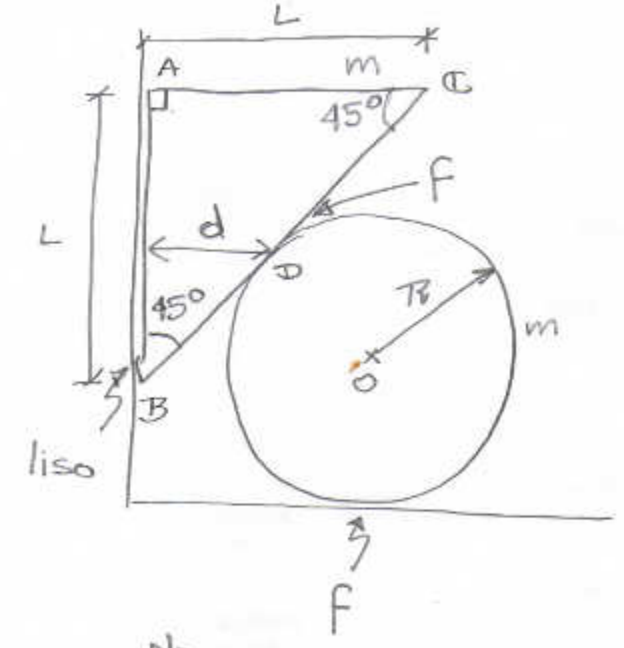
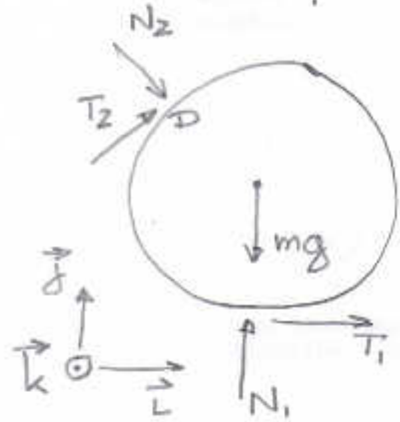
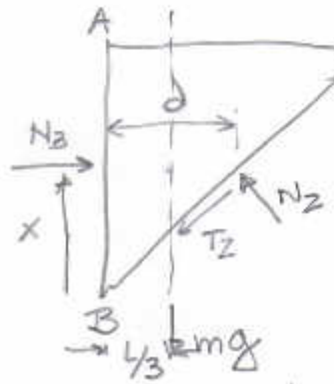
Ejercicio VII.3







Antes de hacer el Ejercicio conviene evaluar el número de incógnitas que aparecen para saber si es un caso isostático o hiperestático.

Se tienen:

1) Dos reacciones tangente y normal en el piso (T_1, N_1) aplicadas en el punto de contacto.

2) Dos reacciones tangente y normal aplicadas en D (T_2 y N_2). Las que actúan sobre la placa triangular son opuestas a las que actúan sobre el disco, por acción y reacción.

3) Una reacción normal actuando sobre la placa en la pared (N_3) cuyo punto de aplicación dista x de B. No hay componente tangencial porque el contacto es liso.

Se tienen 6 incógnitas ($T_1, N_1, T_2, N_2, N_3, x$) y se pueden aplicar 3 cardinales por rígido (2 componentes de la 1ª cardinal, las dos en el plano, y una componente de la 2ª cardinal, perpendicular al plano, por ser un problema plano). Entonces hay tantas ecuaciones como incógnitas por lo que debe ser un problema isostático.

Las condiciones de equilibrio a imponer son:

a) $N_1 \geq 0$: no desprendimiento del piso

b) $|T_1| \leq f|N_1|$: no deslizamiento en el piso

c) $N_2 \geq 0$: no desprendimiento en D

d) $|T_2| \leq f|N_2|$: no deslizamiento en D

e) $N_3 \geq 0$: no desprendimiento en la pared

f) $0 \leq x \leq L$: no vuelco en la pared

($x \geq 0$ corresponde a $\vec{M}_B^{(react)} \cdot \vec{k} = -xN_3 \leq 0$

$x \leq L$ corresponde a $\vec{M}_A^{(react)} \cdot \vec{k} = (L-x)N_3 \geq 0$)

Aplicamos cardinales al disco:

1ª según $\vec{i}$) $T_1 + N_2\frac{\sqrt{2}}{2} + T_2\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ (I)

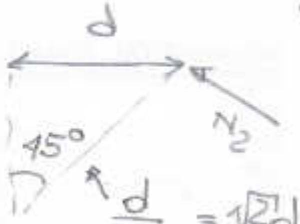
1ª según $\vec{j}$) $N_1 + T_2\frac{\sqrt{2}}{2} - N_2\frac{\sqrt{2}}{2} - mg = 0$ (II)

2ª en O según $\vec{k}$) $T_1R - T_2R = 0$ (III)

y a la placa:

1ª según i) $N_3 - T_2\frac{\sqrt{2}}{2} - N_2\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ (IV)

1ª según j) $N_2\frac{\sqrt{2}}{2} - T_2\frac{\sqrt{2}}{2} - mg = 0$ (V)



2ª según $\vec{k}$ en B) $-xN_3 - \frac{L}{3}mg + N_2\sqrt{2}d = 0$ (IV)

El centro de masa se encuentra a $\frac{1}{3}$ de la altura de la base del triángulo

(II) + (V) : $N_1 - 2mg = 0 \Rightarrow N_1 = 2mg \geq 0$ ✓

Se verifica condición a)

Corresponde a 1ª cardinal según $\vec{j}$ a todo el sistema

(I) + (IV) : $T_1 + N_3 = 0 \Rightarrow T_1 = -N_3$

Corresponde a 1ª cardinal según $\vec{i}$ a todo el sistema

Por III $T_1 = T_2 = -N_3$

Por I $T_1\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + N_2\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$$N_2 = -T_1\left(\sqrt{2}+1\right)$$

Por II: $-T_1\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} - T_1\frac{\sqrt{2}}{2} = mg$

$$-T_1\left(1+\sqrt{2}\right) = mg \Rightarrow T_1 = -\frac{mg}{1+\sqrt{2}} \Rightarrow N_2 = mg \geq 0$$

Se verifica condición c)

$$N_3 = \frac{mg}{1+\sqrt{2}} \geq 0$$ Se verifica condición e)

Condición b): $\frac{mg}{1+\sqrt{2}} \leq f\,2mg \Rightarrow f \geq \frac{1}{2(1+\sqrt{2})}$

Condición d): $\frac{mg}{1+\sqrt{2}} \leq f\,mg \Rightarrow \boxed{f \geq \frac{1}{1+\sqrt{2}}}$ Esta condición es más estricta que la anterior. Si no se cumple hay deslizamiento en el punto D.

Por V: $x N_3 = N_2\sqrt{2}\,d - \frac{L}{3}mg$

$$x = \frac{mg\left(\sqrt{2}\,d - \frac{L}{3}\right)}{mg/1+\sqrt{2}} = \left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}\,d - \frac{L}{3}\right)$$

$x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{2}\,d \geq \frac{L}{3} \Rightarrow \boxed{d \geq \frac{L}{3\sqrt{2}}}$ Si no se cumple la placa triangular vuelca en B

$x \leq L \quad \left(1+\sqrt{2}\right)\sqrt{2}\,d - \frac{1+\sqrt{2}}{3}L \leq L$

$$d \leq \frac{4+\sqrt{2}}{3}\frac{L}{\left(1+\sqrt{2}\right)\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{d \leq \frac{2\sqrt{2}+1}{3\left(1+\sqrt{2}\right)}L}$$

Si no se cumple esta condición la placa triangular vuelca en A.

Para que haya equilibrio debe ser

$$\frac{L}{3\sqrt{2}} \leq d \leq \frac{2\sqrt{2}+1}{3(1+\sqrt{2})} L$$

$$¿\ \frac{1}{3\sqrt{2}} \leq \frac{2\sqrt{2}+1}{3(1+\sqrt{2})}$$

$$1+\sqrt{2} \leq 4+\sqrt{2}$$

$$1 \leq 4 \ ✓$$