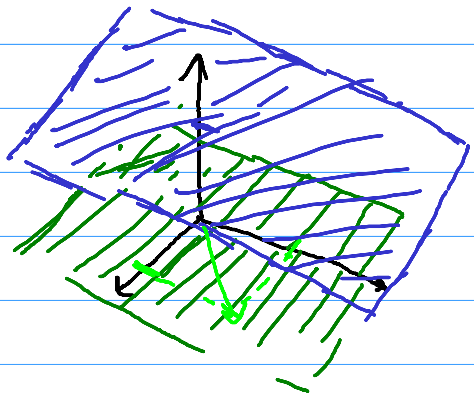
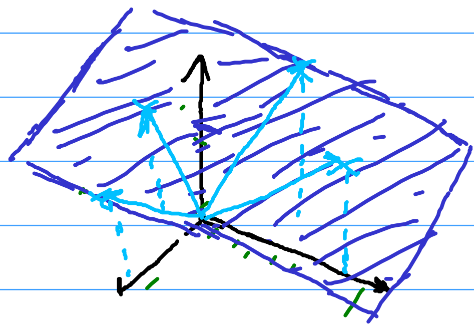
$$\rightarrow \quad C_0 a_n + C_1 a_{n-1} + C_2 a_{n-2} = f(n) \qquad f(n) \neq 0$$

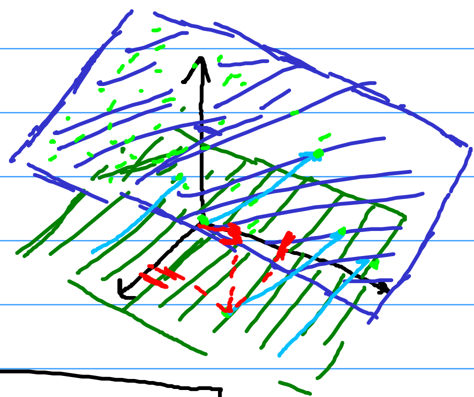
$$a_n = a_n^{(NH)} = a_n^{(H)} + a_n^{(P)}$$

$$\rightarrow a_n^{(H)} : \quad C_0 a_n^{(H)} + C_1 a_{n-1}^{(H)} + C_2 a_{n-2}^{(H)} = 0$$

$$\rightarrow a_n^{(P)} : \quad \underline{C_0 a_n^{(P)} + C_1 a_{n-1}^{(P)} + C_2 a_{n-2}^{(P)} = f(n)}$$







$$\boxed{a_n^{(NH)} = a_n^{(H)} + a_n^{(P)}}$$

General

1) Hallar la Sol. Hom. $a_n^{(H)}$.

Resolver $C_0 a_n^{(H)} + C_1 a_{n-1}^{(H)} + C_2 a_{n-2}^{(H)} = 0$

$\rightarrow a_n^{(H)} = \alpha \lambda_1^n + \beta \lambda_2^n$

2) Hallar una Sol part. $a_n^{(P)}$

3) La sol Gen. de la No Hom. $a_n^{(NH)} = a_n^{(H)} + a_n^{(P)}$

4) Si tengo Cond. iniciales. Las verifico.

Sol. Particular:

$$C_0 a_n^{(P)} + C_1 a_{n-1}^{(P)} + C_2 a_{n-2}^{(P)} = r^n G(n)$$

donde $G(n)$ es un pol de orden m

Dependiendo de r tengo 3 casos:

r no es raiz del pol Car. $\rightarrow a_n^{(P)} = r^n \cdot H(n)$

r es raiz simple $\rightarrow a_n^{(P)} = n r^n \cdot H(n)$

r es raiz doble $\rightarrow a_n^{(P)} = n^2 r^n H(n)$

donde $H(n)$ es un pol de orden m

Ejercicio 1

Expresar explícitamente en n las sucesiones:

(a) $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}, \quad \forall n \geqslant 2$, con $a_0 = 1, a_1 = 3$.

(b) $3a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1}, \quad \forall n \geqslant 1$, con $a_0 = 7, a_1 = 3$.

(c) $a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0, \quad \forall n \geqslant 2$, con $a_0 = 5, a_1 = 12$.

(d) $a_n = 2a_{n-1} + n2^n, \quad \forall n \geqslant 1$, con $a_0 = 1$.

1) (H): $a_n^{(H)} - 2a_{n-1}^{(H)} = 0$

$$\lambda - 2 = 0 \rightarrow \boxed{\lambda = 2}$$

$$\boxed{a_n^{(H)} = k \cdot 2^n}$$

No verifica condición inicial

2) $a_n^{(p)} - 2a_{n-1}^{(p)} = 2^n n$ $\qquad r^n \cdot G(n)$

$$\boxed{a_n^{(p)} = n \cdot 2^n \cdot (An + B)}$$

$$n2^n \cdot (An+B) - (n-1)\, 2 \cdot 2^{(n-1)} (A \cdot (n-1) + B) = 2^n \cdot n$$

$$\cancel{2^n} \quad (An^2 + Bn - A(n-1)^2 - B(n-1)) = \cancel{2^n} \cdot n$$

$$n^2\underbrace{(A-A)}+n\underbrace{(\cancel{B}+2A-\cancel{B})}+\underbrace{(-A+B)}=n^2\cdot 0+n\cdot\underline{1}+\underline{0}$$

$$\begin{cases} 2A=1 \rightarrow A=\frac{1}{2} \\ -A+B=0 \rightarrow \boxed{B=A=\frac{1}{2}} \end{cases}$$

$$\boxed{a_n^{(p)}=\frac{2^n}{2}\cdot(n^2+n)}$$

3) $\boxed{a_n^{(NH)}=K\cdot 2^n+2^{(n-1)}\cdot(n^2+n)}$

4) Verifico Cond. Iniciales

$a_0=1$

$1=K$

$$\boxed{a_n=2^n+2^{n-1}(n^2+n)=2^n\cdot\left(1+\frac{n^2+n}{2}\right)}$$

Ejercicio 6

Resuelva el siguiente sistema de relaciones de recurrencia:

$$\begin{cases} a_n = -a_{n-1} - b_n \\ b_{n+1} = b_n - 3a_{n-1} \\ a_0 = 0,\ b_0 = 2, b_1 = 1 \end{cases}$$

$$a_1 = -\overset{0}{a_0} - \overset{1}{b_1} \rightarrow a_1 = -1$$

$$\begin{cases} a_n = -a_{n-1} - b_n \rightarrow b_n = -a_n - a_{n-1} \\ b_{n+1} = b_n - 3a_{n-1} \\ a_0 = 0,\ b_0 = 2, b_1 = 1 \end{cases} \rightarrow -a_{n+1} - \cancel{a_n} = -\cancel{a_n} - a_{n-1} - 3a_{n-1}$$

$$a_{n+1} - 4a_{n-1} = 0$$

$$\lambda^2 - 4 = 0 \rightarrow \lambda^2 = 4 \rightarrow \lambda_1 = 2, \quad \lambda_2 = -2$$

$$\rightarrow a_n = \alpha 2^n + \beta(-2)^n$$