

Ejercicio 6

Probar que si $a_1 = 3, a_2 = 10, a_3 = 30$ y $a_n = 2a_{n-1} + 7a_{n-2} + a_{n-3} \forall n \geq 4$ entonces $a_n \geq 3^n, \forall n \geq 1$.

$$a_4 = 2 \cdot 3_0 + 7 \cdot 1 + 3$$

$$a_{10} =$$

$$a_{1000} = 2 \overbrace{a_{999}} + 7 \overbrace{a_{998}} + a_{997}$$

Paso Base

$$a_1 = 3 \geq 3 = 3^1 /$$

$$a_2 = 10 \geq 9 = 3^2 /$$

$$a_3 = 30 \geq 27 = 3^3 /$$

Paso Inductivo

$$\textcircled{H\ddot{I}} \quad a_{n-3} \geq 3^{n-3}, a_{n-2} \geq 3^{n-2}, a_{n-1} \geq 3^{n-1}$$

$$\textcircled{T\ddot{I}} \quad a_n \geq 3^n$$

Dem

$$a_n = 2 \cdot \overbrace{a_{n-1}}^{\geq 3^{n-1}} + 7 \cdot \overbrace{a_{n-2}}^{\geq 3^{n-2}} + \overbrace{a_{n-3}}^{\geq 3^{n-3}}$$

$$\geq 2 \cdot \overbrace{3^{n-1}} + 7 \cdot \overbrace{3^{n-2}} + 3^{n-3}$$

$$\geq 2 \cdot 3^{n-1} + 3^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n \quad \square$$

Repass

1) Regla de la suma

- T_1 se puede hacer de n_1 formas
- T_2 se puede hacer de n_2 formas

T_1 y T_2 no se pueden hacer al mismo tiempo.

$\Rightarrow T_1 \text{ "o" } T_2$ se puede hacer de n_1+n_2 formas

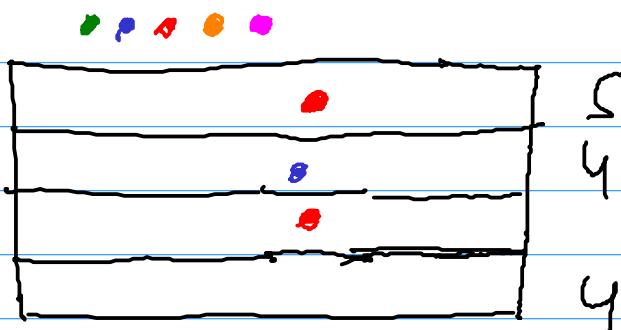
2) Regla del producto

- T_3 se puede dividir en dos subtareas S_1 y S_2
- S_1 se puede hacer de m_1 formas
- S_2 se puede hacer de m_2 formas

$\Rightarrow T_3$, es decir hacer S_1 y S_2 se puede hacer de $m_1 \cdot m_2$ formas

Ejercicio 1 (Práctica vieja)

- ¿De cuántas formas se puede colorear una bandera de cuatro franjas con cinco colores?
- ¿Y si los colores de franjas contiguas deben ser distintos?
- Idem a la parte b. con la restricción de que el color de la primer y última franja sean distintos.



$$a) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$b) 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$$c) 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$ $\underbrace{\hspace{10em}}$

1er y 3er franja = \neq

27

Ejercicio 1

Consideremos un alfabeto que posee 5 vocales y 22 consonantes. ¿Cuántas palabras de longitud 6 existen que no tengan dos consonantes o dos vocales juntas?

$$\left(\frac{V}{5} \cdot \frac{C}{22} \cdot \frac{V}{5} \cdot \frac{C}{22} \cdot \frac{V}{5} \cdot \frac{C}{22} \right) + \left(\frac{C}{5} \cdot \frac{V}{22} \cdot \frac{C}{5} \cdot \frac{V}{22} \cdot \frac{C}{5} \cdot \frac{V}{22} \right)$$

Diagrama: Se muestra una estructura jerárquica. Una paréntesis superior engloba la multiplicación de seis términos: $\frac{V}{5} \cdot \frac{C}{22} \cdot \frac{V}{5} \cdot \frac{C}{22} \cdot \frac{V}{5} \cdot \frac{C}{22}$. A la izquierda de este paréntesis hay un signo '+' con un par de flechas apuntando hacia él. Una flecha negra apunta desde el '+' al '+' de la otra expresión. Una flecha azul apunta desde el '+' de la otra expresión al '+' del lado izquierdo. Una paréntesis inferior engloba la multiplicación de seis términos: $\frac{C}{5} \cdot \frac{V}{22} \cdot \frac{C}{5} \cdot \frac{V}{22} \cdot \frac{C}{5} \cdot \frac{V}{22}$. Los términos $\frac{V}{5}$ y $\frac{C}{22}$ dentro de la primera expresión están resaltados con un cuadro verde. Los términos $\frac{C}{5}$ y $\frac{V}{22}$ dentro de la segunda expresión están resaltados con un cuadro verde.