$c_0 a_n + c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} = f(n)$

$\begin{cases} f(n) = 0 \to \text{Homogenea} \\ f(n) \neq 0 \to \text{No Homogenea} \end{cases}$

(d) $a_n = 2a_{n-1} + n2^n, \quad \forall n \geqslant 1$, con $a_0 = 1$.

$a_n^{(NH)}: a_n - 2a_{n-1} = \overbrace{n2^n}^{f(n)}$

$a_n^{(H)}: a_n^{(H)} - 2a_{n-1}^{(H)} = 0$

$a_n^{(p)}: a_n^{(p)} - 2a_{n-1}^{(p)} = \overbrace{n}^{G(n)}\overbrace{2^n}^{r^n}$ $\begin{cases} r = 2 \\ m = 1 \end{cases}$

$\boxed{f(n) = r^n G(n)}$, $G(n)$ pol grado $\underline{\underline{m}}$

$a_n^{(p)} = r^n H(n)$ (r no es raiz)

$a_n^{(p)} = n r^n H(n)$ (raiz simple) $\leftarrow$ $H(n)$ pol grado m

$a_n^{(p)} = n^2 r^n H(n)$ (" Doble)

$$a_n^{(p)} = n \cdot 2^n \cdot (An + B) = 2^n \cdot (An^2 + Bn)$$

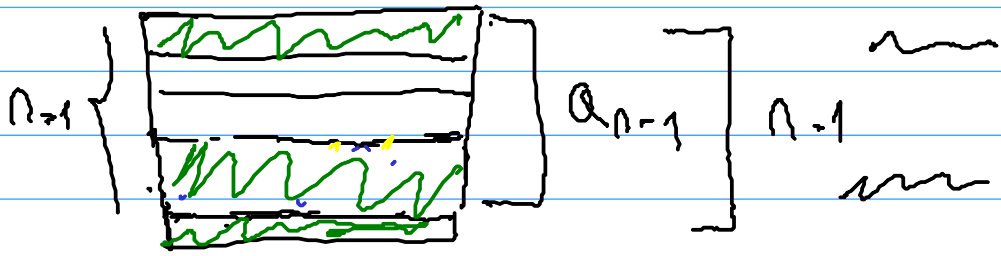
Ejercicio 3

Se pretende diseñar una bandera con n franjas horizontales, cada una de las cuales puede ser de color rojo, azul, verde o amarillo. Hallar la cantidad de banderas posibles en cada una de las siguientes situaciones:

(a) No hay restricciones sobre el color de cada franja.

(b) Dos franjas adyacentes nunca pueden ser del mismo color.

(c) Dos franjas adyacentes nunca pueden ser del mismo color, como tampoco pueden serlo la primera y la última franjas.



a) $\boxed{a_n = 4^n}$ $\quad \begin{cases} a_n = 4\cdot a_{n-1} \to \lambda = 4 \to a_n = k\,4^n \\ a_1 = 4 \end{cases}$

$4 = k\cdot 4^1 \to k = 1$

$a_5 = 4\cdot a_4 \to a_4 = \frac{a_5}{4}$

b) $\begin{cases} b_n = 3\, b_{n-1} \\ b_1 = 4 \end{cases}$ $\quad b_n = 4\cdot 3^{n-1}$

c) $c_n = 2\cdot c_{n-1} + 3\underbrace{(\overset{4\cdot 3^{n-2}}{b_{n-1}} - c_{n-1})}_{d_{n-1}}$

$\boxed{d_n = b_n - c_n} \rightarrow \boxed{d_n = b_{n-1} - d_{n-1}}$

Octubre 2020

Ejercicio 5.(5 pts.) Se consideran dos sucesiones (a_n) y (b_n) que verifican el sistema de recurrencias:

$$\begin{cases} a_{n+1} = b_n - a_n, \to a_1 \\ b_{n+1} = 3a_n + b_n, \to b_1 \end{cases} \to a_2, \to b_2 \quad \dots \quad a_{14}, b_{14}$$

para todo $n \geq 0$ y las condiciones iniciales $a_0 = \frac{1}{2^{10}}$ y $b_0 = \frac{1}{2^{11}}$. ¿Cuánto vale $\underbrace{a_{14} + b_{14}}_{c_{14}}$?

$c_n = a_n + b_n$ $\qquad c_{14}$?

$c_0 = a_0 + b_0$

$$\overbrace{a_{n+1} + b_{n+1}}^{c_{n+1}} = b_n - a_n + 3a_n + b_n$$

$$= 2a_n + 2b_n = 2 \cdot \overbrace{(a_n + b_n)}^{c_n}$$

$$\begin{cases} c_{n+1} = 2c_n \\ c_0 = a_0 + b_0 = \frac{3}{2^{12}} \end{cases}$$

$$\boxed{\lambda = 2} \to \boxed{c_n = k\,2^n} \to \boxed{\frac{3}{2^{12}} = k}$$

$$\boxed{c_{14} = c_0\, 2^{14}}$$