Ejercicio 3 11

En una playa se juntan 13 personas que deciden hacer 4 equipos para jugar al voleibol. Para ello, deciden hacer tres equipos de 3 integrantes y uno de 4. Entre las 13 personas hay una sumamente habilidosa y otra que es principiante; las restantes 11 personas tienen un nivel intermedio. Para equiparar, la persona habilidosa es asignada en uno de los equipos de 3 y la principiante en el equipo de 4. Probar que en estas condiciones existen 46200 posibles formas de armar los equipos.

2	3	3	3
H	$I_1 I_2$	$I_3 I_4$	P
E1	E3	E2	E4

$$\frac{\binom{11}{2}\cdot\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{3}}{2!} = \frac{\frac{11!}{2!\cdot\cancel{9!}}\cdot\frac{\cancel{9!}}{3!\cdot\cancel{6!}}\cdot\frac{\cancel{6!}}{3!\cdot 3!}}{2}$$

$$= \frac{11!}{2^5\cdot 3^3} = \frac{11\cdot\cancel{2}\cdot 5\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot 7\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{\cancel{2^5}\cdot\cancel{3^3}}$$

$$= 11\cdot 5\cdot 7\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2 = 46200$$

Ejercicio 7

(a) Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 4$.

(b) ¿Cuántas soluciones hay si se reemplaza el $=$ por un $<$?

1 1 1 1

a)

	1	2		1		
	1	11		1		
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7

$$CR(7,4) = \binom{7+4-1}{4} = \binom{10}{4}$$

b) $x_1 + x_2 + \dots + x_7 \leq 3$

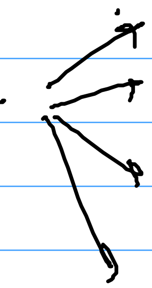
$= 3$

$= 2$

$= 1$

$= 0$

f



$\underbrace{x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_7}$ $\quad x'$

$$CR(8,3) = \binom{8+3-1}{3} = \binom{10}{3}$$

$$CR(n,r) = \binom{n+r-1}{r}$$

Ejercicio 14

Probar que el coeficiente en $x_1^{n_1}x_2^{n_2}\dots x_r^{n_r}$ de $(x_1+x_2+\dots+x_r)^n$ es $PR^n_{(n_1,\dots,n_r)} = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_r!}$, donde los exponentes son naturales tales que $n_1+n_2+\dots+n_r = n$.

Ejercicio 10

$$\frac{10!}{10!}\overbrace{(x^5)^{10}}^{x^{50}} + 10\overbrace{(x^5)^9}^{x^{46}} x + \dots (x^5)^1 (x)^1 \cdot (-1)$$

(a) Hallar el coeficiente en x^5 en el desarrollo de $(x^5+x-1)^{10}$.

(b) Hallar el coeficiente en xy^3z^5 del polinomio $(2x+4y+2z+5)^{14}$

$$10\,(x^5)^1\cdot(-1)^9 + \frac{10!}{5!\,5!}(x)^5(-1)^5 + \dots$$

$$(x^5)^{n_1}\cdot(x)^{n_2}\cdot(-1)^{n_3} \qquad n_1+n_2+n_3=10$$

$$= x^{5n_1}\cdot x^{n_2}\ \ 1^{n_3}\ (x)^{0\cdot n_3} \to 5n_1+n_2=5$$

$$\begin{array}{cccc} & n_1 & n_2 & n_3 \\ \to & (1 & 0 & 9) \\ \to & (0 & 5 & 5) \end{array}$$

$$10\cdot(x^5)^1\cdot(-1)^9 = -10$$

$$\frac{10!}{5!\,5!}\cdot(x)^5(-1)^5 = -1\cdot\frac{10!}{5!\cdot 5!}$$