Recorridos/Circuitos

Eulerianos - pasa por todas las aristas exactamente una vez

Camino$^{(\text{simple})}$/Ciclo

Hamiltoneano - pasa por todos los vertices exactamente una vez

Teo $G=(V,E)$ $\quad \sum_{v\in V} gr(v) = 2|E|$

Sea G Conexo

Teo G es Euleriano $\Leftrightarrow$ $\forall v \in V \quad g(v) = \dot{2}$

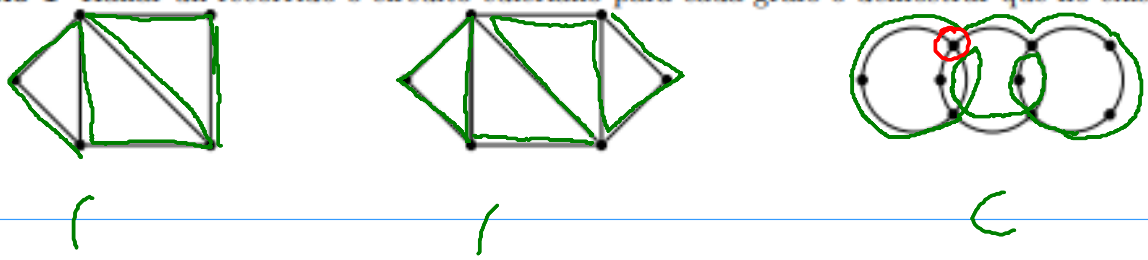
Teo G Conexo y tiene recorrido Euleriano

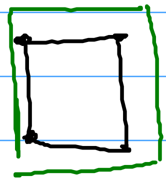
$\Leftrightarrow \forall v \in V - \{v_1, v_2\} \quad g(v) = \dot{2}$

$g(v_2) \neq \dot{2}$

$g(v_1) \neq \dot{2}$

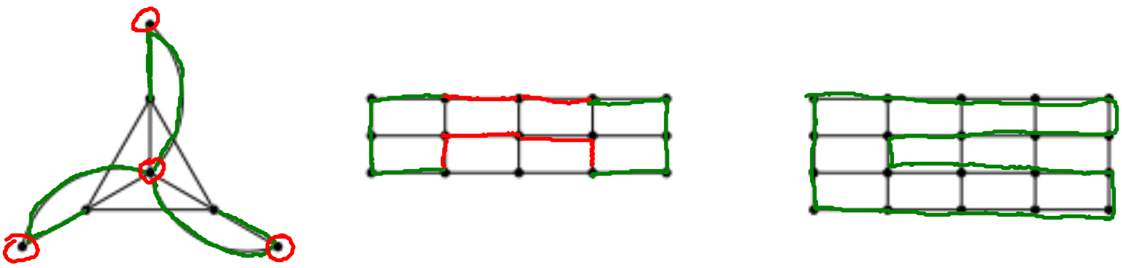
Ejercicio 1 Hallar un recorrido o circuito euleriano para cada grafo o demostrar que no existe.





Ejercicio 6

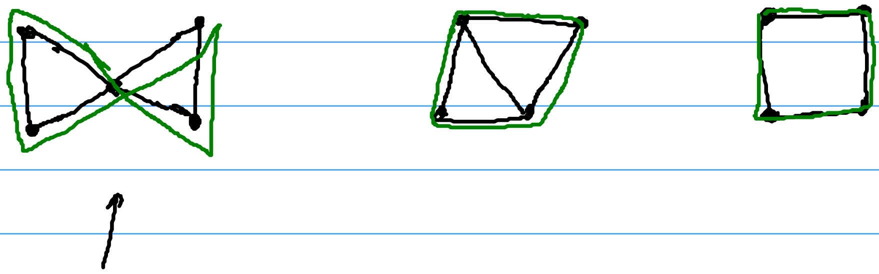
Encontrar un ciclo Hamiltoniano, si existe, para cada grafo de la figura.



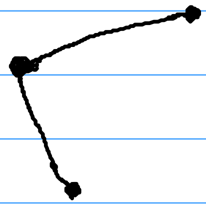
Ejercicio 7

Sea $\mathcal{E}$ y $\mathcal{H}$ los conjuntos de grafos Eulerianos y Hamiltonianos respectivamente. Dar un ejemplo de un grafo en $\mathcal{E} \setminus \mathcal{H}$, otro en $\mathcal{H} \setminus \mathcal{E}$ y otro en $\mathcal{E} \cap \mathcal{H}$.

$E \setminus H$ $\qquad$ $H \setminus E$ $\qquad$ $E \cap H$



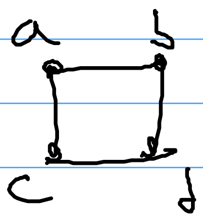
Ejercicio 9 En una clase con 9 alumnos, cada alumno le manda una foto por Whatsapp a otros 3. ¿Es posible que cada alumno reciba fotos de los mismos 3 compañeros a los cuales él le mando una?

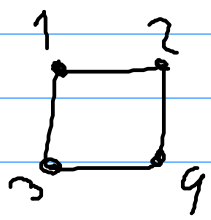


$$\sum_{v \in V} g(v) = 9 \cdot 3 = 27 \neq \dot{2}$$

$G_1 = (V_1, E_1)$ $G_2 = (V_2, E_2)$

<u>Isomorfismo</u> $f: V_1 \to V_2$ es una función biyectiva que además cumple $\{a, b\} \in E_1 \iff \{f(a), f(b)\} \in E_2$





Ejercicio 8

(a) Demostrar que dos grafos son isomorfos si y solo si sus grafos complemento lo son.

(b) ¿Cuáles de los grafos de la Figura 3 son isomorfos?

(c) Determinar el número de aristas de $\bar{G}$ en función del número de aristas de G.

(d) Determinar el número de aristas de un grafo autocomplementario de n vértices.

(e) Construir grafos autocomplementarios con 4 y con 5 vértices.

(f) Determinar para qué valores de n existe un grafo autocomplementario de n vértices. *Sugerencia:* Demostrar que n debe ser de la forma $4k$ o $4k+1$. Para $n = 4k$, generalizar la estructura del grafo autocomplementario de orden 4 agrupando los vértices en cuatro grupos. Para $n = 4k+1$ agregar un vértice al grafo anterior y unir en forma adecuada.

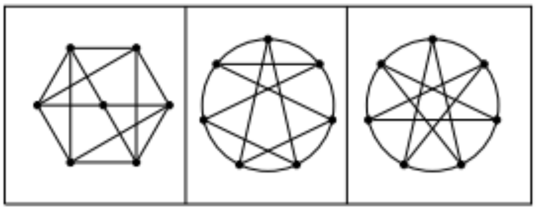
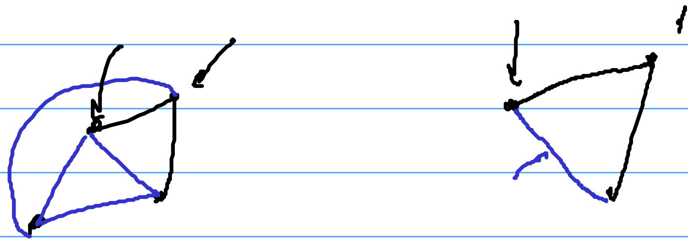


Figura 3

a) $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$

$\bar{G_1} = (V_1, \bar{E_1})$



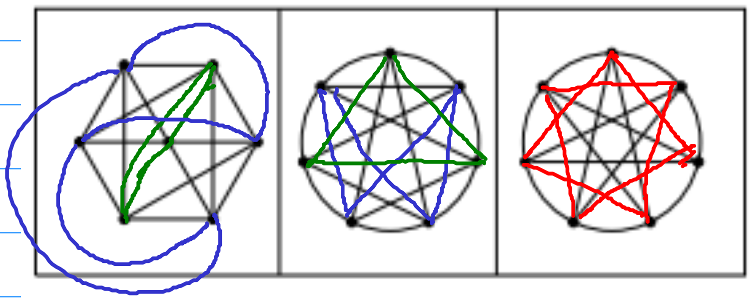


Figura 3