

### Ejercicio 6

Probar que si  $a_1 = 3, a_2 = 10, a_3 = 30$  y  $a_n = 2a_{n-1} + 7a_{n-2} + a_{n-3} \forall n \geq 4$  entonces  $a_n \geq 3^n, \forall n \geq 1$ .

$$a_4 = 2 \cdot 30 + 7 \cdot 10 + 3$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$
$$a_{1000} = 2a_{999} + 7a_{998} + a_{997}$$

Paso Base

$$a_1 = 3 \geq 3 = 3^1 \quad /$$

$$a_2 = 10 \geq 9 = 3^2 \quad /$$

$$a_3 = 30 \geq 27 = 3^3 \quad /$$

Paso Inductivo

$$(HI) \quad a_{n-3} \geq 3^{n-3}, \quad a_{n-2} \geq 3^{n-2}, \quad a_{n-1} \geq 3^{n-1}$$

$$(TI) \quad a_n \geq 3^n$$

Dem

$$a_n = 2 \cdot \overbrace{a_{n-1}}^{\geq 3^{n-1}} + 7 \cdot \overbrace{a_{n-2}}^{\geq 3^{n-2}} + \overbrace{a_{n-3}}^{\geq 3^{n-3}}$$

$$\geq 2 \cdot 3^{n-1} + 7 \cdot 3^{n-2} + 3^{n-3}$$

$$\geq 2 \cdot 3^{n-1} + 3^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n \quad \square$$

# Repaso

## 1) Regla de la suma

- $T_1$  Se puede hacer de  $n_1$  formas
- $T_2$  Se puede hacer de  $n_2$  formas

$T_1$  y  $T_2$  no se pueden hacer al mismo tiempo.

$\Rightarrow T_1$  "o"  $T_2$  se puede hacer de  $n_1 + n_2$  formas

## 2) Regla del producto

- $T_3$  se puede dividir en dos subtarecas  $S_1$  y  $S_2$
- $S_1$  se puede hacer de  $m_1$  formas
- $S_2$  se puede hacer de  $m_2$  formas

$\Rightarrow T_3$ , es decir hacer  $S_1$  "y"  $S_2$  se puede hacer de  $m_1 \cdot m_2$  formas

## Ejercicio 1 (Practico Viejo)

- ¿De cuántas formas se puede colorear una bandera de cuatro franjas con cinco colores?
- ¿Y si los colores de franjas contiguas deben ser distintos?
- Idem a la parte b. con la restricción de que el color de la primer y última franja sean distintos.



$$a) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$b) 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$$c) \underbrace{5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 4}_{\text{1er y 3er franja =}} + \underbrace{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3}_{\neq}$$

27

### Ejercicio 1

Consideremos un alfabeto que posee 5 vocales y 22 consonantes. ¿Cuántas palabras de longitud 6 existen que no tengan dos consonantes o dos vocales juntas?

