Carta de Smith

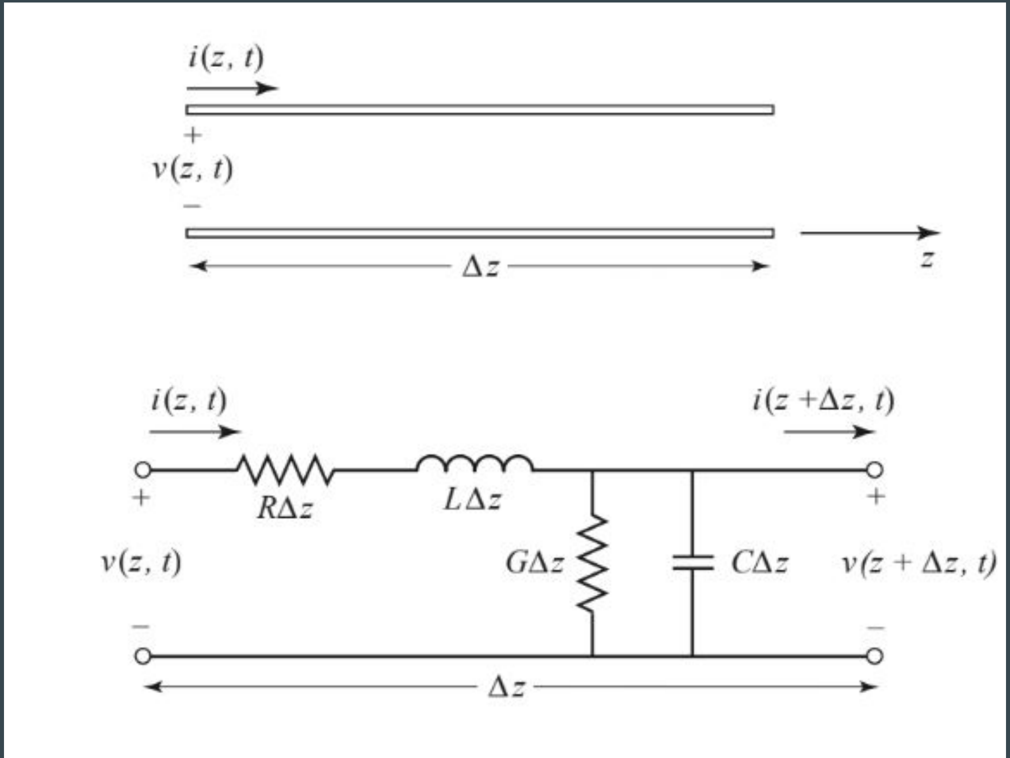
Circuitos de Radiofrecuencia

Curso: año 2023

Temario

- Repaso : Líneas de Transmisión
- Repaso: Carta de Smith
- Ejercicio

Ecuación del telegrafista



$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -Ri(z,t) - L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t},$$
$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -Gv(z,t) - C\frac{\partial v(z,t)}{\partial t}.$$

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L)I(z),$$
$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z).$$

$$V(z) = V_o^+ e^{-\gamma z} + V_o^- e^{\gamma z},$$
$$I(z) = I_o^+ e^{-\gamma z} + I_o^- e^{\gamma z},$$

Ecuaciones de línea (sin pérdidas)

$$\frac{V_o^+}{I_o^+} = Z_0 = \frac{-V_o^-}{I_o^-}.$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta},$$

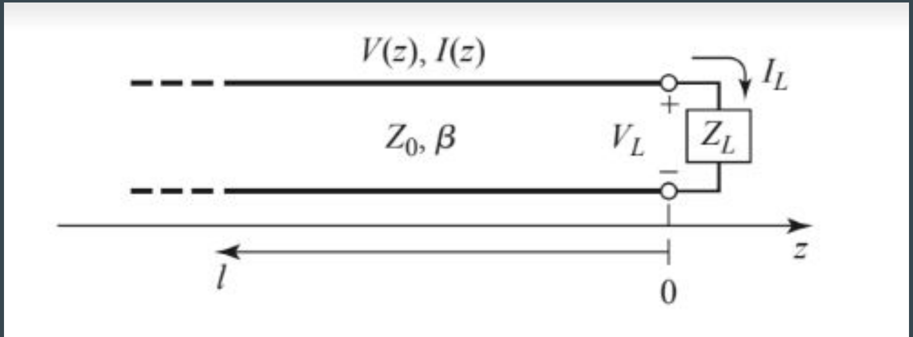
$$V(z) = V_o^+ e^{-j\beta z} + V_o^- e^{j\beta z},$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_0} e^{j\beta z}.$$

Línea terminada sin pérdidas

$$V(z) = V_o^+ e^{-j\beta z} + V_o^- e^{j\beta z},$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_0} e^{j\beta z}.$$



$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V_o^+ + V_o^-}{V_o^+ - V_o^-} Z_0.$$

$$V(z) = V_o^+ \left(e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}\right),$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} \left(e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}\right).$$

$$\Gamma = \frac{V_o^-}{V_o^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}.$$

Coeficiente de reflección de voltaje

Potencia transmitida

$$V(z) = V_o^+ e^{-j\beta z} + V_o^- e^{j\beta z},$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_0} e^{j\beta z}.$$

$$P_{\text{avg}} = \frac{1}{2}\text{Re}\left\{V(z)I(z)^*\right\} = \frac{1}{2}\frac{|V_o^+|^2}{Z_0}\text{Re}\left\{1 - \Gamma^* e^{-2j\beta z} + \Gamma e^{2j\beta z} - |\Gamma|^2\right\},$$

$$P_{\text{avg}} = \frac{1}{2}\frac{|V_o^+|^2}{Z_0}\left(1 - |\Gamma|^2\right),$$

Onda estacionaria

$$V(z) = V_o^+ e^{-j\beta z} + V_o^- e^{j\beta z},$$
$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_0} e^{j\beta z}.$$

Return Loss

$$\mathrm{RL} = -20 \log |\Gamma| \ \mathrm{dB},$$

Carga adaptada $\mathbf{\Gamma} = 0$ → RL= ∞ dB (no reflejada)

Se refleja toda la potencia incidente $|\mathbf{\Gamma}| = 1$ → RL=0 dB

$$|V(z)| = |V_o^+||1 + \Gamma e^{2j\beta z}| = |V_o^+||1 + \Gamma e^{-2j\beta \ell}|$$

$$V_{\max} = |V_o^+|(1 + |\Gamma|).$$

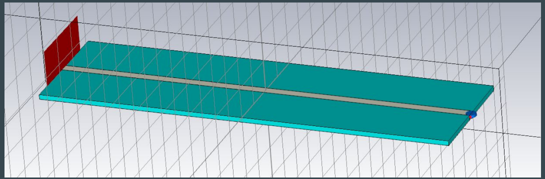
$$V_{\min} = |V_o^+|(1 - |\Gamma|).$$

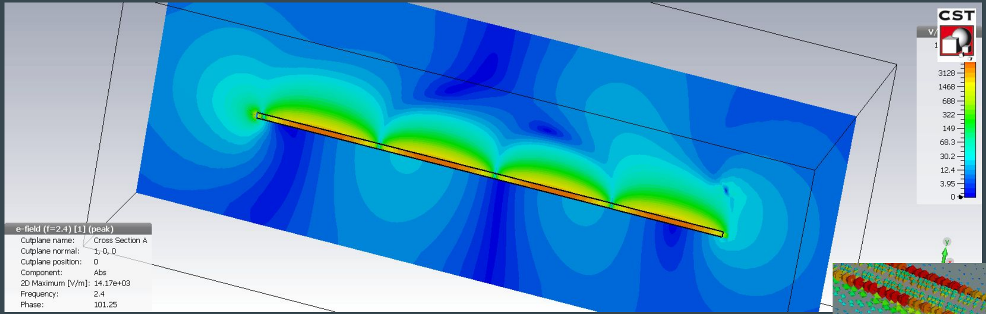
Voltage Standing Wave Ratio (VSWR)

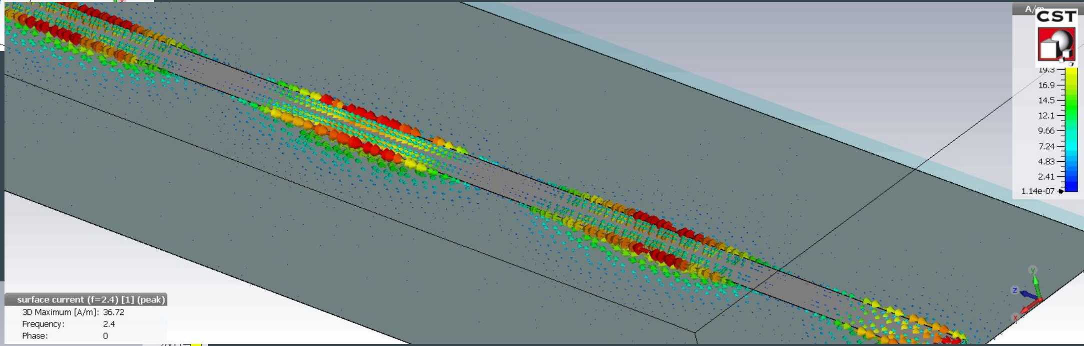
$$\mathrm{SWR} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}.$$

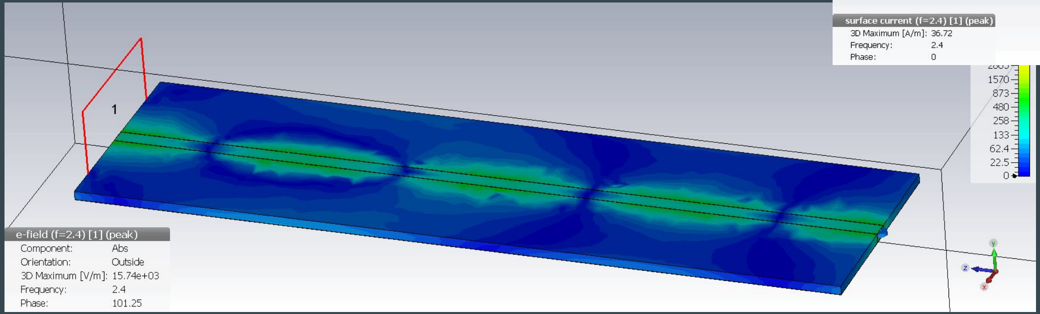
$1 \leq \mathrm{SWR} \leq \infty$

Microstripline



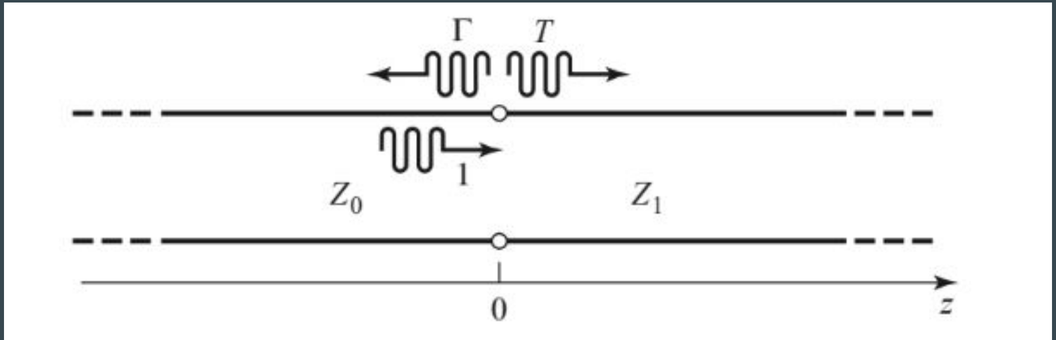






Pérdidas de inserción

$$\Gamma = \frac{V_o^-}{V_o^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}.$$



$$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}.$$

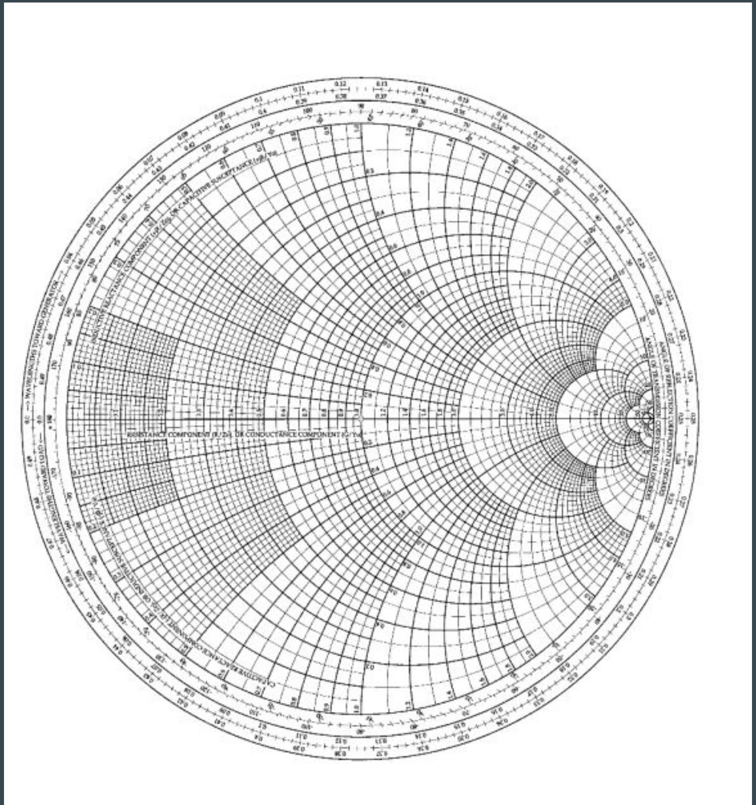
$$V(z) = V_o^+ T e^{-j\beta z} \quad \text{for } z > 0.$$

$$T = 1 + \Gamma = 1 + \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0}.$$

$$\text{IL} = -20 \log |T| \text{dB}.$$

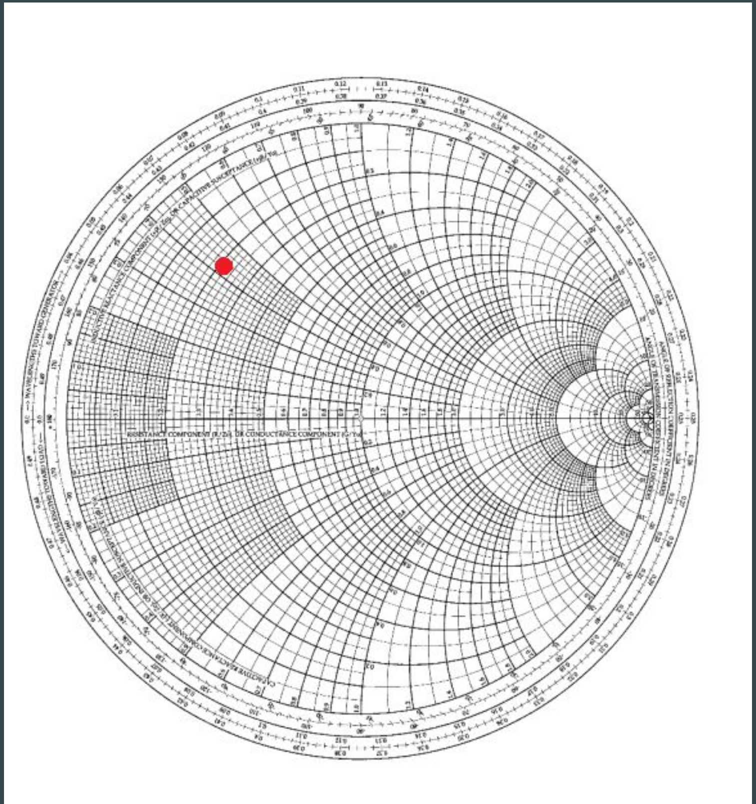
Carta de Smith

- Utilizada cuando se hace medidas de un único puerto
  - Coeficiente de reflexión (S_{xx})
- Nos muestra la impedancia de carga Z_L relativo a Z_0
- Fácil visualización de impedancias complejas:



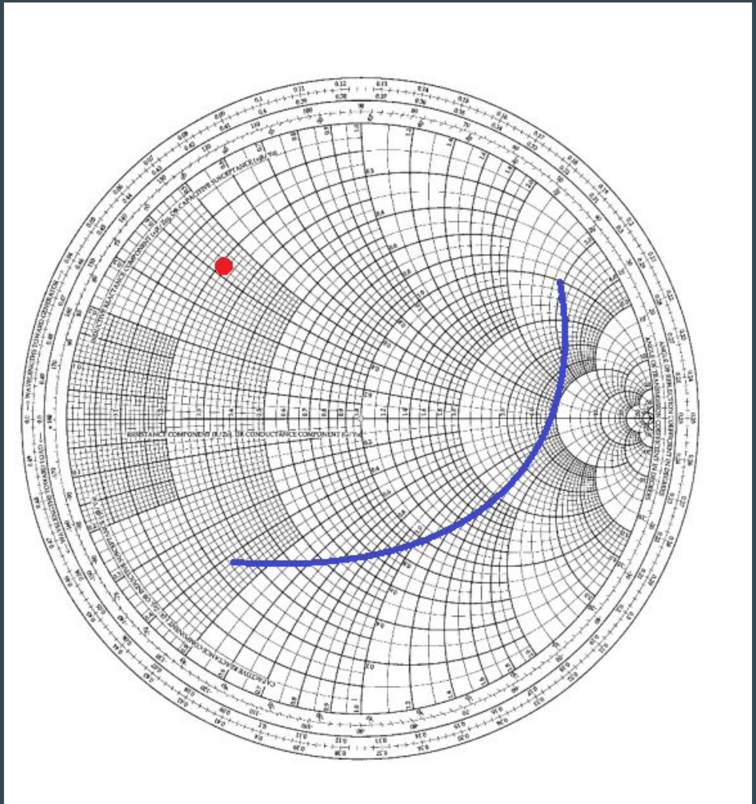
Carta de Smith

- Utilizada cuando se hace medidas de un único puesto
  - Coeficiente de reflexión (S_{xx})
- Nos muestra la impedancia de carga Z_L relativo a Z_0
- Fácil visualización de impedancias complejas:
  - Puntos individuales



Carta de Smith

- Utilizada cuando se hace medidas de un único puesto
  - Coeficiente de reflexión (S_{xx})
- Nos muestra la impedancia de carga Z_L relativo a Z_0
- Fácil visualización de impedancias complejas:
  - Puntos individuales
  - Trazos (Impedancia vs Frecuencia)



Plano cartesianos a la Carta de Smith

- La carta de Smith mapea: **Impedancia compleja Z** $\longrightarrow$ **Coef. de ref. Γ (polar)**

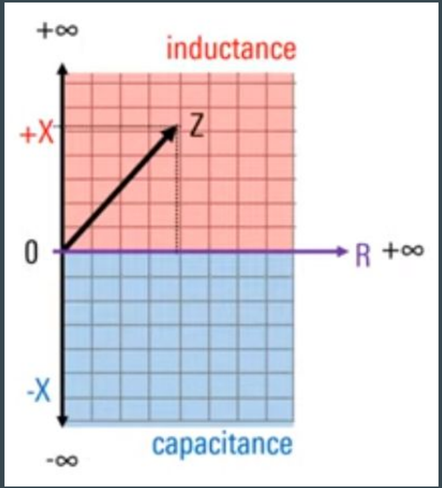
$$\Gamma = \frac{Z - Z_o}{Z + Z_o}$$

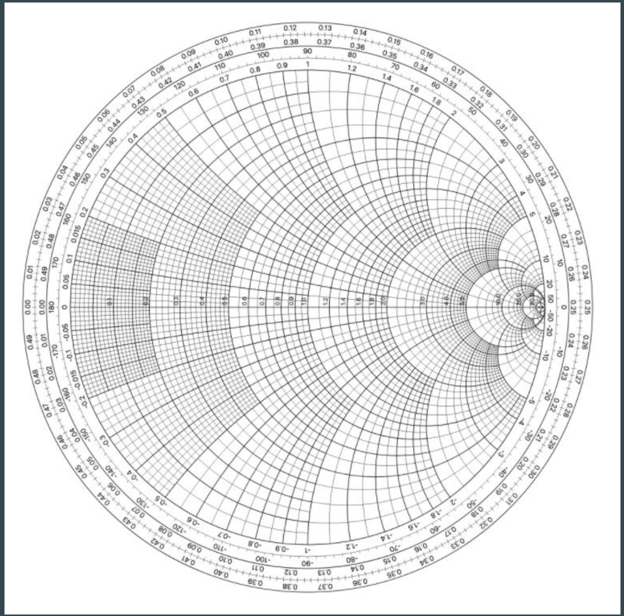
Tomando las impedancias Z tal que Re[Z] ≥ 0

$$z = \frac{Z}{Z_o} = \frac{R + jX}{Z_o} = r + jx$$

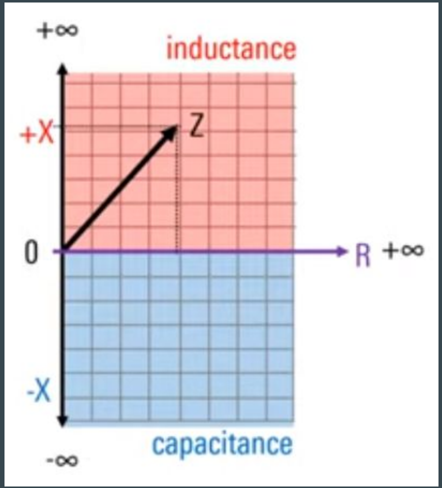
$$\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1}$$

Plano cartesianos a la Carta de Smith

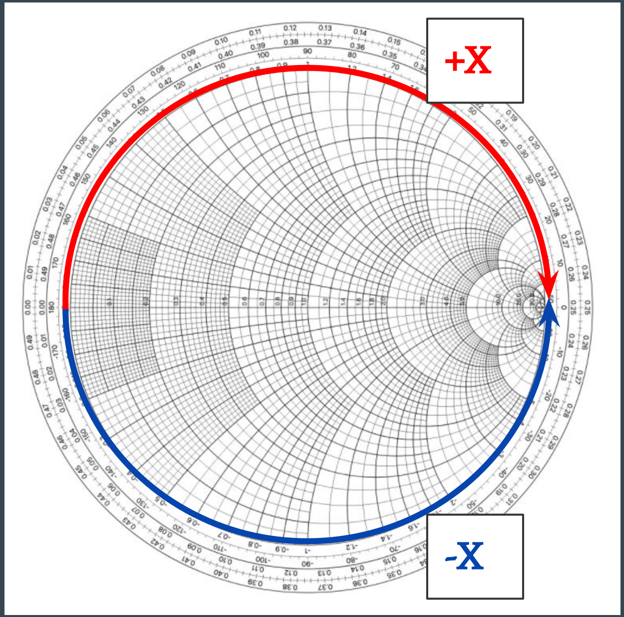




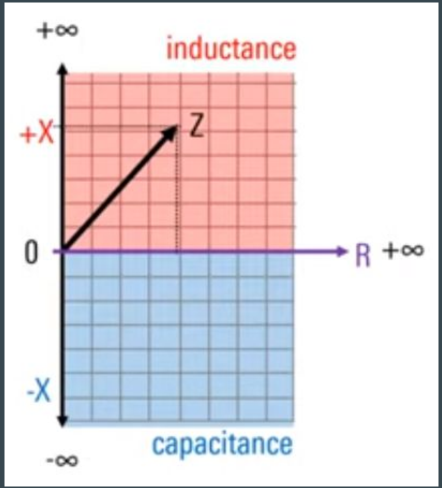
Plano cartesianos a la Carta de Smith



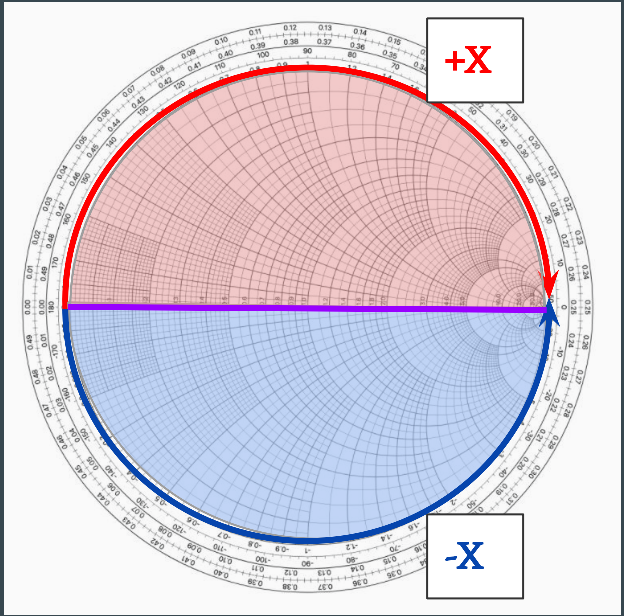
$$\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1}$$



Plano cartesianos a la Carta de Smith



$$\Gamma = \frac{z-1}{z+1}$$



Inductivo

Resistivo

Capacitivo

Círculos de resistencia constante

$z = r + jx$

$$\Gamma = \frac{z-1}{z+1}$$

$$\Gamma = U + jV = \frac{(r-1) + jx}{(r+1) + jx}$$

$$V = \frac{2x}{(r+1)^2 + x^2}$$

$$U = \frac{r^2 - 1 + x^2}{(r+1)^2 + x^2}$$

Elimino x

$$\left(U - \frac{r}{r+1}\right)^2 + V^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2$$

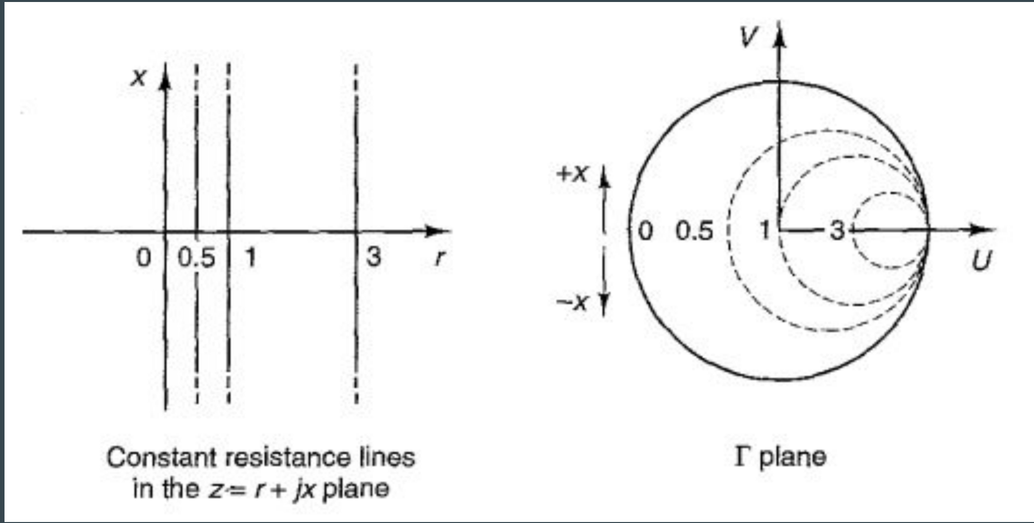
Centro (U,V)

$U = r/(r+1)$ $V = 0$

radio

$1/(r+1)$

Círculos de resistencia constante



$$\left(U - \frac{r}{r+1}\right)^2 + V^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2$$

Círculos de reactancia constante

$$z = r + jx$$

$$\Gamma = \frac{z-1}{z+1}$$

$$\Gamma = U + jV = \frac{(r-1) + jx}{(r+1) + jx}$$

$$V = \frac{2x}{(r+1)^2 + x^2}$$

$$U = \frac{r^2 - 1 + x^2}{(r+1)^2 + x^2}$$

Elimino r

$$(U-1)^2 + \left(V - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

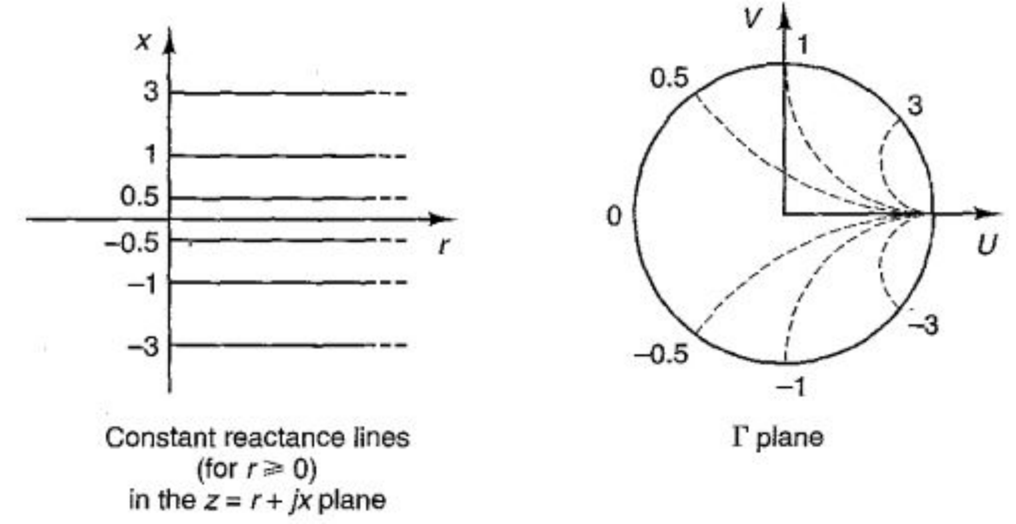
Centro (U,V)

$U = 1$ $V = 1/x$

radio

$1/x$

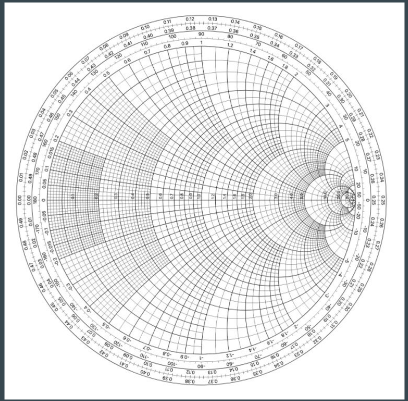
Círculos de reactancia constante

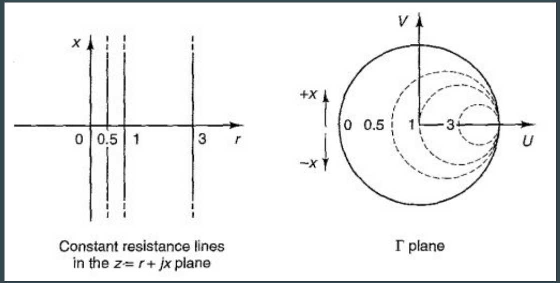


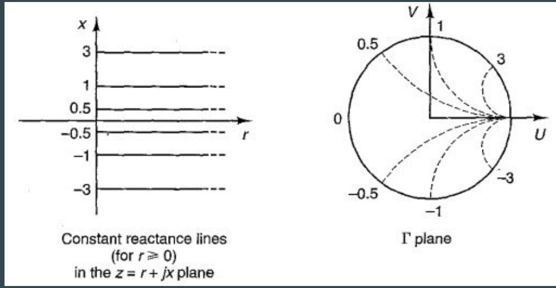
$$(U-1)^2 + \left(V - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

Carta de Smith (Smith Chart)

- Hay una correspondencia uno-a-uno con los puntos en el plano z y los puntos en el plano Γ
- La gráfica de los círculos de resistencia y reactancia constante para Re[z]≥0 es conocido como **Carta de Smith**







Carta de admitancia

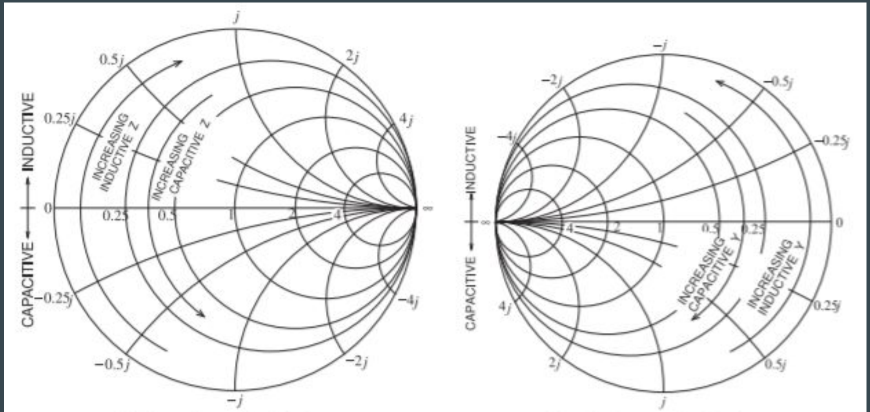
$$\Gamma' = \frac{y-1}{y+1}$$

$$y = Y/Y_o$$

$$z = 1/y$$

$$\Gamma' = -\Gamma$$

$$\Gamma' = \Gamma e^{j\pi}$$



(a) Impedance Smith chart (b) Admittance Smith chart

$$y = \frac{Y}{Y_o} = \frac{G + jB}{Y_o} = g + jb$$

- Circ. **resistencia cte (r)** se transforman en circ. de **conductancia cte (g)**
- Circ. **reactancia constante (x)** se transforman en circ. de s**usceptancia cte (b)**

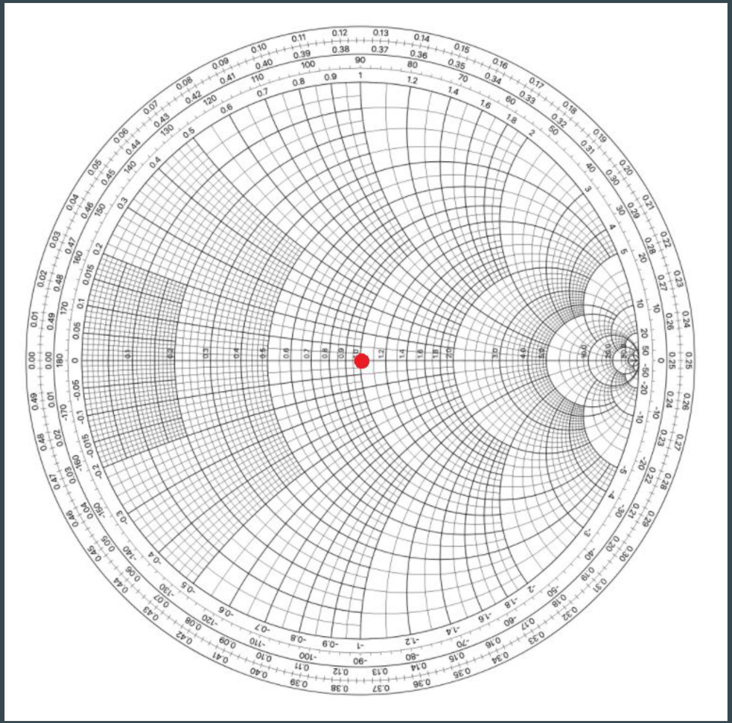
Centro primario

- El centro es la impedancia de fuente Z_0
  - 50Ω en la mayoría de los sistemas de RF
- Valor normalizado a 1.0
  - 50Ω / 50Ω = 1.0

$$Z = 50\,\Omega$$
$$Z_o = 50\,\Omega$$

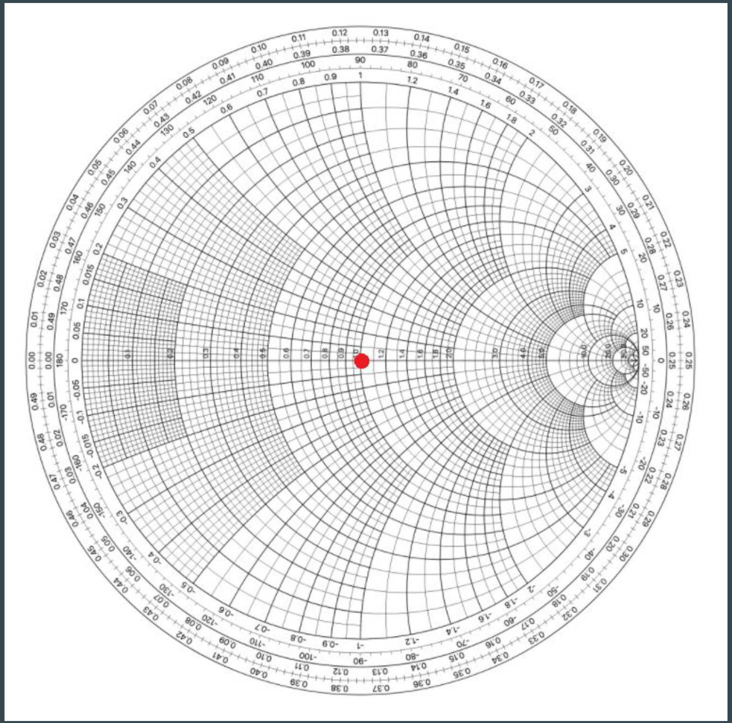
$$\Gamma = \frac{z-1}{z+1}$$

$$z = 1$$
$$\Gamma = 0$$



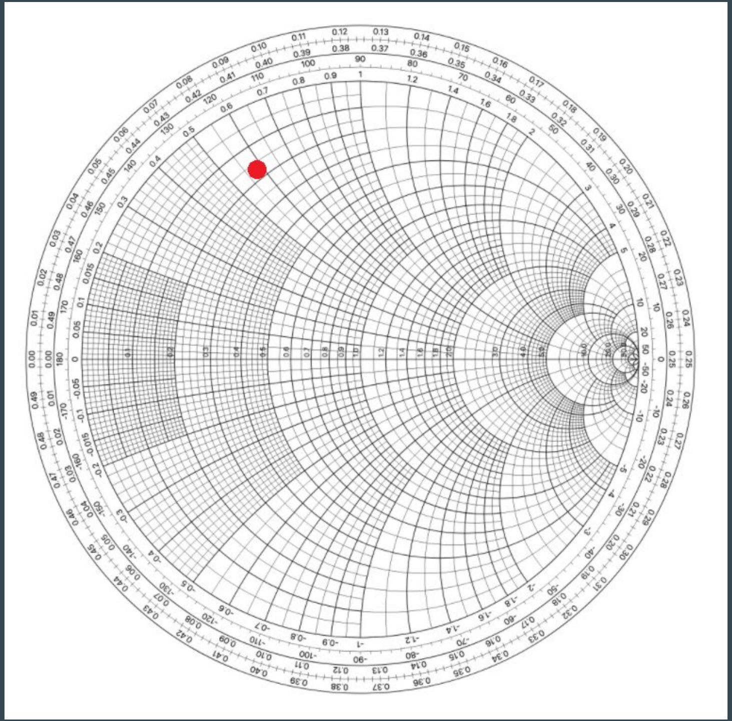
Significado del centro

- Idealmente $Z_L = Z_0$ “adaptado”
- Ej. se mide Z_L y se grafica en la carta



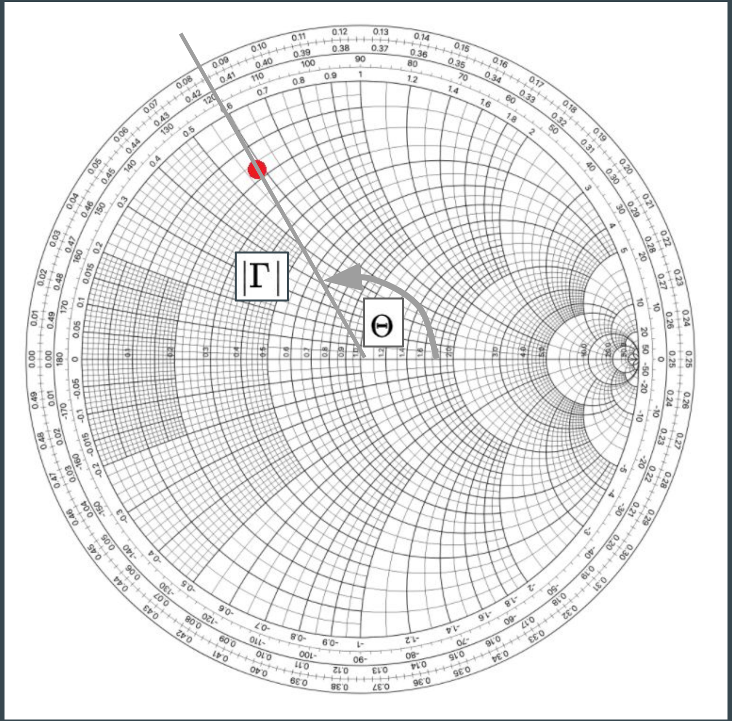
Significado del centro

- Idealmente $Z_L = Z_0$ “adaptado”
- Ej. se mide Z_L y se grafica en la carta
- Cuanto más cerca esté Z_L del centro, mejor va a ser la adaptación de impedancia
- La desadaptación aumenta cuanto más se incrementa la distancia al centro



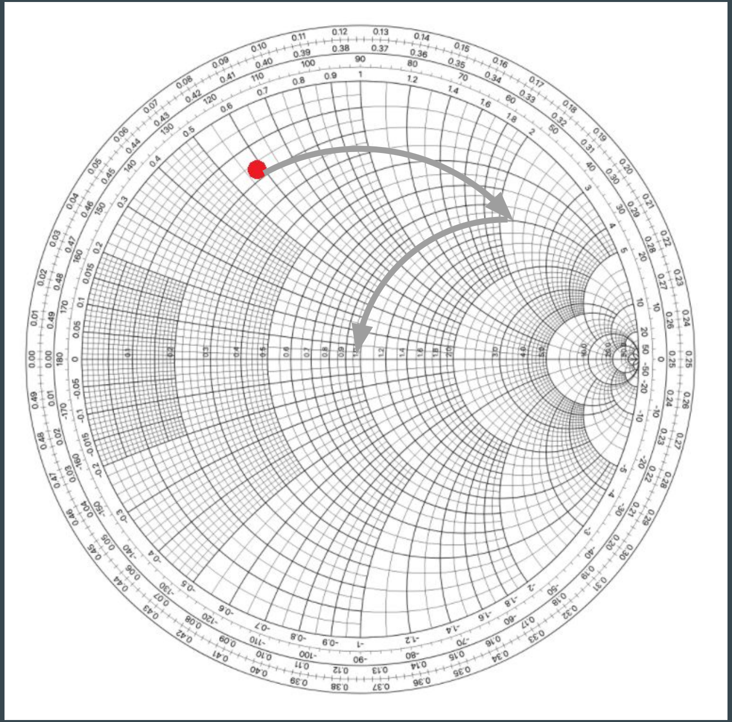
Significado del centro

- Idealmente $Z_L = Z_0$ “adaptado”
- Ej. se mide Z_L y se grafica en la carta
- Cuanto más cerca esté Z_L del centro, mejor va a ser la adaptación de impedancia
- La desadaptación aumenta cuanto más se incrementa la distancia al centro
  - $|\Gamma|$ = distancia desde el centro
  - el argumento lo mido directamente



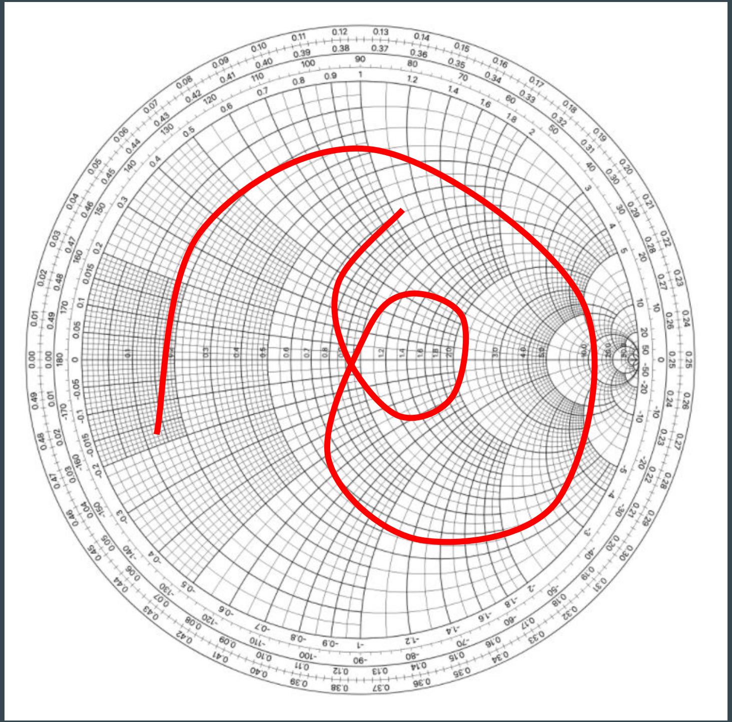
Significado del centro

- Idealmente $Z_L = Z_0$ “adaptado”
- Ej. se mide Z_L y se grafica en la carta
- Cuanto más cerca esté Z_L del centro, mejor va a ser la adaptación de impedancia
- La desadaptación aumenta cuanto más se incrementa la distancia al centro
  - $|\Gamma|$ = distancia desde el centro
  - el argumento lo mido directamente
- Es común “mover” Z_L hacia el centro. Ej utilizando una red de adaptación

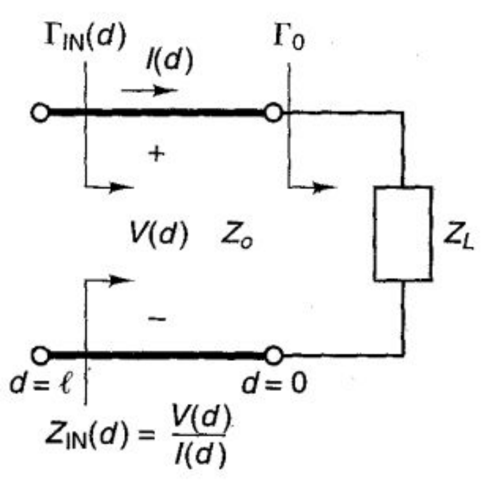


Significado del centro

- Idealmente $Z_L = Z_0$ “adaptado”
- Ej. se mide Z_L y se grafica en la carta
- Cuanto más cerca esté Z_L del centro, mejor va a ser la adaptación de impedancia
- La desadaptación aumenta cuanto más se incrementa la distancia al centro
  - $|\Gamma|$ = distancia desde el centro
  - el argumento lo mido directamente
- Es común “mover” Z_L hacia el centro. Ej utilizando una red de adaptación
- Un dispositivo es resonante en la frecuencia donde la curva se mueve hacia el centro



Cálculo de impedancia en TL



$$\Gamma_{IN}(d) = \frac{B_1 e^{-j\beta d}}{A_1 e^{j\beta d}} = \frac{B_1}{A_1} e^{-2j\beta d}$$

$$\Gamma_0 = \frac{z - 1}{z + 1}$$

$$\Gamma_0 = \Gamma_{IN}(0) = \frac{B_1}{A_1}$$

$$z_{IN}(d) = \frac{1 + \Gamma_{IN}(d)}{1 - \Gamma_{IN}(d)}$$

$$\Gamma_{IN}(d) = \Gamma_0 e^{-j2\beta d}$$

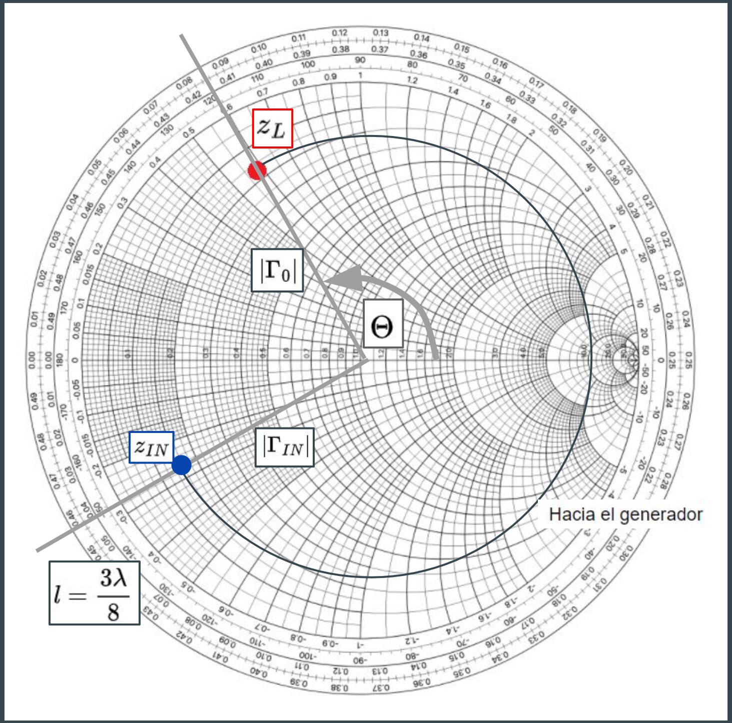
Cálculo de impedancia en TL

$$z_{\text{IN}}(d) = \frac{1 + \Gamma_{\text{IN}}(d)}{1 - \Gamma_{\text{IN}}(d)} \qquad \Gamma_{\text{IN}}(d) = \Gamma_0 e^{-j2\beta d}$$

$$2\beta d = 2\pi \longrightarrow 2\frac{2\pi}{\lambda}d = 2\pi$$

$$\boxed{d = \frac{\lambda}{2}}$$

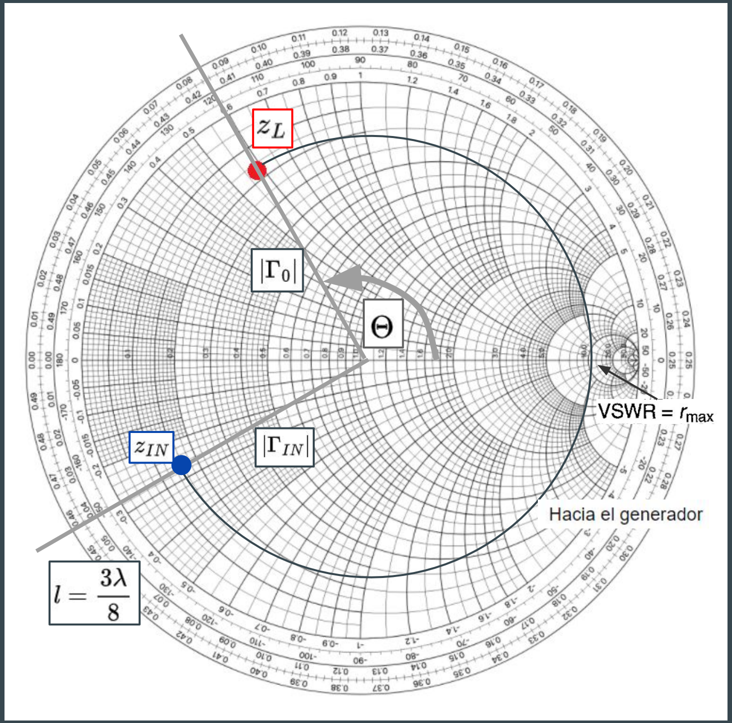
- una vuelta = media longitud de onda



Cálculo de impedancia en TL

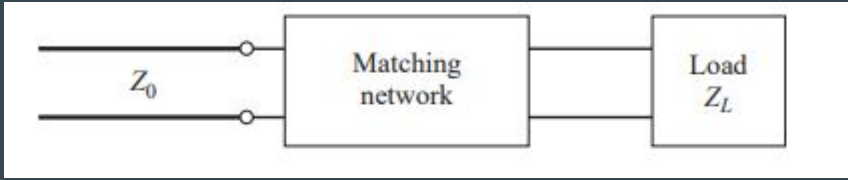
$$\mathrm{VSWR} = \frac{|V(d)|_{\max}}{|V(d)|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|}$$

- El valor de resistencia máxima r_{max} en la línea es numéricamente igual al VSWR



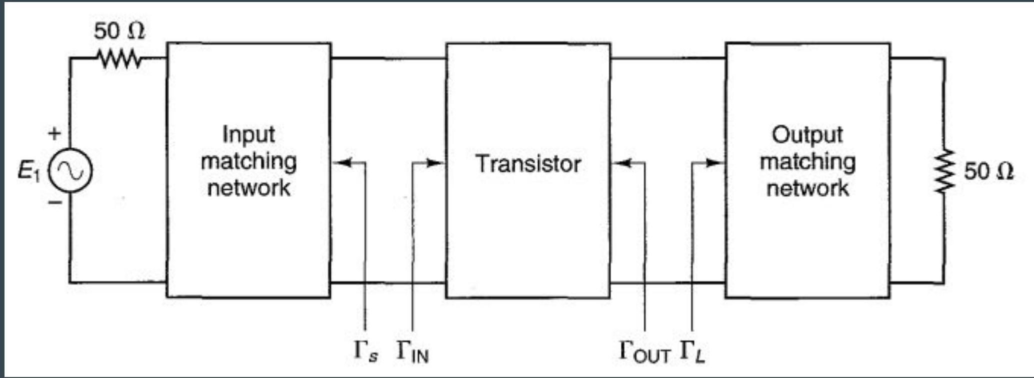
Adaptación de Impedancias

- La máxima potencia es entregada cuando la impedancia de la carga es adaptada a la impedancia de línea



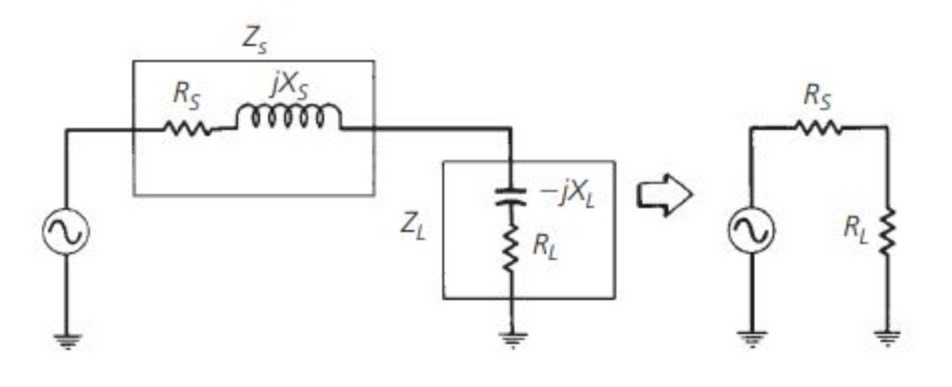
- La máxima potencia es entregada a la carga cuando:

$$\Gamma_s = \Gamma_{IN}^{*} \qquad \Gamma_L = \Gamma_{OUT}^{*}$$



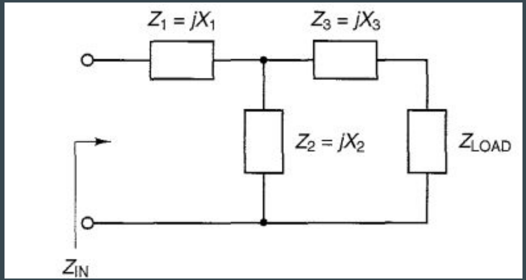
Adaptación conjugada

$$Z_s = Z_L{}^*$$

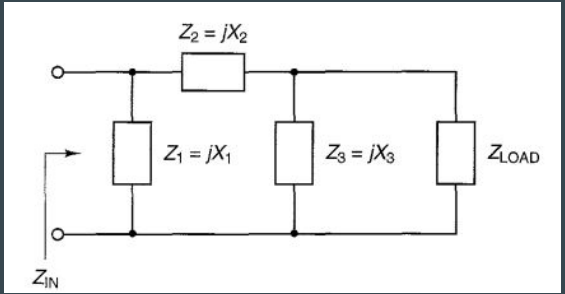


Redes de adaptación típicas

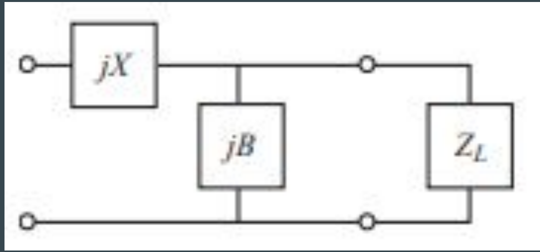
- Tee network



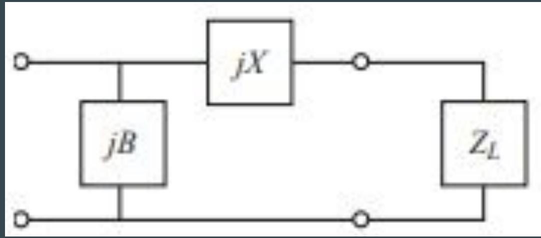
- Pi network



- L network



- L network

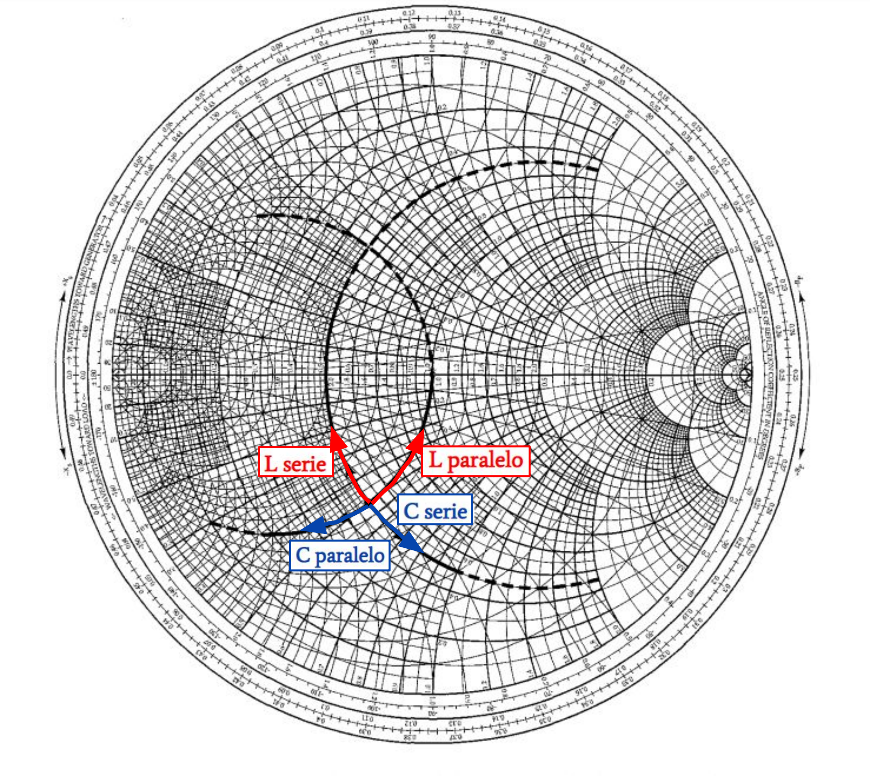


Efecto de agregar elementos en serie o paralelo

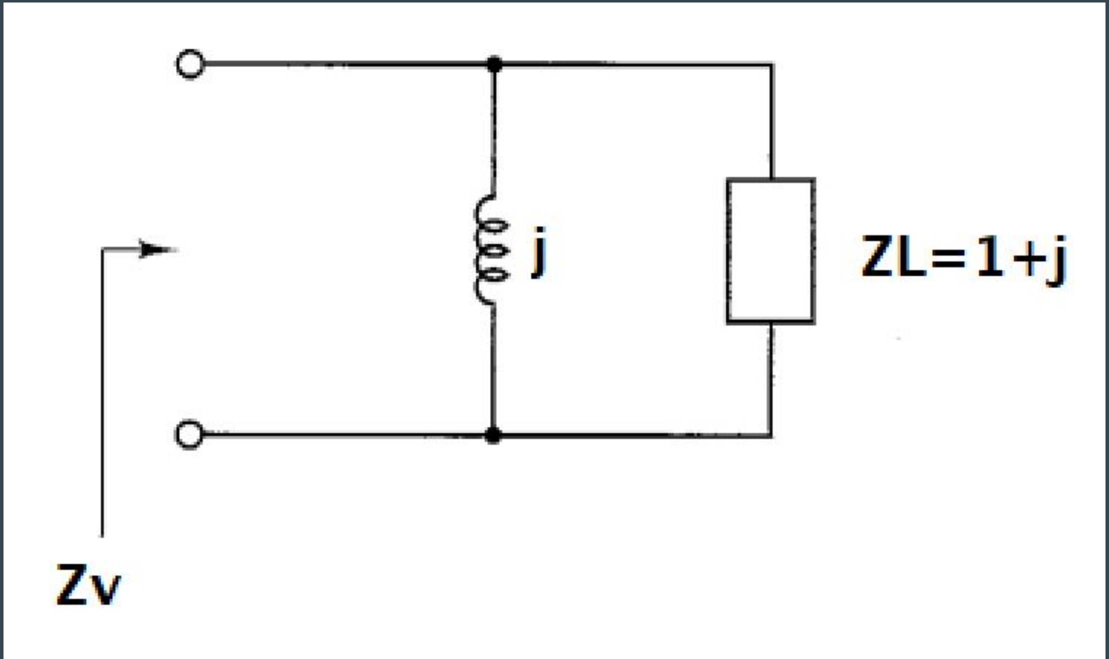
- En la carta de impedancia, los elementos en serie aumentan o disminuyen la parte imaginaria de la impedancia. Nos movemos en los círculos de resistencia constante
  - C mueve CCW
  - L mueve CW

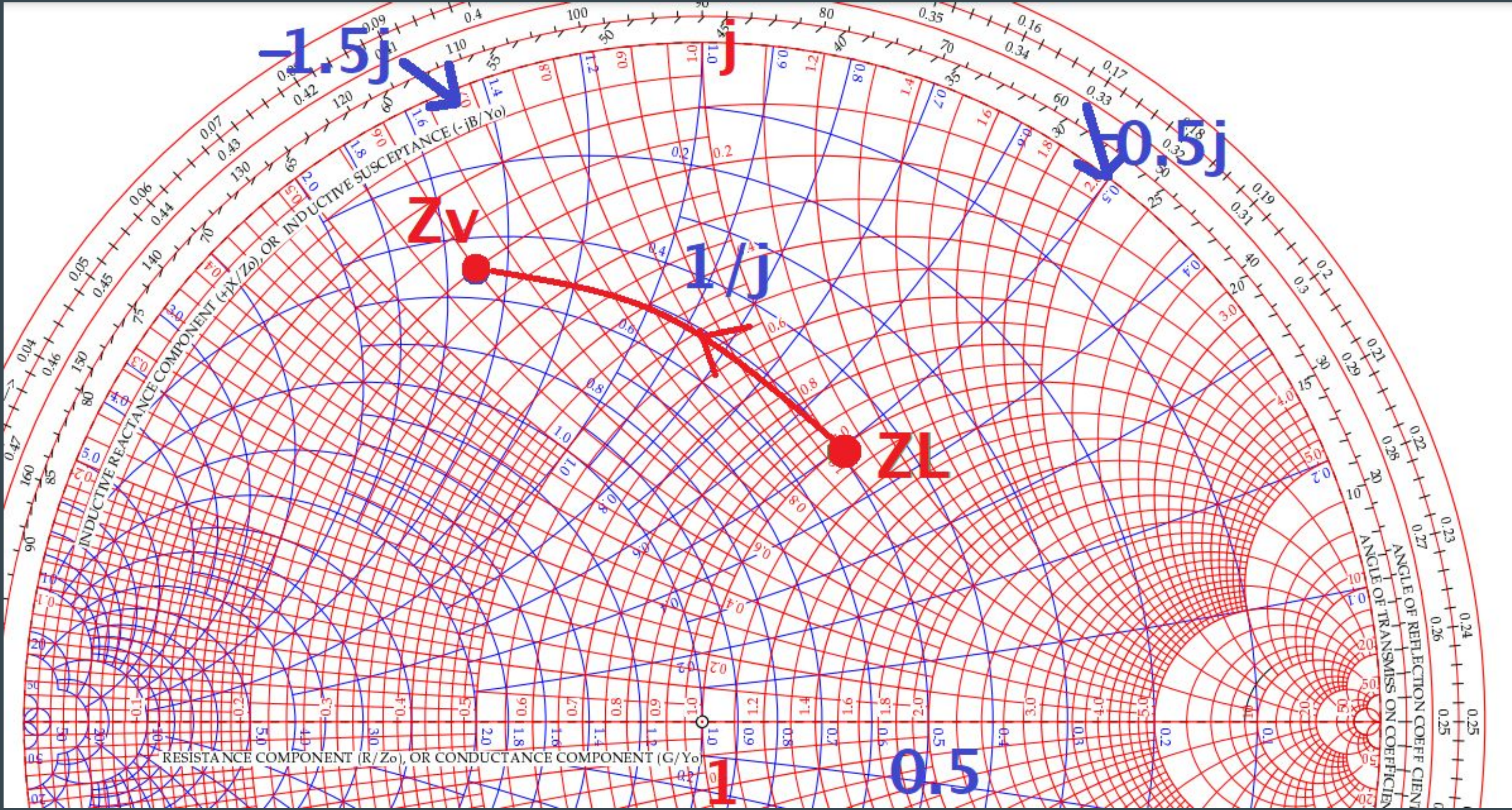
$$z_{in} = z_L + jx$$

- En la carta de admitancia, los elementos en paralelo mueven la impedancia vista en los círculos de conductancia constante
  - C mueve CW
  - L mueve CCW



Ejemplo




-1.5j
j
0.5j
Zv
1/j
ZL
1
0.5
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)