Inducción Fuerte $\quad P(n) \quad \forall n \geq n_0$

Paso Base

$P(n_0), P(n_1), \ldots, P(n_k) \leftarrow$

Paso Inductivo

HI $\quad P(n_0), P(n_0+1), \ldots P(n_0+k)$

TI $\quad P(n_0+k+1)$

$n = \dot{11} + \dot{15}$

$\downarrow$ $n \geq 0$

Ejercicio 7
Encontrar el primer natural n_0 tal que para cada natural $n \geq n_0$ existen dos naturales a y b tales que $n = 5a + 3b$. $= \dot{5} + \dot{3}$

$\rightarrow$ 8	$5+3$
9	$3 \cdot 3$
10	$2 \cdot 5$
11	$5 + 2 \cdot 3$
12	$4 \cdot 3$
13	$2 \cdot 5 + 3$
⋮	⋮

Paso Base

$8 = 5 + 3$ ✓

$9 = 3 \cdot 3 + 0 \cdot 5$ ✓

$10 = 2 \cdot 5 + 0 \cdot 3$ ✓

Paso Inductivo

HI $n = \dot{5} + \dot{3}$, $n+1 = \dot{5} + \dot{3}$, $n+2 = \dot{5} + \dot{3}$

TI $n+3 = \dot{5} + \dot{3}$

Dem

$n+3 \overset{HI}{=} \dot{5} + \dot{3} + 3 = \dot{5} + \dot{3}$ $\square$

$\downarrow$

$P(n_0) \ , \ P(n) \Rightarrow P(n+1)$

$P(n_0) \Rightarrow P(n_0+1) \Rightarrow P(n_0+2) \Rightarrow \dots$

$\rightarrow \quad \overline{P(n_0) \ , \ P(n_0+1)} \ , \ \overline{P(n), P(n+1)} \Rightarrow P(n+2)$

$P(n_0), P(n_0+1) \Rightarrow P(n_0+2)$

$P(n_0+1), P(n_0+2) \Rightarrow P(n_0+3)$

$\vdots$

(No está en el Cuaderno)

Ejercicio 4 Conjeture una fórmula para la suma de los primeros n enteros positivos impares y demuéstrela por inducción.

n	Impar ($2n+1$)	Suma	
0	1	1	1^2
1	3	4	2^2
2	5	9	3^2
3	7	16	4^2
4	9	25	5^2
5	11	36	6^2
⋮	⋮	⋮	
n	$2n+1$	$(n+1)^2$	

$$\forall n \geq 0 \qquad \sum_{i=0}^{n} 2i+1 = (n+1)^2$$

Paso Base

$$\sum_{i=0}^{0} 2i+1 = 1 = 1^2 \quad \checkmark$$

Paso Inductivo

HI $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} 2i+1 = (n+1)^2$]

TI $\displaystyle\sum_{i=0}^{n+1} 2i+1 = (n+2)^2$

Dem

$$\sum_{i=0}^{n+1} 2i+1 = \sum_{i=0}^{n} 2i+1 + 2(n+1)+1 \overset{HI}{=} (n+1)^2 + 2n+3$$

$$= n^2+2n+1+2n+3 = n^2+4n+4 = (n+2)^2 \quad \square$$