

Ejercicio 1

(a) ¿Cuántos naturales entre 1 y 105 inclusive no son múltiplos de 3, 5 ni 7?

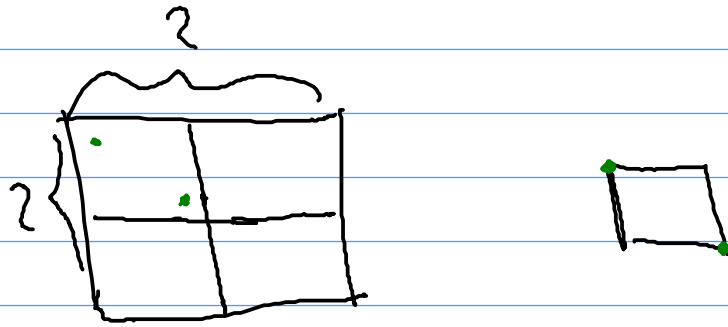
(b) ¿Cuántos enteros entre 1 y 1155 inclusive son múltiplos de 3 pero no de 5, 7 ni 11?

$$\bullet \quad \underline{3} - \overbrace{3 \text{ y } 5} - \overbrace{3 \text{ y } 7} - \overbrace{3 \text{ y } 11} +$$

Ejercicio 3

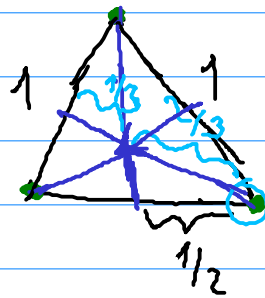
¿De cuántas formas pueden extraerse 9 canicas de una bolsa si hay 3 de cada uno de los siguientes colores: blanco, rojo, azul, negro?

$$B + R + A + N = 9 \quad 0 \leq B, R, A, N \leq 3$$

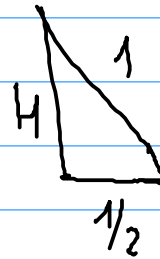


Ejercicio 13

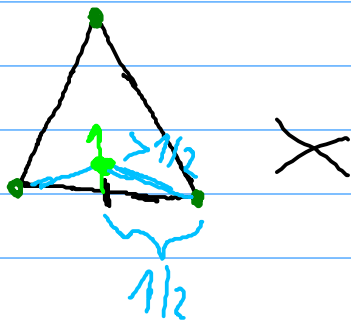
Se consideran n puntos en un triángulo equilátero de lado 1. ¿Cuál es el n mínimo que garantiza que al menos dos de los puntos se encuentran a distancia menor o igual que $1/2$? Vale colocar puntos sobre los lados del triángulo. ¿Y si se pidiera que al menos dos puntos estuvieran a distancia menor estricta que $1/2$?



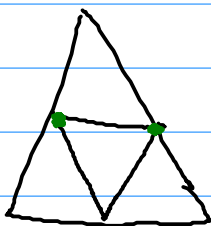
$$\left(\frac{1}{2} \right)^2 + H^2 = 1 \rightarrow H = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

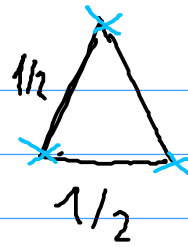
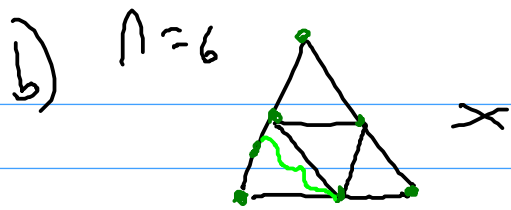


$n=4$



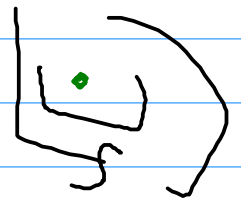
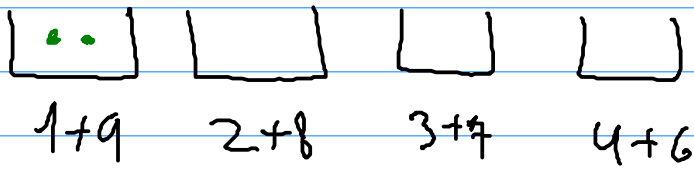
$n=5$





Ejercicio 9

Probar que cualquier subconjunto de seis elementos del conjunto $S = \{1, 2, \dots, 9\}$ debe contener dos elementos cuya suma sea 10.



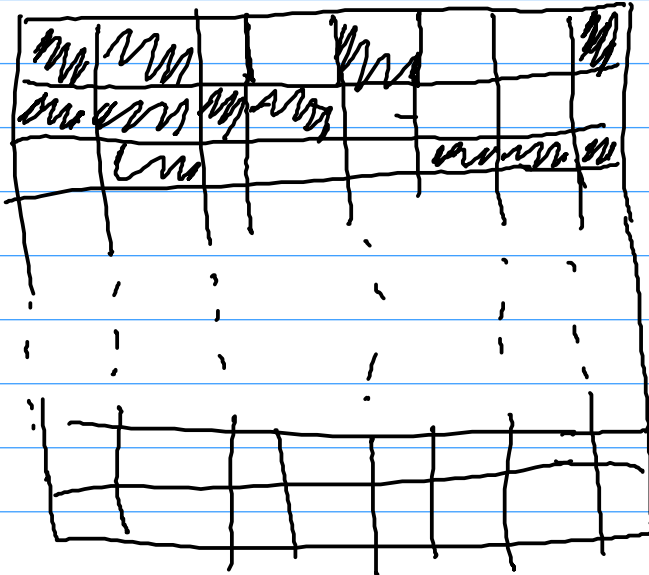
$$|A| = 7 \quad |B| = 3 \quad \left\lceil \frac{7}{3} \right\rceil = 3$$

Ejercicio 14

Dado un número real x , denotamos mediante $\lceil x \rceil$ al menor entero y tal que $y \geq x$. Probar que toda función $f : A \rightarrow B$ donde $|A| > |B|$ tiene al menos $\lceil |A| / |B| \rceil$ elementos de A que toman el mismo valor.

Ejercicio 15

Sea un tablero de 141 filas y 8 columnas. Cada cuadradito del tablero se pinta de blanco o de negro de forma tal que cada fila tenga exactamente cuatro cuadraditos pintados de negro. Demostrar que hay al menos tres filas con igual secuencia de colores.



$$\binom{8}{4} = 70$$



$$\left\lceil \frac{141}{70} \right\rceil = 3$$