$$\frac{2!}{1!1!0!} = 2$$

Ejercicio 14
Probar que el coeficiente en $x_1^{n_1}x_2^{n_2}\ldots x_r^{n_r}$ de $(x_1+x_2+\ldots+x_r)^n$ es $PR^n_{(n_1,\ldots,n_r)} = \boxed{\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_r!}}$, donde los exponentes son naturales tales que $n_1+n_2+\ldots+n_r = n$.

$$(x_1+x_2+x_3)^2 = (x_1+x_2+x_3)(x_1+x_2+x_3)$$

$$= x_1^2 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_1 + x_2^2 + x_2x_3$$

$$+ x_3x_1 + x_3x_2 + x_3x_3$$

$$= 1x_1^2 + 2\underbrace{x_1x_2} + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + 1x_2^2 + 1x_3^2$$

$$x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot x_3^{n_3}$$

$$n_1 = 2,\ n_2 = n_3 = 0$$

Ejercicio 10

(a) Hallar el coeficiente en x^5 en el desarrollo de $(\overset{x_1}{x^5} + \overset{x_2}{x} + \overset{x_3}{(-1)})^{10}$.

(b) Hallar el coeficiente en xy^3z^5 del polinomio $(2x+4y+2z+5)^{14}$

$$x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3} \qquad n_1+n_2+n_3 = 10$$

$$n_1 = 1 \quad n_2 = 2 \quad n_3 = 7$$

$$\frac{10!}{1!2!7!}(x^5)^1(x)^2 \cdot (-1)^7 = \underline{\quad\quad} x^7$$

$$(x_1+x_2+x_3)^2 = (x_1+x_2+x_3)\cdot(x_1+x_2+x_3) =$$

$$(2x^2+3x+1)^2 = \overbrace{x^2x^2} + \overbrace{x^2x} + x^2\cdot 1 + \overbrace{x\cdot x^2} + x\cdot x + x\cdot 1$$

$$+ 1\cdot x^2 + 1\cdot x + 1\cdot 1$$

$$= 1\overbrace{x^2x^2}^{x_1x_1} + 2\overbrace{x\cdot x^2}^{x_1\cdot x_2} + 2\overbrace{x^2\cdot 1}^{x_1\cdot x_3} + 2\overbrace{x\cdot 1}^{x_2\cdot x_3} + 1\overbrace{\cdot 1\cdot 1}^{x_3\cdot x_3}$$

$$+ 1\overbrace{x\cdot x}^{x_2\cdot x_2}$$

$$= x^4 + 2\cdot x^3 + 3x^2 + 2x + 1$$

n_1	n_2	n_3	
1	0	1	$2(2x^2)\cdot 1 = 4\cdot x^2$
0	2	0	$1(3x)^2\cdot 1 = 9\cdot x^2$

$$n_1+n_2+n_3 = 2$$

$$x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3}$$

$$= (x^2)^{n_1} x^{n_2} 1^{n_3}$$

$$= \boxed{(x)^{2n_1}\cdot x^{n_2}\cdot 1^{n_3}} = \_\, x^2$$

$$2n_1+n_2 = 2$$

Ejercicio 14
Probar que el coeficiente en $x_1^{n_1}x_2^{n_2}\ldots x_r^{n_r}$ de $(x_1+x_2+\ldots+x_r)^n$ es $PR^n_{(n_1,\ldots,n_r)}=\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_r!}$, donde los exponentes son naturales tales que $n_1+n_2+\ldots+n_r=n$.

$$\overbrace{(x_1+x_2+\ldots+x_r)\cdot(x_1+x_2+\ldots+x_r)\ldots(x_1+x_2+\ldots+x_r)}^{n \text{ veces}}$$

¿ $\underbrace{x_1^{n_1}\,x_2^{n_2}\ldots x_r^{n_r}}$

$$\underbrace{\overset{x_1}{\_\_}\;\_\_\;\overset{x_1}{\_\_}\;\_\_\;\ldots\;\_\_}_{n \text{ letras}} \qquad \frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\ldots n_r!}$$

Ejercicio 10

(a) Hallar el coeficiente en x^5 en el desarrollo de $(x^5 + x - 1)^{10}$.

(b) Hallar el coeficiente en xy^3z^5 del polinomio $(2x + 4y + 2z + 5)^{14}$

b) xy^3z^5

$(2x)^{n_1} \cdot (4y)^{n_2} \cdot (2z)^{n_3} \cdot (5)^{n_4}$ $\quad n_1+n_2+n_3+n_4=14$

$n_1 = 1, \quad n_2 = 3, \quad n_3 = 5, \quad n_4 = 5$

$$\boxed{\frac{14!}{1!\,3!\,5!\,5!} \cdot 2 \cdot 4^3 \cdot 2^5 \cdot 5^5} \cdot x y^3 z^5$$

Ejercicio 15
Dados $A = \{1, 2, \ldots, m\}$ y $B = \{1, 2, \ldots, n\}$, contar la cantidad de funciones $f : A \to B$ tales que:

(a) No hay restricciones.

(b) f es inyectiva.

(c) f es biyectiva

(d) f es monótona creciente estrictamente.

(e) f es monótona creciente.

(f) Cada elemento $i \in B$ es alcanzado r_i veces, donde $r_1 + \ldots + r_n = m$.

a) $\underset{f(1)}{\underline{n}}\ \underset{f(2)}{\underline{n}}\ \underset{f(3)}{\underline{n}} \ldots \underset{f(m)}{\underline{n}}$

n^m

b) $\underset{f(1)}{\underline{n}}\ \underset{f(2)}{\underline{n-1}} \ldots \underset{f(m)}{\underline{n-m+1}}$

$\frac{n!}{(n-m)!}$ si $n \geq m$ $\qquad \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-m+1) \cdot \cancel{(n-m)} \cdot \ldots \cdot 1}{\cancel{(n-m)} \cdot (n-m-1) \cdot \ldots \cdot 1}$

c) $n!$ si: $n = m$

$B = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

d) $\boxed{\binom{n}{m}}$ $\quad$ Si $n \geq m$

$\underline{\quad}$ $\underline{\quad}$ $\underline{\quad}$ $\ldots$ $\underline{\quad}$

$f(1)$ $f(2)$ $f(3)$

Ejercicio 16

Probar las siguientes identidades usando la regla de la suma y del producto:

(a) $n^m = \boxed{\sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i} Sob(m, i)}$.

(b) $Sob(m+1, n) = n(Sob(m, n-1) + Sob(m, n))$.

(c) $S(m+1, n) = S(m, n-1) + nS(m, n)$.

(d) $Sob(m, n) = \sum_{i=1}^{m-(n-1)} \binom{m}{i} Sob(m-i, n-1)$.

(e) $\sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i}\binom{N-k}{n-i} = \binom{N}{n}$, siendo $k \leq n \leq N$.

(f) $n! = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{k} d_k$, donde $d_0 = 1$ y d_k es el número de desórdenes de tamaño k.

$Sob(m, n) = \# f : A \to B$ Sobrey. $\quad / \; |A| = m$

$|B| = n$

$S(m, n) = \dfrac{Sob(m, n)}{n!}$