Ejercicio 15

Dados $A = \{1, 2, \ldots, m\}$ y $B = \{1, 2, \ldots, n\}$, contar la cantidad de funciones $f : A \to B$ tales que:

(a) No hay restricciones.

(b) f es inyectiva.

(c) f es biyectiva

(d) f es monótona creciente estrictamente.

(e) f es monótona creciente.

(f) Cada elemento $i \in B$ es alcanzado r_i veces, donde $r_1 + \ldots + r_n = m$.

5

d) $\binom{n}{m}$ $\qquad m \le n$

e) $\qquad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \le f(x_2)$

$CR(n, m)$

f) $\qquad \overbrace{1\ 1 \ldots 1}^{r_1}\ \overbrace{2\ 2}^{r_2}\ \ldots\ \overbrace{n\ n\ n}^{r_n}$

$f(1)\ f(2)\ f(3)\ f(4)\ \ldots\ f(m)$

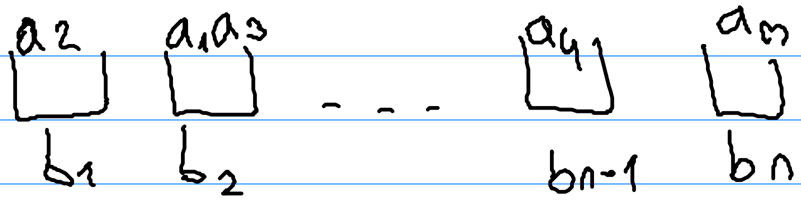
$PR^{m}(r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n) = \dfrac{m!}{r_1!\, r_2! \ldots r_n!}$

$f : \{1, 2, 3\} \to \{1, 2\}$ $\qquad 1\ 1\ 2$

$r_1 = 2$ $\qquad f(1)\ f(2)\ f(3)$

$r_2 = 1$

$Sob(m,n) = \# f : A \to B$ Sob / $|A| = m, |B| = n$



$$S(m,n) = \frac{Sob(m,n)}{n!}$$

Ejercicio 7 (Parcial 2016) Juan quiere guardar 10 libros diferentes en 7 estantes vacíos diferentes y quiere que al menos 5 de ellos posean un libro. ¿De cuántas maneras puede realizar esta tarea?

a. $\mathrm{Sob}(10,7) + \mathrm{Sob}(10,6)\binom{7}{6} + \mathrm{Sob}(10,5)\binom{7}{5}$.

b. $\mathrm{CR}(7,5) = \binom{11}{6}$.

c. $\mathrm{CR}(5,7) = \binom{11}{4}$.

d. $\mathrm{S}(10,7) + \mathrm{S}(10,6)\binom{7}{6} + \mathrm{S}(10,5)\binom{7}{5}$.

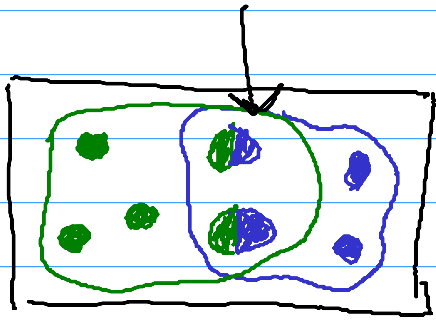
e. $\mathrm{Sob}(10,7) + \mathrm{Sob}(10,6) + \mathrm{Sob}(10,5)$.

$f : A \to B \qquad |A| = 10 \ , \ |B| = 7$

$$\underbrace{\binom{7}{5} Sob(10,5)} + \underbrace{\binom{7}{6} Sob(10,6)}_{\text{exactamente 6 poseen un libro (o más)}} + \boxed{\overset{\binom{7}{7}}{Sob(10,7)}}$$

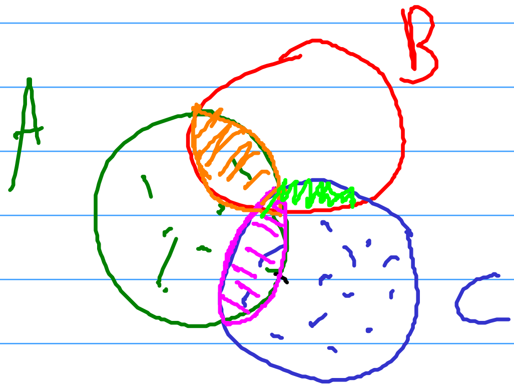
PIE

Ej

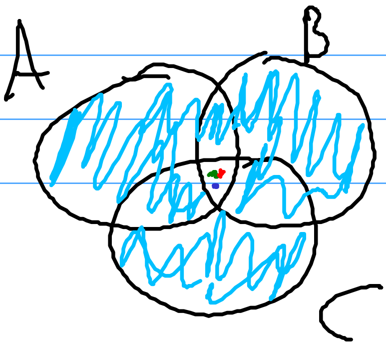


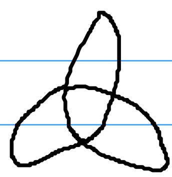
$$\overset{7}{\text{TOTAL}} = \overbrace{\overset{5}{\#V} + \overset{4}{\#A}}^{9} - \overbrace{\#V \text{ y } A}^{2}$$

$$\#V \text{ y } A = \#V + \#A - \text{Total}$$



$$\rightarrow |A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap C| - |A \cap B|$$
$$- |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$





$$\bigcup_{i=0}^{n} A_i$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = +\left(|A_1| + |A_2| + \dots |A_n|\right)$$

$$-\left(|A_1 \cap A_2| + |A_1 \cap A_3| + \dots |A_2 \cap A_3| \dots\right)$$

$$+\left(|A_1 \cap A_2 \cap A_3| \dots\right)$$

$-$

$+$

Ejercicio 1

$\overbrace{3\cdot 5\cdot 7}$

(a) ¿Cuántos naturales entre 1 y 105 inclusive no son múltiplos de 3, 5 ni 7?

(b) ¿Cuántos enteros entre 1 y 1155 inclusive son múltiplos de 3 pero no de 5,7 ni 11?

$5\cdot 7\cdot 11\cdot 3$

a) $\underbrace{105}_{\text{Todos}} - \overbrace{\#\text{números múltiplos de } 3, 5 \text{ o } 7}^{\text{No Cumplen } |A|}$

$$|A| = \#\dot{3} + \#\dot{5} + \#\dot{7} - \#\dot{3} \text{ y } \dot{5} - \#\dot{3} \text{ y } \dot{7}$$
$$- \#\dot{5} \text{ y } \dot{7} + \#\dot{3}\cdot\dot{5}\cdot\dot{7}$$

$$|A| = 35 + 21 + 15 - 7 - 5 - 3 + 1$$
$$= 57$$

$$Sol = 105 - 57 = 48$$

b) Multiplos de 3 $-$ Son multiplos de 3 y no cumplen lo otro

$$5\cdot 7\cdot 11 - \#\dot{3} \text{ y } \dot{5} - \#\dot{3} \text{ y } \dot{7} - \#\dot{3} \text{ y } \dot{11}$$
$$+ \#\dot{3} \text{ y } \dot{5} \text{ y } \dot{7} + \#\dot{3} \text{ y } \dot{5} \text{ y } \dot{11} + \ldots$$