INSTITUTO DE FÍSICA
MECÁNICA NEWTONIANA

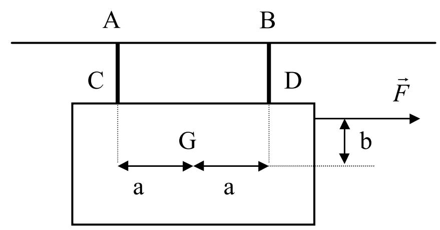
(Editado por última vez: marzo 2020)

Práctico VI – Dinámica del Rígido. Movimiento Plano

Curso 2020

Parte A: Problemas Generales de Dinámica del Rígido en el Plano.

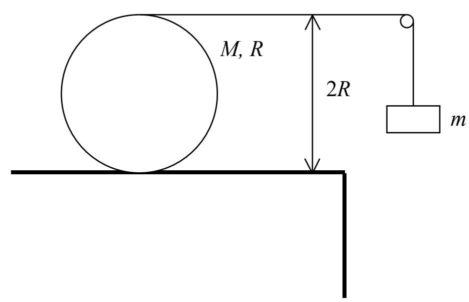
Ejercicio Nº 1



Un carro se desliza por una guía horizontal lisa. Considere el carro como una placa rectangular homogénea de masa m. La placa está sostenida por un par de barras verticales AC y BD, de masas despreciables, que están ubicadas simétricamente con respecto al centro de masa G del carro a distancias a del mismo. Se le aplica al carro una fuerza $\vec{F}$ horizontal constante a una distancia b por encima del centro de masa.

Halle la ecuación de movimiento y las reacciones en los contactos A y B, asumiendo que estos contactos son lisos.

Ejercicio Nº 2



Se considera el sistema de la figura, formado por un disco homogéneo de masa M y radio R. El disco rueda sin deslizar sobre un plano horizontal y tiene una cuerda enrollada sobre él. Una masa m está atada a la cuerda, luego de que esta última pasa por una polea de masa despreciable. La polea está fija y gira sin rozamiento, y su posición es tal que la parte de la cuerda que queda entre ella y el disco permanece horizontal. El otro tramo de la cuerda (entre la polea y la masa) permanece vertical.

Calcule la aceleración del centro del disco.

Ejercicio Nº 3

Un jugador de bowling lanza una bola a lo largo de una pista horizontal con una velocidad inicial v_0 (en su centro) y velocidad angular nula. Suponga que la bola tiene masa M y radio R y que f es el coeficiente de rozamiento entre la bola y la pista.

a) ¿Durante qué lapso de tiempo desliza la bola?

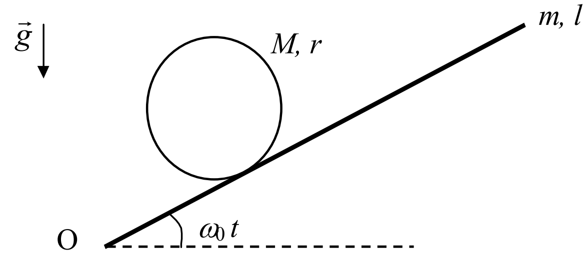
b) ¿A lo largo de qué distancia desliza la bola?

c) ¿Cuántas vueltas da la bola antes de comenzar a rodar sin deslizar?

d) ¿Con qué velocidad se mueve cuando empieza a rodar sin deslizar?

e) Calcule el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento integrando en el tiempo la potencia disipada por esta fuerza.

Ejercicio Nº 4



Una barra homogénea de longitud l y masa m se halla articulada en uno de sus extremos al punto fijo O. Sobre ella se apoya, rodando sin deslizar, un disco homogéneo de radio r y masa M. Todo el sistema se halla en un plano vertical fijo. Sobre la barra se aplica un momento $\mathscr{M}$ horizontal y ortogonal a la misma de modo que la barra gira con velocidad angular constante ω_0.

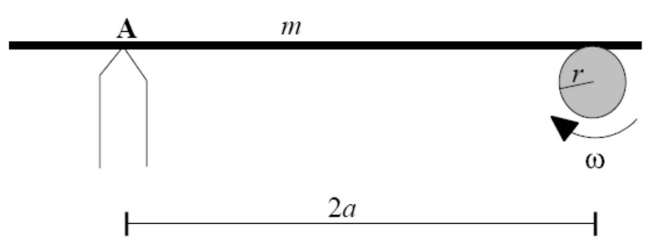
En el instante inicial, la barra se encuentra horizontal, a la derecha de O, con el disco apoyado a distancia despreciable de O, y la velocidad del centro del disco, relativa a la barra, es $2g/5\omega_0$ dirigida hacia la derecha.

a) Halle la ley horaria $x(t)$, donde x es la posición del centro del disco sobre la barra con respecto a O, suponiendo que el disco no se desprende en un entorno del instante inicial.

b) Determine las reacciones en el contacto entre el disco y la barra en función del tiempo. Halle la condición que debe cumplir ω_0 para que el disco no se desprenda en un entorno del instante inicial.

c) Halle el valor del momento $\mathscr{M}$ aplicado sobre la barra.

Ejercicio Nº 5 (Examen Diciembre 2005)



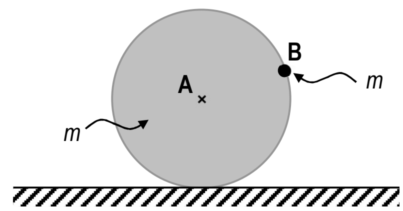
Una barra homogénea de masa m se apoya horizontalmente sobre un rodillo de radio r, que gira con velocidad angular ω constante en sentido horario alrededor de su centro fijo, y un tope rígido A. El centro del disco y el tope están separados una distancia $2a$ y ambos contactos con la barra son rugosos, con coeficiente de rozamiento estático f_E y dinámico f_D. Todo el sistema se encuentra en un plano vertical, y se supondrá que la barra permanece horizontal, siendo lo suficientemente larga como para que no se desprenda de los contactos indicados.

a) Inicialmente se coloca la barra en reposo, con su centro de masa a una distancia x_0 de A. Halle los valores de x_0 para los cuales la barra permanece en reposo.

b) Si el valor de x_0 no verifica la condición anterior, halle el tiempo que transcurre desde el instante inicial hasta el primer instante para el cual la velocidad relativa entre la barra y el borde del cilindro se anula.

Parte B: Sistemas Rígidos Conservativos.

Ejercicio Nº 6 (Examen Febrero 2004)



Un disco homogéneo de centro A, masa *m* y radio *r* se mueve sobre un plano horizontal. El contacto entre el disco y el plano es rugoso con coeficiente de rozamiento estático *f*. En la periferia del disco hay una partícula B incrustada de igual masa *m*.

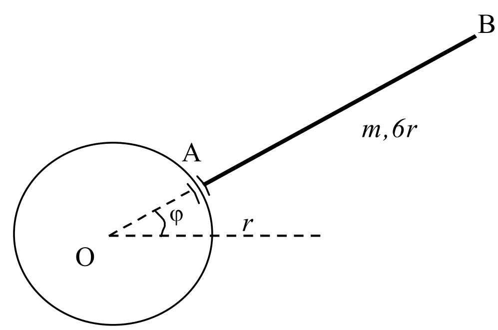
a) Suponiendo que no hay deslizamiento entre el disco y el plano, halle la ecuación de movimiento del sistema.

SUGERENCIA: Verifique el resultado obteniéndolo por dos métodos diferentes.

b) Si en el instante inicial el cuerpo parte del reposo con AB horizontal, determine la condición para que no haya deslizamiento en dicho instante.

c) Si ahora inicialmente B está en su posición más alta, halle la condición a verificar por las restantes condiciones iniciales para que no haya desprendimiento entre el disco y el plano en el instante inicial.

Ejercicio Nº 7



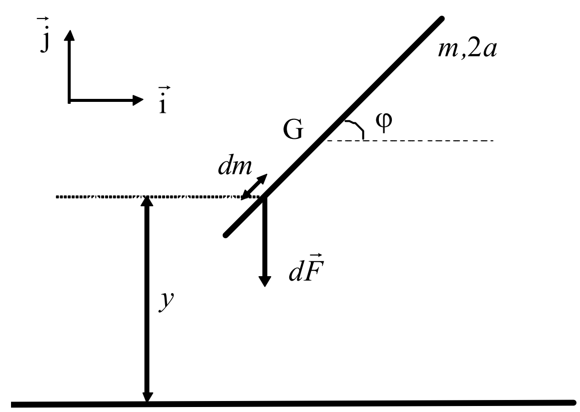
Se considera una barra homogénea AB de longitud *6r* y masa *m* que se mueve con uno de sus extremos vinculado sin rozamiento a una circunferencia vertical de centro O y radio *r*, de forma que la dirección de la barra es siempre radial. La velocidad del punto A cuando pasa por el punto más bajo de la trayectoria vale v_0.

a) Halle la ecuación de movimiento.

b) La barra en el punto A está soldada a un pequeño arco de circunferencia de masa nula, por lo que se tiene una distribución de reactivas en el contacto con la circunferencia, que hacen posible el movimiento considerado. ¿Cuánto vale el momento total de las reactivas del contacto, en el centro del disco O? Determine la resultante de las reactivas sobre la barra en el punto A, y su momento respecto a ese punto.

Ejercicio No 8

Una varilla rectilínea homogénea de masa *m*, de longitud *2a*, se puede desplazar sin rozamiento sobre una mesa horizontal fija. Cada elemento de la varilla es atraído por una recta fija de la mesa según una fuerza $d\vec{F} = -Kydm\vec{j}$ proporcional al elemento de masa *dm* y a su respectiva distancia a la recta y.



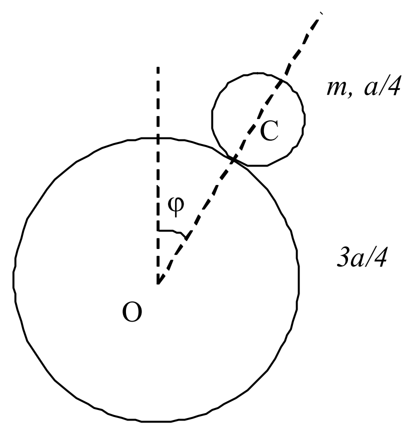
a) Halle la resultante $\vec{R}$ y el momento de las fuerzas externas $\vec{M}_G$, en el centro de masa G de la barra del conjunto de fuerzas aplicadas.

b) Halle las ecuaciones de movimiento.

c) Observe que el sistema es conservativo. Calcule el trabajo infinitesimal dW necesario que deben realizar las fuerzas externas al desplazarse la barra una distancia infinitesimal sobre la mesa (usar los valores de $\vec{R}$ y de $\vec{M}_G$ hallados). Luego, halle la energía potencial del sistema.

d) Determine las configuraciones de equilibrio y estudie su estabilidad.

Ejercicio Nº 9



Un disco de masa m y radio $r = a/4$ se encuentra inicialmente sobre la parte superior de otro disco fijo de radio $R = 3a/4$. Ambos discos se encuentran ubicados en un plano vertical. Se le da una pequeña velocidad $v_0 \approx 0$ al centro del disco C de manera tal que comienza a caer. El coeficiente de rozamiento entre ambos discos vale $f = 1$.

a) Halle las ecuaciones de movimiento del disco válidas mientras rueda sin deslizar.

SUGERENCIA: Verifique el resultado obteniéndolo por dos métodos diferentes.

b) Halle el ángulo φ_0 a partir del cual el disco comienza a deslizar.

c) Halle las ecuaciones de movimiento en un entorno posterior al cual comienza a deslizar.

d) Calcule el ángulo φ_d de desprendimiento a partir del cual los discos dejan de estar en contacto.

Parte C: Resultado de algunos ejercicios seleccionados

Ejercicio Nº 1 $\ddot{x} = \dfrac{F}{m}$; $N_B = \dfrac{1}{2}mg + \dfrac{1}{2}F\dfrac{b}{a}$; $N_A = \dfrac{1}{2}mg - \dfrac{1}{2}F\dfrac{b}{a}$.

Ejercicio Nº 2 $\ddot{x} = \dfrac{4mg}{3M + 8m}$

Ejercicio Nº 3 a) $\dfrac{2v_0}{7fg}$ b) $\dfrac{12v_0^2}{49fg}$ c) $\dfrac{5v_0^2}{98\pi Rfg}$ d) $\dfrac{5}{7}v_0$ e) $-\dfrac{mv_0^2}{7}$

Ejercicio Nº 4 a) $x(t) = \dfrac{2g}{5\omega_0^2}\operatorname{sen}(\omega_0 t)$

b) $T = \dfrac{1}{5}Mg\operatorname{sen}(\omega_0 t)$ $\qquad N = \dfrac{9}{5}Mg\cos(\omega_0 t) - Mr\omega_0^2$

La condición de no desprendimiento inicial es $\omega_0^2 < \dfrac{9g}{5r}$.

c) $\mathscr{M} = 2Mx\dot{x}\omega_0 - Mrx\omega_0^2 + \left(\dfrac{1}{2}mgl + Mgx\right)\cos(\omega_0 t)$

Ejercicio Nº 5 a) $x_0 < 2a\dfrac{f_E}{f_E + f_D}$

Ejercicio Nº 7 a) $\ddot{\varphi} + \dfrac{4g}{19r}\cos\varphi = 0$.

b) $M_O^{react} = 0$. La resultante de las reactivas en A tiene una componente tangencial $T = \dfrac{3}{19}mg\cos\varphi$ y una radial $N = \dfrac{mg}{19}(51 sen\varphi + 32) - 4m\dfrac{v_0^2}{r}$. El par resultante es $M_A^{react} = rT$.

Ejercicio Nº 8 a) $\vec{R} = -Kmy_G\vec{j}$. $\vec{M}_G = -\dfrac{1}{3}Kma^2\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi\vec{k}$.

b) $\ddot{x}_G = 0,\quad \ddot{y}_G + Ky_G = 0,\qquad \ddot{\varphi} + K\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi = 0$.

c) $dW = R_y dy_G + M_{Gz}d\varphi = -dU$, luego: $U = \dfrac{1}{2}Kmy_G^2 + \dfrac{1}{6}Kma^2\operatorname{sen}^2\varphi$.

d) $y_G = 0,\ \varphi = 0$ (estable).

$y_G = 0, \varphi = \pi/2$ (inestable).

Ejercicio Nº 9 a) $\ddot{\varphi} - \dfrac{2g}{3a}\operatorname{sen}\varphi = 0$

b) $\varphi_0 = \operatorname{ar\,cos}\left(\dfrac{56 + \sqrt{136}}{100}\right) \approx 47.4^{\circ}$

c) $\ddot{\varphi} - \dot{\varphi}^2 = \dfrac{g}{a}(\operatorname{sen}\varphi - \cos\varphi) = 0 \qquad \ddot{\varphi} + \dfrac{1}{8}\ddot{\theta} = \dfrac{g}{a}\operatorname{sen}\varphi$

d) $e^{2\varphi_d} \approx 3\cos\varphi_d + 6\operatorname{sen}\varphi_d \quad \Rightarrow \quad \varphi_d \approx 54.1^{\circ}$