/T + k) c_A$$

Aun sin resolver la ecuación diferencial podemos concluir cosas a partir del análisis de dicha ecuación....

# Balance (estado transitorio)

---

$$dc_A/dt = c_{A0} / T - (1/T + k) c_A$$

Luego de un largo tiempo ( $t$  tiende a infinito) se alcanza el estado estacionario con una concentración de A,  $c_{A\infty}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_A = c_{A\infty} \quad \dots \text{ y a su vez: } \lim_{t \rightarrow \infty} dc_A/dt = 0$$

Si aplicamos límites a la ecuación diferencial...

# Balance (estado transitorio)

$$dc_A/dt = c_{A0} / T - (1/T + k) c_A$$

Luego de un largo tiempo (t tiende a infinito) se alcanza el estado estacionario con una concentración de A,  $c_{A\infty}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_A = c_{A\infty} \quad \dots \text{ y a su vez: } \lim_{t \rightarrow \infty} dc_A/dt = 0$$

Si aplicamos límites a la ecuación diferencial...

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [dc_A/dt] = \lim_{t \rightarrow \infty} [c_{A0} / T - (1/T + k) c_A]$$

$$\text{Al reemplazar } 0 = c_{A0} / T - (1/T + k) c_{A\infty}$$

$$\text{despejando, } c_{A\infty} = c_{A0} / (1 + kT)$$

$$\text{pero } T = V_r/q, \text{ o sea que: } c_{A\infty} = c_{A0} / (1 + k V_r/q)$$

# Balance (estado transitorio)

$$dc_A/dt = c_{A0} / T - (1/T + k) c_A$$

Luego de un largo tiempo (t tiende a infinito) se alcanza el estado estacionario con una concentración de A,  $c_{A\infty}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_A = c_{A\infty} \quad \dots \text{ y a su vez: } \lim_{t \rightarrow \infty} dc_A/dt = 0$$

Si aplicamos límites a la ecuación diferencial...

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [dc_A/dt] = \lim_{t \rightarrow \infty} [c_{A0} / T - (1/T + k) c_A]$$

$$\text{Al reemplazar} \quad 0 = c_{A0} / T - (1/T + k) c_{A\infty}$$

$$\text{despejando,} \quad c_{A\infty} = c_{A0} / (1 + kT)$$

$$\text{pero } T = V_r/q, \text{ o sea que: } c_{A\infty} = c_{A0} / (1 + k V_r/q)$$

# Balance (estado transitorio)

$$dc_A/dt = c_{A0} / T - (1/T + k) c_A$$

Luego de un largo tiempo ( $t$  tiende a infinito) se alcanza el estado estacionario con una concentración de A,  $c_{A\infty}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_A = c_{A\infty} \quad \text{y a su vez:} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} dc_A/dt = 0$$

Si aplicamos límite

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [c_{A0} / T - (1/T + k) c_A]$$

que es el resultado al que  
habíamos llegado cuando  
analizamos el caso de estado  
estacionario

Al reemplazar

$$0 = c_{A0} / T - (1/T + k) c_{A\infty}$$

despejando,

$$c_{A\infty} = c_{A0} / (1 + kT)$$

pero  $T = V_r/q$ , o sea que:

$$c_{A\infty} = c_{A0} / (1 + k V_r/q)$$