

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$R = \{(1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 1)\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (1, 2) \in R \Leftrightarrow 1R2 \\ (2, 3) \in R \Leftrightarrow 2R3 \\ (3, 2) \notin R \\ (2, 1) \in R \Leftrightarrow 2R1 \\ (2, 2) \in R \Leftrightarrow 2R2 \end{array} \right\}$$

Sea R una relación en $A \times A$

- R es reflexiva $\Leftrightarrow \forall x \in A, (x, x) \in R$
 No reflexiva $\Leftrightarrow \exists x \in A / (x, x) \notin R$
- R es irreflexiva $\Leftrightarrow \forall x \in A, (x, x) \notin R$
- R es simétrica $\Leftrightarrow (x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$
 No simétrica $\Leftrightarrow \exists (x, y) \in R \wedge (y, x) \notin R$
- R es asimétrica $\Leftrightarrow (x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \notin R$
- R es antisimétrica $\Leftrightarrow (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Rightarrow x = y$
 $\Leftrightarrow \underbrace{x \neq y \wedge (x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \notin R}$
- R es transitiva $\Leftrightarrow (x, y) \in R, (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$

Ejercicio 1

Determinar si las siguientes relaciones son reflexivas, irreflexivas (o sea que $\forall x, (x,x) \notin R$), simétricas, antisimétricas, asimétricas (o sea que $(x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \notin R$) o transitivas en $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

(a) $R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4)\}$.

(b) $R = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4)\}$.

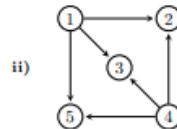
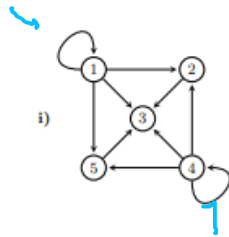
(c) $R = \{(1,3), (1,1), (3,1), (1,2), (3,3), (4,4)\}$.

(d) \emptyset .

(e) $A \times A$.

(f) Tomar $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y las relaciones cuyos grafos dirigidos son:

$$\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



Las relaciones cuyas matrices son

$$\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$M^2 \leq M$$

$$R \times I \cup S \cup A_n \times T \quad R \cup I \times S \cup A_n \times A \times T$$

$$a) R \cup I \times S \cup A_n \times A \times T$$

$$f) i) R \times I \times S \times A_n \cup A \times T$$

$$ii) R \times I \cup S \times A_n \cup A \cup T$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M^2 = M$$