$\boxed{1 \leq x_1}$

Sin Restricciones

$CR(4,19) = \binom{22}{19}$

Ejercicio 5

Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación $x_1+x_2+x_3+x_4 = 19$ con las siguientes restricciones:

→ (a) $0 \leqslant x_i \leqslant 8$ para todo i.

(b) $0 \leqslant x_1 \leqslant 5$, $0 \leqslant x_2 \leqslant 6$, $3 \leqslant x_3 \leqslant 7$ y $0 \leqslant x_4 \leqslant 8$. → $x_1+x_2+x_3+x_4 = 16$

$0 \leq x_1 \leq 5, \dots, 0 \leq x_3 \leq 4$

a) Total - $\underline{\text{No Cumplen}}$

$x_1+x_2+x_3+x_4 = 19$

$9 \leq x_1$ ó $9 \leq x_2$ ó $9 \leq x_3$ ó $9 \leq x_4$

Total $- \boxed{N(x_1 \geq 9)} - \boxed{N(x_2 \geq 9)} - \dots + \boxed{N(x_1 \geq 9 \text{ y } x_2 \geq 9)}$

$+ N(x_1 \geq 9 \text{ y } x_3 \geq 9) + \dots - \overbrace{N(x_1 \geq 9 \text{ y } x_2 \geq 9 \text{ y } x_3 \geq 9)}^{=0}$

$x_1+x_2+x_3+x_4 = 10$

$x_1 \geq 0$

$CR(4,19) - \overbrace{4}^{\binom{4}{1}} CR(4,10) + \binom{4}{2} CR(4,1)$

$\boxed{\begin{matrix} x_1+x_2+x_3+x_4 = 19 \\ x_2 \geq 9 \end{matrix}} \Leftrightarrow$

$x_1+x_2+x_3+x_4 = 19-9$

$x_2 \geq 0$

$\boxed{\begin{matrix} x_1+x_2+x_3+x_4 = 19 \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9 \end{matrix}} \Leftrightarrow$

$x_1+x_2+x_3+x_4 = 19-9-9 = 1$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Ejercicio 5

Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación $x_1+x_2+x_3+x_4 = 19$ con las siguientes restricciones:

(a) $0 \leqslant x_i \leqslant 8$ para todo i.

(b) $0 \leqslant x_1 \leqslant 5$, $0 \leqslant x_2 \leqslant 6$, $\boxed{3 \leqslant x_3 \leqslant 7}$ y $0 \leqslant x_4 \leqslant 8$.

19

x_3

$$x_1+x_2+x_3+x_4 = 16$$

$$x_3 \leq 4$$

7

Ejercicio 4
¿Cuántos enteros positivos entre 1 y 9.999.999 inclusive cumplen que la suma de sus dígitos es igual a 31?

$D_1 D_2 D_3 D_4 D_5 D_6 D_7$

$$\boxed{\begin{array}{l} D_1+D_2+D_3+D_4+D_5+D_6+D_7 = 31 \quad -10 \\ \boxed{0 \leq D_i \leq 9} \end{array}}$$

$CR(7,21)$

$7 \cdot N(D_1 \geq 10)$

$$CR(7,31) - N(D_1 \geq 10) - N(D_2 \geq 10) \ldots$$

$+$

$f: A \to B$ / $|A| = m$ $|B| = n$ $m > n$

$\Rightarrow f$ no es inyectiva

$g: C \to D$ inyectiva $\Rightarrow |C| \leq |D|$

Ejercicio 8
Probar que entre 100000 personas hay al menos dos que nacieron al mismo tiempo (hora, minuto y segundo).

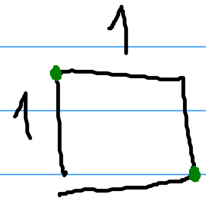
Horas × Minutos × Segundos

$24 \times 60 \times 60$

3600×24

Ejercicio 12

Dados cinco punto de un cuadrado de lado 2, probar que deben haber dos que estén a distancia menor o igual que $\sqrt{2}$.



$$1^2 + 1^2 = D^2 \to 2 = D^2$$

$$\to D = \sqrt{2}$$