

SEA α UNA SOLUCIÓN HALLADA POR MI ALGORITMO Y SEA β UNA SOLUCIÓN ÓPTIMA DEL PROBLEMA, VOY A DEMOSTRAR QUE LA SOLUCIÓN ENCONTRADA POR MI ALGORITMO ES MEJOR O IGUAL QUE LA SOLUCIÓN ÓPTIMA β .

PUEDEN SUCCEDER 2 ESCENARIOS: LA SOLUCIÓN HALLADA POR MI ALGORITMO ES IGUAL A LA SOLUCIÓN β O QUE LAS SOLUCIONES SEAN DISTINTAS.

SI LAS SOLUCIONES SON DISTINTAS, ENTONCES ES PORQUE ALGÚN PARTICIPANTE SALE EN DISTINTO ORDEN EN LA SOLUCIÓN β QUE EN MI SOLUCIÓN α . EN ESTE CASO LO DEMONSTRARÉ UNA INVERSIÓN, PARTICULARMENTE SON DOS PARTICIPANTES i, j TAL QUE i COMIENZA PRIMERO QUE j Y $b_i + c_i < b_j + c_j$. COMO LAS SOLUCIONES SON DISTINTAS ENTONCES DEBE EXISTIR POR LO MENOS UNA INVERSIÓN.

VOY A DEMOSTRAR QUE DESHACIENDO LAS INVERSIONES QUE EXISTAN EN β RESPECTO A MI SOLUCIÓN α , EFECTIVAMENTE LLEVO A MI SOLUCIÓN α SIN AUMENTAR LOS TIEMPOS DE LA DURACIÓN DE LA COMPETENCIA.

POR LO TANTO RECORRO LA SOLUCIÓN β HASTA ENCONTRAR UNA INVERSIÓN (UN TIEMPO QUE NO ESTÁ ORDENADO, $i > j$ POR EJEMPLO)

AHORA QUE ENCONTRE ESTA INVERSIÓN, LA VOY A DESHACER COMO LAS INVERSIONES SE HACEN ENTRE INTERVALOS (TIEMPOS) CONSECUTIVOS NO GENERO NUEVAS INVERSIONES Y ADemás HAY UNA INVERSIÓN MENOS EN β (PUEDE HABER HASTA $\binom{n}{2}$ INVERSIONES)

AHORA VOY A DEMOSTRAR QUE ESTA INVERSIÓN QUE EFECTUÉ NO AUMENTA EL TIEMPO TOTAL DE LA COMPETENCIA

TIEMPO DE $\mathcal{O} = n_1 + n_3 + b_j + c_j$ ($b_j =$ TIEMPO BR del PARTICIPANTE j , ANÁLISIS CON c)

TIEMPO DE $A = n_3 + n_1 + \max \left\{ \underbrace{b_i + c_i}_{< b_j + c_j}, \underbrace{b_j + c_j - n_i}_{> 0} \right\}$
POR HIPÓTESIS

PERO EN A LLEGA ANTES, YA QUE POR HIPÓTESIS $b_i + c_i < b_j + c_j$. ESTO SIGNIFICA QUE EN A EL PARTICIPANTE j LLEGA ANTES DE LO QUE LLEGABA EN \mathcal{O} , ENTONCES ES IMPOSIBLE QUE DESHACIENDO ESTA INVERSIÓN SE AUMENTE EL TIEMPO TOTAL.

COMO ESTA MODIFICACIÓN NO AUMENTA EL TIEMPO TOTAL, NINGUNA DE LAS C_2^{1-2} (PORQUE RESTAN LAS INVERSIONES) LO HARÁ. LUEGO DE EFECTUAR LAS INVERSIONES NECESARIAS LA SOLUCIÓN $A = \mathcal{O}'$ (SIEMPRE \mathcal{O}' LA SOLUCIÓN \mathcal{O} CON LAS INVERSIONES REALIZADAS). $(*)$

FALTARÍA DISCUTIR EL CASO EN EL CUAL LOS COMPETIDORES TIENEN EL MISMO TIEMPO DE b Y c , ESTO NO SERÍA UNA INVERSIÓN POR LA DEFINICIÓN BRINADON ANTERIORMENTE. EL TIEMPO TOTAL SERÍA: $\sum_{i=1}^k n_i + b_k t_k$ SIENDO k EL TIEMPO DEL ÚLTIMO COMPETIDOR. POR LO TANTO NO CAMBIA EL TIEMPO QUIEN SALGA PRIMERO.

VOLVIENDO A $(*)$ COMO LLEGUÉ A QUE $\mathcal{O}' = A$ Y NO EXISTEN MÁS INVERSIONES Y POR LO DICHO EN EL PÁRRAFO

ANTERIOR, SE CONCLUYE QUE MI SOLUCIÓN A ES
IGUAL O MEJOR QUE LA SOLUCIÓN ÓPTIMA. \square